



REVISTA ELECTRÓNICA AMIUTEM

<https://revista.amiutem.edu.mx>

Publicación periódica de la Asociación Mexicana de Investigadores
del Uso de Tecnología en Educación Matemática

Volumen X Número 2 Fecha: julio-diciembre de 2022
ISSN: 2395-955X

Directorio

Rafael Pantoja R.

Director

Eréndira Núñez P.

Lilia López V.

Sección: Artículos de
investigación

Elena Nesterova

Alicia López B.

Verónica Vargas Alejo

Sección: Experiencias

Docentes

Esnel Pérez H.

Armando López Z.

Sección: GeoGebra

APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS USANDO HERRAMIENTAS TECNOLÓGICAS

José Carlos Cortés Zavala, Alejandro Herrera

jcortes@umich.mx, 9708625a@umich.mx

Universidad Michoacana de San Nicolás Hidalgo

Para citar este artículo:

Cortés, J. C., Herrera, A. (2022). Aprendizaje de las matemáticas usando herramientas tecnológicas. *REVISTA ELECTRÓNICA AMIUTEM*, X (2), 10-19.

REVISTA ELECTRÓNICA AMIUTEM, Año X, No. 2, julio-diciembre de 2022, Publicación semestral editada por la Asociación Mexicana de Investigadores del Uso de Tecnología en Educación Matemática A.C Universidad de Guadalajara, CUCEI, Departamento de Matemáticas, Matemática Educativa. B. M. García Barragán 1421, Edificio V Tercer nivel al fondo, Guadalajara, Jal., S.R. CP 44430, Tel. (33) 13785900 extensión 27759. Correo electrónico: revista@amiutem.edu.mx. Dirección electrónica: <http://revista.amiutem.edu.mx/>. Editor responsable: Dr. Rafael Pantoja Rangel. Reserva derechos exclusivos No. 042014052618474600203, ISSN: 2395.955X, ambos otorgados por el Instituto Nacional de Derechos de Autor. Responsable de la última actualización de este número, Asociación Mexicana de Investigadores del Uso de Tecnología en Educación Matemática A.C., Antonio de Mendoza No. 1153, Col. Ventura Puente, Morelia Michoacán, C.P. 58020, fecha de última modificación, 10 de julio de 2016. Las opiniones expresadas en los artículos firmados es responsabilidad del autor. Se autoriza la reproducción total o parcial de los contenidos e imágenes siempre y cuando se cite la fuente y no sea con fines de lucro. No nos hacemos responsables por textos no solicitados.

APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS USANDO HERRAMIENTAS TECNOLÓGICAS

José Carlos Cortés Zavala, Alejandro Herrera

jcortes@umich.mx, 9708625a@umich.mx

Universidad Michoacana de San Nicolás Hidalgo

Resumen

El siguiente documento está relacionado con el uso de artefactos matemáticos, los cuales pueden ser potencialmente útiles en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas escolares a nivel Medio Superior. A nivel internacional, se ha mostrado un creciente interés por integrar la tecnología moderna (ambientes de Geometría Dinámica, sistemas computacionales de álgebra, etc.) así como tecnología clásica (regla, compás y artefactos de dibujo antiguos) para enseñar matemáticas, hecho que se populariza rápidamente. Recordemos bien que la práctica de utilizar instrumentos tangibles en Matemáticas se ha incluido históricamente en los trabajos de grandes matemáticos.

Palabras Clave: artefactos matemáticos, medidores láser, geometría dinámica

Abstract

The following document is related to the use of mathematical artifacts, which can be potentially useful in teaching and learning school mathematics at the High School level. At the international level, there has been a growing interest in integrating modern technology (Dynamic Geometry environments, computer algebra systems, etc.) as well as classical technology (ruler, compass and ancient drawing artifacts) to teach mathematics, a fact that has been popularize quickly. Let us remember well that the practice of using tangible instruments in Mathematics has historically been included in the works of great mathematicians.

