



REVISTA ELECTRÓNICA AMIUTEM

<https://revista.amiutem.edu.mx>

Publicación periódica de la Asociación Mexicana de Investigadores del Uso de Tecnología en Educación Matemática

Volumen XI Número 1 Fecha: enero-junio de 2023

ISSN: 2395-955X

Directorio

Rafael Pantoja R.

Director

Eréndira Núñez P.

Lilia López V.

Sección: Artículos de investigación

Elena Nesterova

Alicia López B.

Verónica Vargas Alejo

Sección: Experiencias

Docentes

Esnel Pérez H.

Armando López Z.

Sección: GeoGebra

INDICADORES DEL TPACK PRESENTES EN LA ENSEÑANZA DE LAS ECUACIONES LINEALES CON TECNOLOGÍA DINÁMICA

Dariana del Carmen Rodríguez González, Mónica del Rocío Torres Ibarra, Elvira Borjón Robles

darirodrigonza@gmail.com, mtorres@uaz.edu.mx, borjonrojo@hotmail.com

Universidad Autónoma de Zacatecas, México

Para citar este artículo:

Rodríguez, D. C., Torres, M. R., Borjón, E. (2023). Indicadores del TPACK presentes en la enseñanza de las ecuaciones lineales con tecnología dinámica. *REVISTA ELECTRÓNICA AMIUTEM*, XI (2), 17-30.

REVISTA ELECTRÓNICA AMIUTEM, Año X, No. 1, enero-junio de 2023, Publicación semestral editada por la Asociación Mexicana de Investigadores del Uso de Tecnología en Educación Matemática A.C Universidad de Guadalajara, CUCEI, Departamento de Matemáticas, Matemática Educativa. B. M. García Barragán 1421, Edificio V Tercer nivel al fondo, Guadalajara, Jal., S.R. CP 44430, Tel. (33) 13785900 extensión 27759. Correo electrónico: revista@amiutem.edu.mx. Dirección electrónica: <http://revista.amiutem.edu.mx/>. Editor responsable: Dr. Rafael Pantoja Rangel. Reserva derechos exclusivos No. 042014052618474600203, ISSN: 2395.955X, ambos otorgados por el Instituto Nacional de Derechos de Autor. Responsable de la última actualización de este número, Asociación Mexicana de Investigadores del Uso de Tecnología en Educación Matemática A.C., Antonio de Mendoza No. 1153, Col. Ventura Puente, Morelia Michoacán, C.P. 58020, fecha de última modificación, 10 de julio de 2016. Las opiniones expresadas en los artículos firmados es responsabilidad del autor. Se autoriza la reproducción total o parcial de los contenidos e imágenes siempre y cuando se cite la fuente y no sea con fines de lucro. No nos hacemos responsables por textos no solicitados.

INDICADORES DEL TPACK PRESENTES EN LA ENSEÑANZA DE LAS ECUACIONES LINEALES CON TECNOLOGÍA DINÁMICA

Dariana del Carmen Rodríguez González, Mónica del Rocío Torres Ibarra, Elvira Borjón Robles

darirodrigonza@gmail.com, mtorres@uaz.edu.mx, borjonrojo@hotmail.com

Universidad Autónoma de Zacatecas, México

Resumen

El uso de la tecnología en la educación matemática ha ampliado los métodos de enseñanza, permitiendo la creación de espacios innovadores para el aprendizaje. Diversas investigaciones (Cabero et al., 2017; Rojas, 2018; Tapia, 2021; Cenich et al., 2020) han identificado que la implementación de herramientas como GeoGebra y sus libros interactivos son útiles para la enseñanza de temas matemáticos específicos, sin embargo, existen brechas relacionadas con la capacitación, uso y apropiación de las herramientas tecnológicas por parte de los docentes, así como la integración de éstas en el aula. Con base en lo anterior, este trabajo se utiliza como referente teórico el modelo Conocimiento Tecnológico Pedagógico del Contenido, con el objetivo de identificar los conocimientos que pueden ser potenciados al utilizar un libro interactivo de GeoGebra, para la enseñanza de las ecuaciones lineales con una incógnita en el nivel secundaria. Para lograrlo, se emplea un enfoque cualitativo y un método exploratorio, por medio del cual se proponen los criterios para integrar actividades que permiten una interacción entre los conocimientos que se ponen en juego y los niveles de apropiación esperados en cada una de las actividades propuestas.

Palabras Clave: Ecuaciones lineales, Libro de GeoGebra, Conocimientos docentes.

