



REVISTA ELECTRÓNICA AMIUTEM

<https://revista.amiutem.edu.mx>

Publicación periódica de la Asociación Mexicana de Investigadores
del Uso de Tecnología en Educación Matemática

Volumen IX Número 1 Fecha: enero-junio de 2021

ISSN: 2395-955X

Directorio

Rafael Pantoja R.

Director

Eréndira Núñez P.

Lilia López V.

Sección: Selección de

artículos de investigación

Elena Nesterova

Alicia López B.

Verónica Vargas Alejo

Sección: Experiencias

Docentes

Esnel Pérez H.

Armando López Z.

Sección: GeoGebra

DESARROLLO DE COMPETENCIAS MATEMÁTICAS Y USO DE TECNOLOGÍA CON DOCENTES DE BACHILLERATO

Arturo Bueno Tokunaga, Noelia Londoño Millán, José Luis Véliz Torres, Juan
Josué Enciso Cárdenas

arturobueno@uadec.edu.mx, noelialondono@uadec.edu.mx,
jose.veliz@uadec.edu.mx, jenciso@uadec.edu.mx

Universidad Autónoma de Coahuila

Para citar este artículo:

Bueno, A., Londoño, N., Véliz, J. L., Enciso, J. (2021). Desarrollo de competencias matemáticas y uso de tecnología con docentes de bachillerato. *REVISTA ELECTRÓNICA AMIUTEM*. Vol. IX, No. 1, pp. 57-76. Publicación Periódica de la Asociación Mexicana de Investigadores del Uso de Tecnología en Educación Matemática. ISSN: 2395-955X. México: Editorial AMIUTEM.

REVISTA ELECTRÓNICA AMIUTEM, Año IX, No. 1, enero-junio de 2021, Publicación semestral editada por la Asociación Mexicana de Investigadores del Uso de Tecnología en Educación Matemática A.C Universidad de Guadalajara, CUCEI, Departamento de Matemáticas, Matemática Educativa. B. M. García Barragán 1421, Edificio V Tercer nivel al fondo, Guadalajara, Jal., S.R. CP 44430, Tel. (33) 13785900 extensión 27759. Correo electrónico: revista@amiutem.edu.mx. Dirección electrónica: <http://revista.amiutem.edu.mx/>. Editor responsable: Dr. Rafael Pantoja Rangel. Reserva derechos exclusivos No. 042014052618474600203, ISSN: 2395.955X, ambos otorgados por el Instituto Nacional de Derechos de Autor. Responsable de la última actualización de este número, Asociación Mexicana de Investigadores del Uso de Tecnología en Educación Matemática A.C., Antonio de Mendoza No. 1153, Col. Ventura Puente, Morelia Michoacán, C.P. 58020, fecha de última modificación, 10 de julio de 2016. Las opiniones expresadas en los artículos firmados es responsabilidad del autor. Se autoriza la reproducción total o parcial de los contenidos e imágenes siempre y cuando se cite la fuente y no sea con fines de lucro. No nos hacemos responsables por textos no solicitados.

DESARROLLO DE COMPETENCIAS MATEMÁTICAS Y USO DE TECNOLOGÍA CON DOCENTES DE BACHILLERATO

Arturo Bueno Tokunaga, Noelia Londoño Millán, José Luis Véliz Torres, Juan Josué Enciso Cárdenas

arturobueno@uadec.edu.mx, noelialondono@uadec.edu.mx, jose.veliz@uadec.edu.mx,
jenciso@uadec.edu.mx

Universidad Autónoma de Coahuila

Resumen

El presente artículo está orientado a documentar los resultados obtenidos al implementar una metodología didáctica que promoviera el desarrollo de competencias matemáticas y uso de tecnología con profesores de bachillerato. Esta investigación tuvo lugar en Nueva Rosita Coahuila, en la cual participaron 25 docentes de Enseñanza Media Superior (EMS), estos contaban con experiencia docente y con una carrera profesional. La metodología didáctica consistió en diseñar y aplicar un conjunto de problemas en contexto que incluía un diagnóstico y varias tareas matemáticas que los docentes debían analizar, desarrollar, discutir, comunicar, para finalizar con una institucionalización. Parte de los resultados fueron los siguientes: en el diagnóstico se identificaron varias áreas de oportunidad en el uso de las distintas representaciones, así como también en la apropiación de los conceptos matemáticos involucrados. A medida que el proyecto avanzó pudo percibirse un avance significativo del desempeño de los docentes en los temas de variación y uso de tecnología, y en competencias matemáticas, de lo cual daremos cuenta en los párrafos siguientes.

Palabras clave: múltiples representaciones, competencias docentes, variación, problemas en contexto.