Keywords: mathematical artifacts, láser measurers, dynamic geometry

1. Introducción

Resultados de investigación constatan la importancia del uso de nuevas tecnologías en la enseñanza de las matemáticas y las ciencias, y en la incorporación al trabajo científico por parte de los estudiantes. En sesiones de trabajo dirigido, los alumnos son capaces de desplegar recursos matemáticos que se desencadenan por medio de la comprensión de nociones (Hoyos, Capponi y Génèves, 1998; Hoyos y Falconi 2005; Hoyos, 2006; Cortés y Soto, 2012), o se promueve la creatividad y el ingenio en el diseño científico mediante el uso de nuevas tecnologías (Verillon y Rabardel, 1995; Jörgensen, 1999).

Por otro lado, perspectivas teóricas y prácticas alternativas complementarias en didáctica de las matemáticas (Mariotti, *et al.*, 1997; Boero, 1998; Arzarello, 2004) argumentan a favor de la introducción en el salón de clases de contextos históricos de recreación de la experiencia científica, en particular aquéllos que tienen que ver con la práctica de la geometría y que utilizan modelos mecánicos o articulados de máquinas para dibujar o trazar, como un medio de generación de ideas o nociones matemáticas. Retomando a Dubinsky (Dubinsky, 1998) es necesario que usemos materiales concretos que permitan al alumno emplear las matemáticas.

Además, la metodología, las actividades y las secuencias curriculares utilizadas por el profesor, son diferentes a las de una forma tradicional de enseñanza, basada únicamente

en clases frontales. El papel del profesor es muy importante no sólo en la realización de actividades, sino también en su planificación y en la misma construcción o fabricación de instrumentos matemáticos, como mencionan Hoyos y Falconi (2005) en el prólogo de su libro “*Instrumentos y Matemáticas*”:

La fabricación misma de una máquina o juego matemático es un proceso que involucra diversas etapas de conceptualización, para lo que se requiere: 1) Un alto nivel de comprensión de las propiedades matemáticas que definen a la máquina o artefacto en términos abstractos; 2) La capacidad de definir a partir de esta conceptualización matemática (abstracta), un proceso de construcción de la máquina; 3) Finalmente se culmina con la transformación de esa definición “algorítmica” en un objeto manipulable y funcional (p. 12).

Este trabajo forma parte de un proyecto de investigación (Cortés 2005) más general en el que se involucra el uso de la tecnología, para crear espacios virtuales, el uso de artefactos mecánicos para realizar el trabajo concreto y el uso de herramientas matemáticas para obtener expresiones matemáticas. En particular en este proyecto se abordará lo relacionado con el uso de una herramienta tecnológica que es un medidor de distancia tipo láser (MDL) y un artefacto diseñado en madera que junto con el MDL forman lo que llamaremos el Teodolito Matemático (TM) figura 1, 2 y 3 el cual fue construido.

Figura 1. Medidor Láser



Figura 2. Base del teodolito matemático



Figura 3. Teodolito matemático



En este escrito se describen dos actividades de aprendizaje que se desarrollaron usando estas herramientas tecnológicas. La primera con el Teodolito Matemático y la segunda es empleando el medidor láser y un tacómetro digital.

2. Actividades y Desarrollo

Se presentan dos actividades de aprendizaje de matemáticas que se realizaron con estudiantes del segundo y cuarto semestre del bachillerato de la Escuela Antonio de Lisboa de Morelia.

2.1 Actividad uno. Medición de la altura de diversas edificaciones de la ciudad.

2.1.1 Usando el Teodolito Matemático medir la altura de una pared de la escuela (Figuras 4, 5 y 6).

Figura 4.

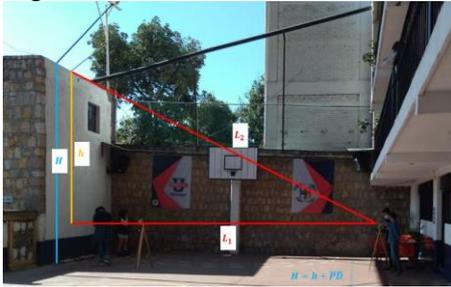


Figura 5.

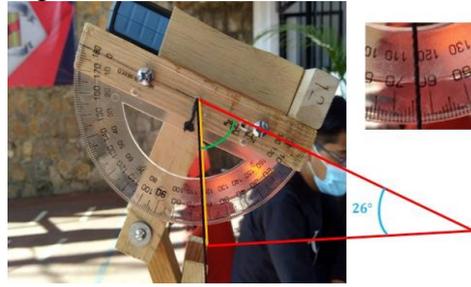


Figura 6.