Abstract

The use of technology in mathematics education has expanded teaching methods, allowing the creation of innovative spaces for learning. Several research (Cabero et al., 2017; Rojas, 2018; Tapia, 2021; Cenich et al., 2020) recognize that the implementation of tools such as GeoGebra and its interactive books are useful for teaching specific mathematical topics, however, there are gaps related to the training, use and appropriation of technological tools by teachers, as well as the integration of these in the classroom. Based on the above, this dissertation use a Technological Pedagogical Content Knowledge Model as theoretical reference, with the aim of identifying the knowledge that can be enhanced by using an interactive GeoGebra book for lineal equations with an unknown quantity teaching at the high school level. To achieve this, a qualitative approach and an exploratory method are used, through which criteria are proposed to integrate activities that allow an interaction between the staked knowledge and the levels of appropriation expected in each of the proposed activities.

Keywords: Linear Equations, GeoGebra Book, teacher knowledge.

Introducción

El avance de la tecnología ha permeado diversos sectores de la sociedad, entre los que destaca el sector educativo y específicamente la educación matemática, evidencia de ello, es la diversidad de apps, software, páginas web y herramientas educativas que favorecen el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. La existencia de estos recursos, de acuerdo con Valbuena et al. (2021) requiere que los docentes se capaciten y desarrollen nuevos conocimientos y competencias. De hecho, el docente debe poseer un conocimiento disciplinar, pedagógico y tecnológico si requiere integrar las Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC) en la enseñanza de forma eficaz, por lo cual estos conocimientos deben ir dirigidos hacia sus prácticas (Cabero et al., 2017).

Para Vaillant et al. (2020) y Valbuena et al. (2021) existe una escasa formación y poco uso de los recursos tecnológicos por parte de los docentes de matemáticas en el aula. Así mismo, de acuerdo con Tapia (2021) los docentes presentan conocimientos pedagógicos, de contenido y en algunos casos tecnológicos por separado, lo que además evidencia un bajo nivel de este último. Generalmente dirigen sus prácticas educativas en acciones miméticas y poco innovadoras, lo que afecta que puedan desarrollar e interrelacionar entre los conocimientos Tecnológicos, Pedagógicos y de Contenido que el docente posee (Cenich et al., 2020). Por lo tanto, aún con la integración de las tecnologías en el aula, es importante que el docente esté preparado para brindar una enseñanza de las matemáticas eficaz e intencionada con uso de TIC.

Recursos como GeoGebra, representan una herramienta tecnológica útil para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, debido a las múltiples características que posee, lo que permite, entre otras cosas, crear, manipular e interactuar con actividades. Dentro de las herramientas que presenta este software, se encuentran los libros interactivos, que de acuerdo con López (2021) son viables para la enseñanza de cualquier tema matemático, debido a la interactividad de las actividades que puede integrar, sin embargo, declara que no deben considerarse un recurso aislado a las prácticas educativas.

Desde otro punto, autores como Ruano et al. (2008) documentan que los estudiantes suelen presentar comúnmente errores, obstáculos y dificultades en el aprendizaje de las ecuaciones lineales, ocasionados por el salto que existe entre la aritmética y el álgebra, que se presentan, por ejemplo, en la transposición de términos, en la resolución de problemas, y más, por lo que autores como Rojas (2018) recomiendan implementar recursos como la tecnología para favorecer el aprendizaje de este.

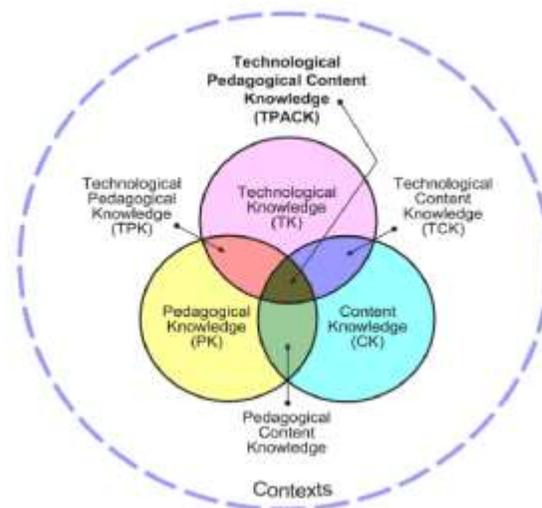
De acuerdo con estas consideraciones, en este trabajo se presentan los avances de una tesis de maestría, en la que se realiza una descripción de los conocimientos del modelo Conocimiento Tecnológico Pedagógico del Contenido (TPACK), por sus siglas en inglés) que pueden potenciarse o ponerse en juego al involucrar las actividades de un libro interactivo de GeoGebra en la enseñanza de las ecuaciones lineales con una incógnita. Además, se describen los criterios a tener en cuenta para estructurar el libro, así como los que determinan la elección de las actividades; finalmente se presenta un ejemplo de actividad que cumple con cada uno de ellos. Realizando así una propuesta integradora de las tecnologías para la enseñanza de las ecuaciones lineales.