Abstract

This paper aimed to document the results obtained by implementing a didactic methodology that promotes the development of mathematical competencies and the use of technology in high school teachers. This research took place in Nueva Rosita Coahuila; Twenty-five teachers of Upper Secondary Education (High School) participated. They all had a teaching degree and teaching experience. The didactic methodology consisted of designing and applying a set of problems that included a diagnosis and various mathematical tasks that teachers had to analyze, develop, discuss, communicate, and get to an institutionalization. As part of the results, we identified several opportunities, using the different representations and the appropriation of the mathematical concepts involved. As the project progressed, we observed a significant advance in the teacher's performance in the subjects of variation, use of technology, and mathematical competencies, which we will report in the following paragraphs.

Keywords: multiple representations, teaching competencies, variation, problems in context.

Introducción

Varios países buscan elevar el nivel de logro académico de todo el estudiantado, en lo referente a los aprendizajes esperados del área de matemáticas, el propósito en el mundo actual es, que el alumno logre desarrollar sus competencias en el área de matemáticas, ya que eso le permitirá argumentar y estructurar de mejor manera sus juicios, ideas y razonamientos. Uno de los conceptos matemáticos importantes donde los alumnos presentan dificultades, no solo para comprender, sino también para identificar es el concepto de variación, por lo que es una problemática que se debe atender.

Con el fin de impactar en esta problemática, se plantea una propuesta metodológica basada en la teoría de las representaciones semióticas y la resolución de problemas en contexto (RP) y con ello propiciar el desarrollar competencias en los docentes del bachillerato, la metodología consiste en resolver problemas reales en contexto, en los que los docentes puedan incorporar una metodología que incluya: diagnóstico, uso de software, exploración, socialización, resolución de problemas, institucionalización y planteamiento de nuevos problemas.

Además, en un mundo globalizado con avances diarios en la tecnología, es importante y de gran ayuda la incorporación de ésta en el trabajo áulico, y sobre la base del modelo STEAM (*Science, Technology, Engineering, Arts and Mathematics*), el cual brinda otras alternativas para visualizar más y mejor, permitiendo al estudiante herramientas y oportunidades para la comprensión, comunicación, argumentación y solución de problemas, además, propicia el tránsito entre los distintos RSR, lo que lleva hacia la aprehensión y asimilación del concepto que está en proceso de aprendizaje. Para el área del cambio o variación, que tiene la particularidad de utilizar distintos RSR. y que incide en las actividades esenciales del conocimiento como lo son: la conceptualización, el razonamiento, la RP y la comprensión de enunciados, generando así actividades fundamentales para el aprendizaje.

En el tema de variación matemática, las acciones deben ser detonantes para que el aprendizaje de los alumnos pueda ser aplicado en su contexto y esto fundamenta la metodología didáctica implementada en este trabajo de investigación.

En el ámbito nacional, se observan los resultados emitidos por la SEP (2017), dentro del Plan Nacional para la Evaluación de los Aprendizajes (PLANEA), publicados en 2015 y 2016, dicha evaluación es el examen estandarizado que sustituye al examen ENLACE y los resultados que ahora se reportan (Figura 1), siguen indicando bajos índices de aprovechamiento de los alumnos mexicanos en el nivel bachillerato y el nivel de logro de nuestros estudiantes (casi el 50%), los clasifican en el “Nivel I”, (el cual es el más bajo).

Comparativo 2015-2016				
SEP SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA			INEE Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación México	
PLANEA MEDIA SUPERIOR 2015 RESULTADOS NACIONALES MATEMÁTICAS			PLANEA MEDIA SUPERIOR 2016 RESULTADOS NACIONALES MATEMÁTICAS	
NIVEL DE DOMINIO	NÚMERO DE ALUMNOS EVALUADOS *	PORCENTAJE DE ALUMNOS DEL ÚLTIMO GRADO EN CADA NIVEL DE DOMINIO	NIVEL DE LOGRO	PORCENTAJE DE ALUMNOS DEL ÚLTIMO GRADO EN CADA NIVEL DE LOGRO
I	526,919	51.3	I	49.2
II	307,013	29.9	II	30.0
III	126,850	12.4	III	14.4
IV	66,234	6.4	IV	6.3
TOTAL	1,027,016	100	TOTAL	100.0

Figura 1. Resultados publicados (Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación).

Referentes teóricos

Tanto importa el dominio del área del conocimiento matemático como las competencias docentes, estos dos aspectos se consideran esenciales para el ejercicio de la profesión, en cualquiera que sea el nivel escolar al que este dirigido, a este respecto nuestra idea es coincidente con los planteamientos hechos por Dolores, et al., (2014).

Partimos de que el objetivo general de la formación profesional es desarrollar competencias para que los futuros profesores puedan propiciar o producir aprendizaje de la matemática. Para que esto sea posible es necesario dominar el saber matemático, conocer cómo aprenden los estudiantes y, sobre estas bases, poder utilizar o diseñar los métodos, procedimientos y medios didácticos que posibiliten el aprendizaje. Por tanto, la formación del profesor de Matemáticas se articula sobre la base de tres áreas fundamentales: matemática, pedagógica y docente (Dolores, et al., 2014, pág. 7).