2.1.2 Usando el Teodolito Matemático medir la altura del obelisco a Lázaro Cárdenas de Morelia (Figuras 7, 8, 9 y 10).

Figura 7.



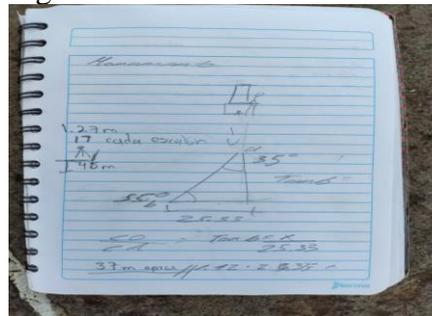
Figura 8.



Figura 9.



Figura 10.



Como se ve en la figura 4 con el TM obtienen 3 mediciones: la distancia de la base, la distancia de lo que sería la hipotenusa y el ángulo de inclinación. Para la siguiente actividad, se modificó el TM quitando el medidor láser y colocando un tubo como visor (Figuras 11 y 12). Esto con la finalidad de que solo tuvieran dos medidas: de la base y el ángulo adjunto

Figura 11.



Figura 12.



2.1.3 Usando el Teodolito Matemático medir la altura de la Catedral de Morelia (Figuras 13, 14, 15 y 16).

Figura 13.



Figura 14.



Figura 15.



Figura 16.



Actividad 2.2

Relacionando a través de funciones las distancia entre un objeto y el lugar de medición.

Introducción a la construcción de funciones

Introducción:

Una función matemática es la relación que hay entre una magnitud y otra, cuando el valor de la primera depende de la segunda.

- Variable dependiente. Es la que depende del valor de la otra magnitud.
- Variable independiente. Es la que define la variable dependiente.



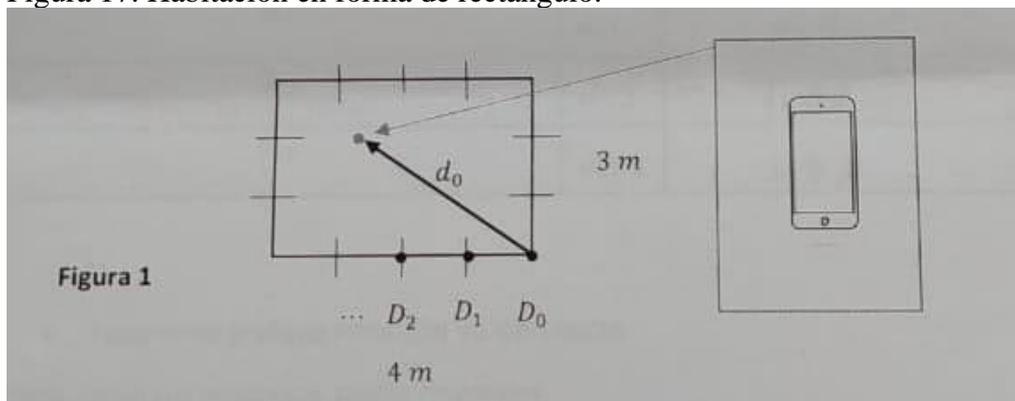
Ejercicio 1. Usando el Medidor láser

Nos interesa explicar de dónde sale la relación entre la variable independiente y la variable dependiente, para ello se le pide analizar la siguiente situación:

Una persona se encuentra en la entrada de una habitación rectangular de 4m x 3m cuando suena su teléfono que se encuentra casi en la esquina contraria de la habitación, por lo que se pregunta:

- a) A qué distancia estará mi teléfono?
 - b) Cuál será la distancia más corta entre mi teléfono y yo respecto a mi posición en la habitación?
 - c) Cuál será la mayor distancia entre el teléfono y yo si me desplazo a lo largo del perímetro de la habitación?
- En un lugar grande simule la habitación haciendo un rectángulo de 4m x 3m. Divida el perímetro del rectángulo en segmentos de 1m tal y como se muestra en la figura 17.