Referente Teórico

Se utiliza el modelo TPACK, que nació como resultado de una investigación acerca del desarrollo profesional docente en la educación superior, por parte de Mishra y Koehler (2006). Este modelo está fundamentado en los trabajos de Shulman sobre el conocimiento del contenido pedagógico (PCK) e intenta relacionar aquellos conocimientos que requiere el docente para la integración de la tecnología en la enseñanza. Desde este punto, el modelo está constituido por tres ejes principales, el conocimiento pedagógico, del contenido y tecnológico y centra su atención en la interrelación de estos, como puede observarse en la figura 1.

Figura 1

Conocimientos que integran el Modelo TPACK



Nota. Tomada de Mishra y Koehler (2009).

Mishra y Koehler (2009, pp. 63-64 y 1027-1029) describen los contenidos de los círculos de la siguiente manera:

- Conocimiento del Contenido (CK): Conocimiento sobre el tema real que se va a aprender o enseñar.
- Conocimiento Pedagógico (PK): Conocimiento profundo sobre los procesos y prácticas o métodos de enseñanza y aprendizaje, los propósitos, valores y objetivos educativos generales y evaluación de los estudiantes.
- Conocimiento Tecnológico (TK): Conocimiento sobre tecnologías estándar, como libros, tizas y pizarras, y tecnologías más avanzadas, como el internet y el vídeo digital. Esto implica las habilidades requeridas para operar tecnologías particulares.
- Conocimiento Pedagógico del Contenido (PCK): Conocimiento de la pedagogía que es aplicable a la enseñanza de contenidos específicos. Incluye saber qué enfoques se

ajustan al contenido, y así mismo, cómo se pueden organizar los elementos del contenido para una mejor enseñanza.

- Conocimiento Tecnológico del Contenido (TCK): Conocimiento sobre la manera en que la tecnología y el contenido están recíprocamente relacionados.
- Conocimiento Tecnológico Pedagógico (TPK): Es el conocimiento de la existencia, componentes y capacidades de diversas tecnologías a medida que se utilizan en escenarios de enseñanza y aprendizaje, y, por el contrario, saber cómo podría cambiar la enseñanza con el uso de tecnologías particulares.

Del mismo modo, Mishra y Koehler, (2006) definen este modelo de la siguiente manera:

El TPACK es una forma de conocimiento que va más allá de los tres componentes (contenido, pedagogía, y tecnología). Es diferente del conocimiento de un experto disciplinario o tecnológico y también del ámbito pedagógico general. TPACK es la base del buen enseñar con tecnología y requiere una comprensión de la representación de conceptos utilizando tecnologías; técnicas pedagógicas que utilizan tecnologías en formas constructivas para enseñar contenido; conocimiento de lo que hace que los conceptos sean difíciles o fáciles de aprender y cómo la tecnología puede ayudar corregir algunos de los problemas que enfrentan los estudiantes; conocimiento de los estudiantes, conocimientos previos y teorías de la epistemología; y conocimiento de cómo las tecnologías se pueden utilizar para aprovechar los conocimientos existentes, desarrollar nuevas epistemologías o fortalecer las antiguas (p.1029).

Por otra parte, en relación con los libros interactivos, de acuerdo con el sitio oficial de GeoGebra (2022) se definen como “una colección de materiales y hojas de trabajo, es una recopilación organizada de las propias aplicaciones y applets GeoGebra y las preferidas de la selección de materiales de GeoGebra”, complementando esta definición, autores como Santos-Trigo y Camacho-Machín (2018, pp.29) mencionan que “un aspecto importante en los libros interactivos es que los objetos, problemas y atributos matemáticos se representen en forma dinámica”. Por lo anterior, podemos considerar un libro interactivo como aquella recopilación de forma organizada de actividades dinámicas e interactivas que potencian la enseñanza y el aprendizaje en todos los niveles educativos.

Para estructurar el libro interactivo se consideraron los siguientes elementos:

- 1) Los criterios establecidos por Herrera (2011) para actividades digitales: Objetivos, grupo meta, temporalización, herramientas, interacción, significatividad, negociación y producto final comunicativo; cada uno de los cuales permiten documentar y respaldar las actividades integradas;
- 2) Objetivo marcado por el plan de estudios (SEP, 2017) para primer grado de secundaria en México: Resuelve problemas mediante la formulación y solución algebraica de ecuaciones lineales (p. 314)
- 3) Las dificultades, obstáculos y errores que comúnmente se presentan en el aprendizaje de las ecuaciones lineales: Sustitución, desarrollo y la aplicación de la propiedad

distributiva (Ruano et al., 2008), salto de la aritmética a la resolución de problemas del álgebra (Collazos, 2020), trasposición de términos para solucionar ecuaciones lineales con una incógnita con y sin agrupamiento (Kieran, 1989), e invertir los términos de una igualdad al resolver ecuaciones lineales con una incógnita (Pérez et al., 2019).

Así pues, partimos de que una ecuación definida en R^n se llama ecuación lineal de n incógnitas si y sólo si adopta la forma: $a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n = b$, donde x_1, x_2, \dots, x_n son las *incógnitas* de la ecuación, a_1, a_2, \dots, a_n son números reales llamados *coeficientes*, y b es un número real denominado *término independiente* (Díaz et al., 2005, p.254).

Del mismo modo, para la solución de las ecuaciones lineales con una incógnita, Kieran y Filloy (1989) plantean que dentro de los métodos más utilizados se encuentran el método intuitivo, el de sustitución por tanteo y el método formal, por lo que las actividades que integran el libro interactivo refuerzan alguno de ellos.

Metodología

Caracterizar los niveles presentes en los conocimientos TPACK, se utiliza un método exploratorio (Hernández et al., 2014), el cual permite reconstruir la realidad observando, analizando e interpretando los conocimientos que pone en juego el docente cuando usa un libro interactivo para la enseñanza de las ecuaciones lineales con una incógnita, con un enfoque es cualitativo. La muestra es un estudio de caso (Stake, 2007) puesto que está compuesta por un profesor de matemáticas de primer grado de secundaria de una institución pública del municipio de Zacatecas, en Zacatecas, México.

Para alcanzarlo, se hace una adaptación de las fases propuestas por Santos-Trigo y Reyes-Martínez (2014) para la estructuración del libro interactivo de GeoGebra, las cuales son descritas de la siguiente manera:

Fase I. Comprensión del problema: Se utiliza la técnica de análisis documental para rastrear los objetivos propuestos para primer grado de secundaria en México, las propuestas de trabajo de los libros de texto y los errores reportados en las investigaciones en el tema de solución de ecuaciones de primer grado con una variable.

En esta fase, se identifican:

- El objetivo de aprendizaje “Resuelve problemas mediante la formulación y solución algebraica de ecuaciones lineales” (SEP, 2017, p.314)
- La secuencia de las actividades, (Block et al., 2018): Dentro de su estructura, describe lo que es el cálculo de valores faltantes como introducción, explicación de resolver las ecuaciones con las propiedades de la igualdad, la balanza como estrategia de explicación sobre la igualdad, el cambio de lenguaje y las ecuaciones con paréntesis.
- Se consideraron también los errores más comunes que presentan los estudiantes al solucionar problemas, documentados por autores como Ruano et al. (2008), Chavarría (2014), Pérez et al. (2019) y Portillo-Pantoja (2021), entre los que destacan los siguientes:
 - Errores en la propiedad distributiva: $(2x + 5)3 = 10$
 - Errores relacionados al invertir los términos de la igualdad: $-5x = -3 \rightarrow x = \frac{5}{-3}$

- Error en la transposición en un orden incorrecto: $\frac{x}{3} + 2x = 7 \rightarrow x + 2x = 7 \cdot 3$
- Errores en la conversión de la lengua natural y la escritura algebraica, originados en su mayoría por la ausencia del sentido.

Fase II. Exploración del modelo dinámico: Mediante el análisis documental, se define cómo debe estar estructurado el libro de GeoGebra y los criterios que deben presentar las actividades que integraran la herramienta.

En esta fase se realiza la organización de los capítulos del libro, así como los criterios que se documentarán de cada una de las actividades, determinando que la estructura constará de 5 apartados: Introducción, Conocimientos Previos, Tratamiento de errores, obstáculos y dificultades, resolución de problemas y Retos e institucionalización.