Figura 17. Habitación en forma de rectángulo.



Tenemos un total de 14 posiciones a lo largo del perímetro del rectángulo las que llamaremos $D_0, D_1 \dots D_{13}$. Con ayuda del medidor de distancia láser, mida la distancia de la posición D_0 al teléfono y llámela d_0 , repita lo mismo D_1 hasta D_{13} . Llene tabla 1 de valores que se muestra y posteriormente grafica los puntos obtenidos.

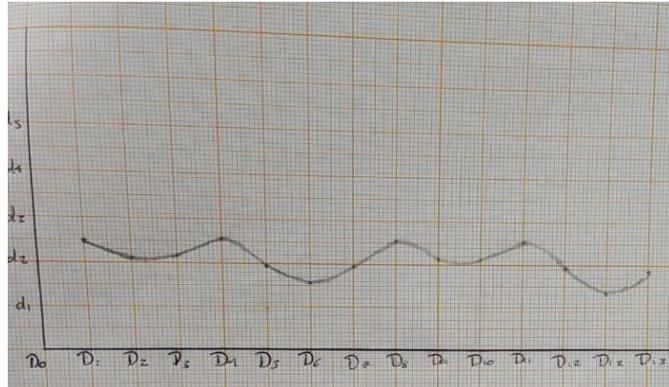
Tabla 1. Valores calculados de la posición del telefono

D	d
0	
1	
2	
3	
4	
13	

Los resultados obtenidos se muestran en la tabla 2 y figura 18:

Tabla 2. Datos de la medición Figura 18. Gráfica de los datos

POSICIÓN	DISTANCIA AL TELÉFONO	
D_0	d_0	2.54
D_1	d_1	2.14
D_2	d_2	2.19
D_3	d_3	2.63
D_4	d_4	1.94
D_5	d_5	1.65
D_6	d_6	1.98
D_7	d_7	2.62
D_8	d_8	2.17
D_9	d_9	2.18
D_{10}	d_{10}	2.6
D_{11}	d_{11}	1.9
D_{12}	d_{12}	1.38
D_{13}	d_{13}	1.87



Se les pregunta también

¿Cuál es la variable independiente?

¿Cuál es la variable Dependiente?

De acuerdo a la gráfica ¿cuál es la distancia menor?

¿Cuál es la mayor distancia entre la persona y el teléfono?

Los resultados fueron (Figura 19):

Figura 19. Respuestas a las preguntas por un alumno

Ahora, según sus resultados, podría responder:

- ¿Cuál es la variable independiente? *Posición*
- ¿Cuál es la variable dependiente? *Distancia*
- Según su gráfica, ¿Cuál es la distancia menor?, ¿En qué posición? *1.9 d11*
- ¿Cuál es la mayor distancia entre la persona y el teléfono? *D0 2.54*



Ejercicio 2. Usando un Tacómetro Digital

Se tiene un motor (12V) que se encuentra conectado a una fuente de poder y a un regulador de voltaje (0-12V), dicho regulador solo se puede aumentar de 0.5V en 0.5V y de 1V en 1V. Nos interesa saber la cantidad de vueltas que el motor da, dependiendo de la variación del voltaje, además cómo es la razón de cambio de las RPM dependiendo del voltaje, sabemos que la cantidad de vueltas es constante y que en 0.5V nos da un total de 150RPM (RPM: Revoluciones por minuto.)

2.1 Con los datos que se proporcionan en el ejercicio responda:

- ¿Cuántas mediciones se pueden obtener si va incrementando el voltaje de 0.5V?
- ¿Cuántas mediciones si lo hace de 1V?
- ¿Cuántas vueltas da el motor si se le proporciona una alimentación de 5V?

2.2 Ahora que ya respondió las preguntas, de acuerdo a los datos proporcionados genere una tabla de valores como se muestra en la Tabla 3:

Tabla 3. Tabla para ser llenada con los datos de medición a 0.5 V.

Voltaje (V)	Revoluciones por minuto (RPM)
0	
1	
2	
3	
4	
5	
...	
10	
11	
12	

Una vez completada su tabla, grafique V contra RPM.