Fase III. Construcción del modelo dinámico: Se integra el libro interactivo de GeoGebra teniendo en cuenta los criterios establecidos.

En esta fase se conforma el libro interactivo, integrado por 16 actividades, 2 videos explicativos y formularios que recogen las percepciones de los alumnos participantes respecto a lo manipulado en las actividades (figura 2).

Figura 2

Actividades para explorar conocimientos previos del libro interactivo



Nota. Elaboración propia

Resultados

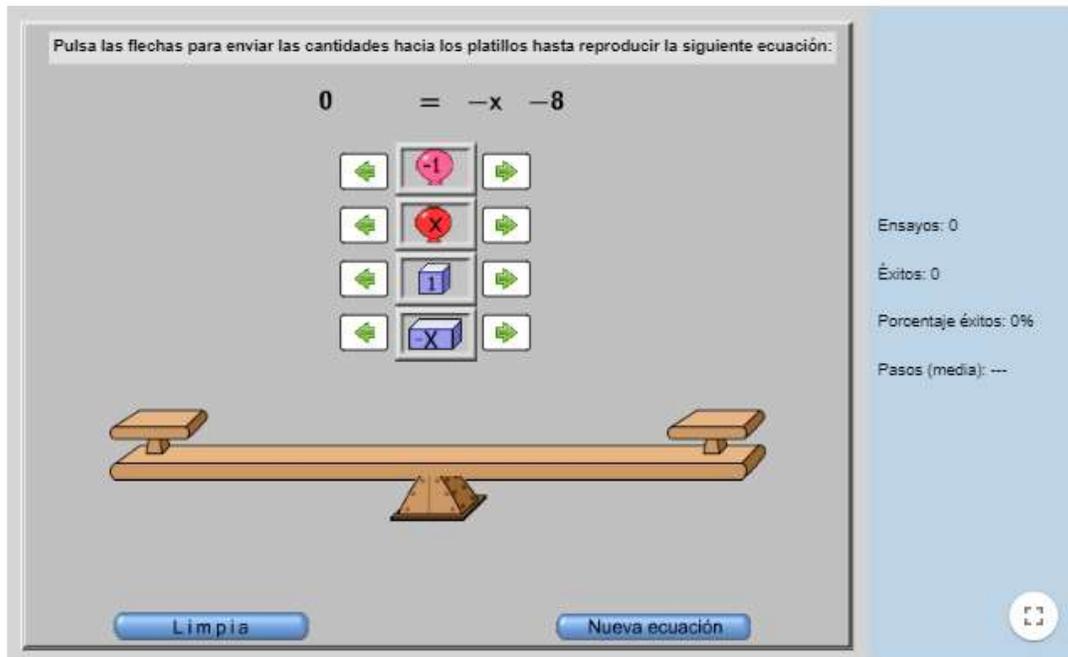
Los resultados con los que se cuenta hasta el momento han permitido definir los criterios con los que cumple cada una de las actividades y los conocimientos TPACK que se potencian en ellas, y los indicadores presentes.

Para ejemplificar los resultados, se muestra la actividad 6 integrada en el libro interactivo (figura 3), en la que se presenta una balanza dinámica que permite trabajar la trasposición de

términos, elemento que se considera un aprendizaje importante para la solución de las ecuaciones lineales con una incógnita, actividad relacionada con la secuencia que se trabaja el libro texto (figura 4) y uno de los errores reportados en los antecedentes (ver figura 5), con lo que se evidencia la pertinencia de la incorporación de ésta en el libro interactivo.

Figura 3.

Actividad 6 integrada en el libro interactivo



Nota. Actividad tomada del usuario de GeoGebra Rafael Losada Liste adaptada con preguntas que se encuentran en un formulario.

Figura 4

Propiedades de la igualdad

Lección 18. Otras propiedades de la igualdad

1. Completa la tabla con base en la información de las balanzas.

Balanza	Ecuación	Ecuación simplificada	Solución	Comprobación
A	$x + x + x = 15$	$3x = 15$	$x = 5$	$3(5) = 15$
B				

Nota. Tomada de Block et al. (2018, p. 50)

Figura 5

Error en la trasposición de términos

$$\frac{x}{3} + 2x = 7$$

$$x + 2x = 7 \cdot 3$$

$$3x = 21$$

$$x = \frac{21}{3}$$

$$x = 7$$

Nota. Tomado de Pérez et al. (2019).

Como ésta, cada una de las actividades integradas en el libro interactivo, fueron seleccionadas de acuerdo con los indicadores que se describen en la tabla 1, mismos que permiten al maestro tener a la mano documentación que refleja el propósito que se espera de cada una, pues van desde la intención hasta las reflexiones logradas.

Tabla 1*Descripción de los indicadores considerados para la selección de la actividad 6*

Indicador	Descripción
Objetivos y contenidos	Manipular gráficamente la transposición de términos para comprender a la igualdad como una equivalencia dentro del proceso de solución de una ecuación lineal con una incógnita.
Tema	Equivalencia de términos en una ecuación lineal con una incógnita mediante la balanza (naturales).
Temporalización y grupo meta	Se estima un tiempo de 15 minutos para la realización de la actividad en el aula. Está dirigida a estudiantes de primer grado de secundaria.
Herramientas	La actividad cuenta con botones tipo flecha que permiten agregar a los lados de la balanza los objetos correspondientes a las expresiones de las ecuaciones; así como otros cuyo objetivo es borrar lo realizado para reiniciar el ejercicio o avanzar a uno nuevo.
Interacción	La actividad es interactiva y auto responsiva. La primera le permite al alumno agregar los objetos en la balanza y visualizar cómo se inclina o se regula de acuerdo con sus decisiones, indicando con ello si lo realizado mantiene la equivalencia de los términos. La segunda se ve reflejada en el puntaje obtenido y estadísticas de los movimientos realizados, con lo que al tiempo que la utiliza, el alumno va evaluando su desempeño.
Significatividad	La actividad promueve el interés y la motivación del estudiante, ya que tiene semejanza a las propuestas en el libro de texto, pero mediante los elementos dinámicos los estudiantes pueden visualizar la importancia de la trasposición de términos al despejar la incógnita y la necesidad de mantener un equilibrio en ambos términos de la ecuación para encontrar el valor buscado.
Negociación	La actividad le permite al estudiante tomar decisiones respecto a la cantidad de valores y objetos que colocará en los lados de la balanza, teniendo en cuenta valores negativos y positivos, luego reducir de igual manera en ambos lados de igualdad utilizando los mandos. Al mismo tiempo, mediante las estadísticas que se van generando lo reta a realizar el proceso con la menor cantidad de movimientos, lo que es un desafío para el alumno y un elemento a trabajar por parte del maestro, ya que le induce a la reflexión del proceso.
Producto final comunicativo	Mediante las preguntas plasmadas en el formulario que se incorpora, se pretende que el estudiante contraste las ideas que lo llevan a tomar decisiones en la actividad, con su representación mental, de manera que explique con sus propias palabras: ¿cómo logró equilibrar la balanza?,

¿qué proceso realiza para llegar a la solución?, ¿es posible alterar un lado de la ecuación sin afectar al otro?, entre otras.

Nota: Elaboración propia.

Por otra parte, durante la puesta en marcha de la actividad se identifican los conocimientos tecnológicos, pedagógicos y de contenido del modelo, que se refieren a los elementos que el maestro evidencia al utilizar la actividad en el aula (Schmidt, et al., 2009).

Tabla 2

Descripción de los conocimientos TPACK que potencia la actividad 6

Indicador	Descripción
CK	Conocimiento del docente sobre el dominio del tema, en este caso, sobre las ecuaciones con una incógnita y en específico sobre la transposición de términos en ambos lados de la igualdad.
PK	Conocimiento del docente sobre el uso de recursos digitales, en este caso la balanza digital, como una estrategia para la enseñanza de la transposición de términos y de las propiedades de la igualdad utilizadas para la solución de las ecuaciones de primer grado con una incógnita.
TK	Conocimiento sobre el manejo de recursos tecnológicos como las actividades responsivas e interactivas de GeoGebra, manipulación del recurso y solución de problemas técnicos.
PCK	La manera de aplicar un enfoque de enseñanza que se ajuste a la actividad para ayudar a tratar el error de la transposición de términos y a su vez en la solución de las ecuaciones lineales con una incógnita.
TCK	Conocimiento del contenido matemático a través de un recurso digital, como son las ecuaciones lineales mediante la balanza para tratar la trasposición de términos.
TPK	Conocimiento de dinámicas de clase que propicien la manipulación de la actividad respecto a un contenido matemático que además potencien la enseñanza y aprendizaje de las ecuaciones lineales, a través de la transposición de términos con la balanza.
TPACK	Conjunción de los conocimientos de contenido, tecnológico y pedagógico en una misma actividad, evidenciando por ejemplo, el conocimiento de los errores que presentan los estudiantes y cómo se pueden afrontar; las propiedades de la igualdad al hacer uso de la balanza al tiempo que explica la transposición de términos. Así mismo, guía la clase para que los estudiantes usen la tecnología de forma constructiva para aprender las ecuaciones lineales con una incógnita.