- Repita la tabla 3, pero ahora con incrementos de voltaje de 0.5 (Tabla 4).

Tabla 4. Tabla para ser llenada con los datos de medición a 1 V.

Voltaje (V)	Revoluciones por minuto (RPM)
0	
0.5	
1	
1.5	
2	
2.5	
3	
3.5	
...	
12	

Una vez completada su tabla, grafique V contra RPM.

Responda lo siguiente:

- a) ¿Cómo se comporta la gráfica?

b) ¿Cómo se llama este tipo de función?

c) Obtener una expresión analítica

Conclusiones

El uso de artefactos matemáticos para que los alumnos aprendan matemáticas, ayuda al entendimiento de algunas ideas matemáticas. Usar un medidor de distancia láser agregando un tripié, nos permite fabricar un teodolito y con ello podremos hacer cálculo de alturas usando las funciones trigonométricas, tomando la distancia de la base y el ángulo de inclinación. Al hacer esta práctica con los estudiantes, por un lado, se obtiene una buena motivación y por otro la aplicación práctica de lo que ven en el salón de clase.

Lo mismo pasa con el uso del tacómetro digital al medir las revoluciones por minuto de un motor e ir variando el voltaje, estamos por un lado viendo un movimiento circular que puede representarse a través de una función seno o coseno, nuevamente vemos aplicación de las matemáticas. Todas estas actividades pueden considerarse un trabajo con materiales concretos y con ellos tener buenas aproximaciones. Posteriormente se puede realizar estas actividades usando software de geometría dinámica como GeoGebra y encontrar una mejor aproximación.

Bibliografía

- Bartolini, M. (2007) *Experimental mathematics and the teaching and learning of proof*. Research funded within the PRIN 2005019721 on "Meanings, conjectures, proofs: from basic research in mathematics education to curricular implications.
- Bartolini, M. G. et al. (2004). *The MMLAB: a laboratory of geometrical instruments*. Comunicazione orale all'interno del minisimposio Applicazioni della Matematica all'industria culturale.
- Bartolini, M. et al. (2003). *Learning Mathematics with tools*. U.M.I. (The association of school and university teachers of Mathematics), The paper is a part of the book that is presented at ICME.
- Cortés, C. y Soto, H. (2012). Experimentación con un grupo de estudiantes de bachillerato con hojas de trabajo relacionadas con la parábola y elipse usando artefactos concretos. Tesis de Licenciatura, Facultad de Ciencias Físico Matemáticas UMSNH, México
- Dubinsky (1998). *Applying a Piagetian Perspective to Post-Secondary Mathematics Education*. Georgia State University, Atlanta, Georgia, USA.
- Hoyos, V. (2006). *Funciones Complementarias de los artefactos en el aprendizaje de las transformaciones geométricas en la escuela secundaria*. ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS, 2006, 24(1), pp. 31–42.
- Hoyos y Falconi. (2005). *Instrumentos y matemáticas: historia, fundamentos y perspectivas educativas*. Ed. UNAM.
- Hoyos, V., Capponi, B. y Génevès, B. (1998). *Simulation of drawing machines on Cabri-II and its dual algebraic symbolization...*, en *Proceedings of CERME1*, <<http://www.fond.uniosnabrueck.de/ebooks/erme/cerme1-proceedings/cerme1-proceedings.html>>. Alemania: Universidad de Osnabrueck.
- Jorgensen, L. (1999). *Involving Middle Students in Research Design*. Proceedings of CSCL99.

- Mariotti, M. A., Bartolini Bussi, M., Boero, P., Ferri, F. y Garuti, R. (1997). *Approaching Geometry Theorems in Contexts: From History and Epistemology to Cognition*, en *Proc. XXI PME Int. Conf.*, 1, pp.180-195, Finlandia: Lathi.
- Maschietto, M. y Martignone, F. *Activities with Mathematical Machines Pantographs and curve drawers*. Research funded by MIUR (PRIN 2005019721).
- Verillon, P. y Rabardel, P. (1995). *Cognition and Artefacts: A Contribution to the Study of Thought in Relation to Instrumented Activity*. *European Journal of Psychology of Education*, 10(1), pp. 77-101.