Nota: Elaboración propia.

Cabe aclarar que si bien la tabla 2 ejemplifica los conocimientos que se potencian en la actividad 6, estos procedimientos se realizan para cada una de las actividades que integran el libro interactivo, los indicadores se determinan al momento de la selección de la actividad y los conocimientos al momento de la aplicación.

Conclusiones

Los libros interactivos de GeoGebra representan una oportunidad de integración tecnológica (Santos-Trigo y Camacho-Machín, 2018) que además ayudan en el fortalecimiento o identificación de los conocimientos TPACK que se pueden poner en juego en el proceso educativo, sin embargo, para integrar estas herramientas es necesario tener bien definidos elementos como el objetivo que se persigue (SEP, 2017), la secuencia en las actividades (Block, 2018) y los indicadores que cada una debe cumplir (Herrera, 2011; López, 2021 y Camacho-Machín, 2018).

Por otra parte, la identificación de los conocimientos TPACK permite evidenciar la importancia de la formación continua del docente y la necesidad de la capacitación en el uso de las TICs, de forma que se logre desarrollar interrelaciones de la tecnología y los conocimientos de contenido y pedagógicos que el docente posee (Mishra y Koehler, 2006; Schmidt, et al., 2009), para la integración eficaz de estos recursos en el aula de clase.

Así, las actividades que integran nuestra propuesta de libro interactivo permiten que se propicie una la identificación de los conocimientos mencionados, sin embargo, para que se logre ese objetivo, hace falta que los docentes se apropien de las tecnologías y que las reconozcan como herramientas provechosas para la enseñanza de las matemáticas, debido a la oportunidad que brindan para el aprendizaje, interacción y motivación.

Finalmente, las tecnologías pueden ser de gran ayuda para la enseñanza de las ecuaciones lineales con una incógnita y para el tratamiento de errores que se puedan presentar, lo que implica y reafirma la necesidad de que el docente se encuentre en constante actualización académica, con la finalidad de fortalecer sus conocimientos del contenido, pedagógicos, integrándolos de manera natural en lo que describimos como tecnológicos del contenido, tecnológicos pedagógicos, pedagógicos del contenido y TPACK.

Referencias Bibliográficas

- Cabero, J., Roig-Vila, R., y Mengual-Andrés, S. (2017). Conocimientos tecnológicos, pedagógicos y disciplinares de los futuros docentes según el modelo TPACK. *Digital Education Review*, 32, 85-96. DOI: <https://doi.org/10.1344/der.2017.32.73-84>
- Cenich, G., Araujo, S., y Santos, G. (2020). Conocimiento tecnológico pedagógico del contenido en la enseñanza de matemática en el ciclo superior de la escuela secundaria. *Perfiles educativos*, 42(167), 53-67. DOI: <https://doi.org/10.22201/iisue.24486167e.2019.167.59276>
- Collazos, P. (2020). *Diseño de una unidad didáctica con la metodología flipped classroom para la enseñanza de las ecuaciones de 1 grado para 2º de ESO en el marco de un Ecosistema Tecnológico de Aprendizaje* [Trabajo fin de Máster]. Universidad

- Internacional de la Rioja. Repositorio Digital Reunir. <https://reunir.unir.net/bitstream/handle/123456789/10054/Collazos%20M%c3%a9n%20de%20Patricia.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Díaz, J., Arsuaga E. y Riaño, J. (2005). *Introducción al Álgebra*. Netbiblo
- GeoGebra (21 de septiembre de 2022). *Editor de GeoGebraBook-el Libro GeoGebra*. GeoGebra. https://wiki.geogebra.org/es/Creando_un_Libro_GeoGebra#.C2.BFQu.C3.A9_es_un_Libro_GeoGebra.2FGeoGebraBook.3F
- Herrera, F. (2011). Aprendizaje en red y actividades digitales significativas. *Revista para la promoción y apoyo a la enseñanza del español*, (28), 4-7. https://sede.educacion.gob.es/publivena/descarga.action?f_codigo_agc=15009_19
- Kieran, C., y Filloy, E. (1989). El aprendizaje del álgebra escolar desde una perspectiva psicológica. *Enseñanza de las ciencias*, 7(3), 229-240. <https://ddd.uab.cat/pub/edlc/02124521v7n3/02124521v7n3p229.pdf>
- López, A. (2021). *Teoremas clásicos de Geometría haciendo uso de un libro interactivo de GeoGebra para la formación de profesores de Educación Secundaria* [Trabajo Fin de Grado]. Universidad de la Laguna. <https://riull.ull.es/xmlui/bitstream/handle/915/24101/Teoremas%20clasicos%20de%20Geometria%20haciendo%20uso%20de%20un%20libro%20interactivo%20de%20GeoGebra%2C%20para%20la%20formacion%20de%20profesores%20de%20Educacion%20Secundaria.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Mishra, P. y Koehler, M. (2006). Technological pedagogical content knowledge: A framework for teacher knowledge. *Teachers College Record*, 108(6), 1017-1054. <https://doi.org/10.1111/j.1467-9620.2006.00684.x>
- Mishra, P. y Koehler, M. (2009). What is technological pedagogical content knowledge? *Contemporary Issues in Technology and Teacher Education*, 9(1), 60-70. <https://citejournal.org/volume-9/issue-1-09/general/what-is-technological-pedagogicalcontent-knowledge/>
- Pérez, M., Diego, J., Polo, I., y González, M. (2019). Causas de los errores en la resolución de ecuaciones lineales con una incógnita. *Revista PNA de la Universidad de Granada* 13(2), 84-103. DOI: doi: <https://doi.org/10.30827/pna.v13i2.7613>
- Rojas, N. (2018). *Diseño, desarrollo e implementación de un videojuego como estrategia de evaluación en el proceso de aprendizaje de las ecuaciones de primer grado* [Tesis de Maestría]. Universidad de La Sabana. <https://repositorios.educacionbogota.edu.co/bitstream/handle/001/2703/Tesis%20Nelly%20Rojas.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Ruano, R., Socas, M., y Palarea, M. (2008). Análisis y clasificación de errores cometidos por alumnos de secundaria en los procesos de sustitución formal, generalización y modelización en álgebra. *PNA*, 2(2), 61-74. <https://digibug.ugr.es/bitstream/handle/10481/4441/Ruano2008Analisis.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

- Santos-Trigo, M. y Reyes-Martínez, I. (2014). The coordinated use of digital technology in learning environments. In L. Uden et al. (Eds.), *Learning Technology for Education in Cloud* (pp. 61-71). Communication in Computer and Information Science, 446. NY: Springer.
- Santos-Trigo, M., y Camacho-Machín, M. (2018). La resolución de problemas matemáticos y el uso de tecnología digital en el diseño de libros interactivos. *Education*. Siglo XXI, 36(3), 21-40. <https://doi.org/10.6018/j/349451>
- Schmidt, D., Baran, E., Thompson, A., Mishra, P., Koehler, M., y Shin, T. (2009). Technological pedagogical content knowledge (TPACK) the development and validation of an assessment instrument for preservice teachers. *Journal of research on Technology in Education*, 42(2), 123-149. DOI: <https://doi.org/10.1080/15391523.2009.10782544>
- Stake, R. (2007). Investigación con estudio de casos (Cuarta ed.). Madrid: Ediciones Morata.
- Tapia, H. (2021). Perfiles de conocimiento y uso de las TIC en profesores chilenos. *Revista de estudios y experiencias en educación*, 20(42), 233-255. doi: <https://doi.org/10.21703/rexe.20212042tapia14>
- Vaillant, D., Zidán, E. y Biagas, G. (2020). Uso de plataformas y herramientas digitales para la enseñanza de la Matemática, *Ensaio: Avaliação e Políticas Públicas em Educação*, 28(108), 718-740. doi: <https://doi.org/10.1590/S0104-40362020002802241>.
- Valbuena, S., Rodríguez, D., y Tavera, A. (2021). Perfiles de competencias TIC en la práctica educativa ante el reto de la enseñanza remota, *Sophia*, 17(1), 1-13. doi: <http://dx.doi.org/10.18634/sophiaj.17v.1i.1052>
- Secretaría de Educación Pública -SEP- (2017). *Aprendizajes clave para la educación integral*. Recuperado de: https://www.planyprogramasdestudio.sep.gob.mx/descargables/APRENDIZAJES_CLAVE_PARA_LA_EDUCACION_INTEGRAL.pdf