Dado lo vasta que es la lista de competencias docentes, se hace necesario precisar el tipo de competencia al que se hará referencia en este artículo, en particular se abordaran dos, por un lado lo que respecta al dominio del uso de la tecnología y por otro el dominio matemático referido específicamente a tema de variación analizado desde distintos registros de representación, ya que estos elementos se conciben como parte fundamental de una estructura que permite darle sentido a los procesos de enseñanza en todos los niveles en particular en el medio superior.

Las competencias docentes de las que se hablarán tienen que ver con lo referido sobre “Organizar y animar situaciones de aprendizaje” planteado por Perrenoud (2000). En esta competencia se espera que el docente conozca la disciplina que debe enseñar, también hace alusión al quehacer pedagógico el cual implica tener capacidad para enunciar los objetivos de aprendizaje, conocer los errores de los estudiantes para trabajar sobre ellos, así como también que el docente pueda crear secuencias didácticas y proponer proyectos o

investigaciones en los cuales los alumnos se conviertan en actores principales del proceso de aprendizaje. En lo referente al contexto matemático se contempla el estudio de la variación y los elementos que la componen.

Sobre la variación

La variación es uno de los temas centrales que se deben estudiar en matemáticas es considerado dentro de las matemáticas importantes que deben incluirse en todo currículo en los distintos niveles educativos (NCTM, 2000). Aunque este concepto sea utilizado mayormente en cálculo, es pertinente promoverse desde edades tempranas para que se logre su apropiación y pueda aplicarse en diferentes contextos, (SEP, 2019). Conocer sobre la variación permite el acercamiento a muchos temas de matemáticas ahí radica su importancia y como es casi imposible hablar de constructos matemáticos particularmente de la variación sin incluir las representaciones semióticas, aunque este no es un tratado de ellas dedicaremos una parte del documento para explicar desde que contexto se estuvieron utilizando.

¿Qué es una representación semiótica?

En el proceso de enseñanza de las matemáticas juega un papel concluyente el uso de símbolos, signos, gráficas, expresiones algebraicas, tablas figuras geométricas, lenguaje natural, entre otras. El uso de estos distintos signos y símbolos permite que se tengan elementos o herramientas para explicar un concepto matemático abstracto, (en particular el de variación) y quien aprende pueda asociar, juntar, convertir, esos elementos para comprender el concepto matemático. Desde esta perspectiva las representaciones semióticas son los medios o vías usados para dar a conocer o para entender un contenido o concepto matemático. Dada la naturaleza de constructos matemáticos se hace necesario usar distintas herramientas para acceder a ellos. Desde el punto de vista de Duval (1999) al comparar las herramientas con las que cuenta las matemáticas frente a otras áreas como la biología, física etc. expone:

Los objetos matemáticos no son objetos reales, como pueden ser los propios de la biología y la física que pueden ser manipulables. De aquí la necesidad de describir y aprender cómo funcionan ciertos sistemas de representación: representaciones de escritura decimal de los números, representaciones gráficas de formas (funciones o no), representaciones de la escritura literal y algebraica, representaciones que son las figuras en geometría (Duval, 1999, p. 140).

En la enseñanza de las matemáticas es frecuente que se privilegie un registro de representación semiótico más que otros, bien sea porque se desconocen los demás, o porque algunos son más accesibles. También sucede que la mayor preocupación en muchos casos es concluir un programa prediseñado, y resulta más fácil, tratar de enseñar únicamente representaciones mentales. Lográndose con esto que se confunda el objeto que se quiere enseñar con su representación; en este sentido Duval (1993) indica que el uso exclusivo de uno y solo un registro de representación, restringe “el desarrollo de representaciones mentales, el cumplimiento de funciones cognitivas, así como también la producción de conocimientos”. Por lo que puede considerarse que un proceso educativo con estas características no contribuye a que se den las herramientas suficientes para que el alumno construya y se apropie de un conocimiento en forma consistente.

Rescatando las diferentes representaciones con las que se cuenta vale la pena considerar lo que plantea Kaput: “No hay actividad matemática significativa posible sin las formas materiales para su expresión”. Kaput (1987), citado por Duval (1999) (la traducción es nuestra). Quien enseña debe ser consciente que estas formas materiales de las que se hablan son necesarias, pero no constituyen el objeto del conocimiento en sí mismo.

Transformaciones fundamentales en los registros semióticos

Al mencionar la teoría de las representaciones se considera como una necesidad referirse a dos transformaciones fundamentales, definidas por Duval: la primera de ellas es el *tratamiento* (transformación interna) definida así: “Es la transformación de una representación en el registro mismo donde ha sido formada”, Duval (1993) p. 121. Desde luego que el tipo de transformación (tratamiento) que se haga debe obedecer a las necesidades que surjan en la consecución de un concepto, o solución de un problema esto estará determinado por el uso y no por reglas preestablecidas. A continuación, se muestra un esquema que hace alusión a los dos procesos mencionados.

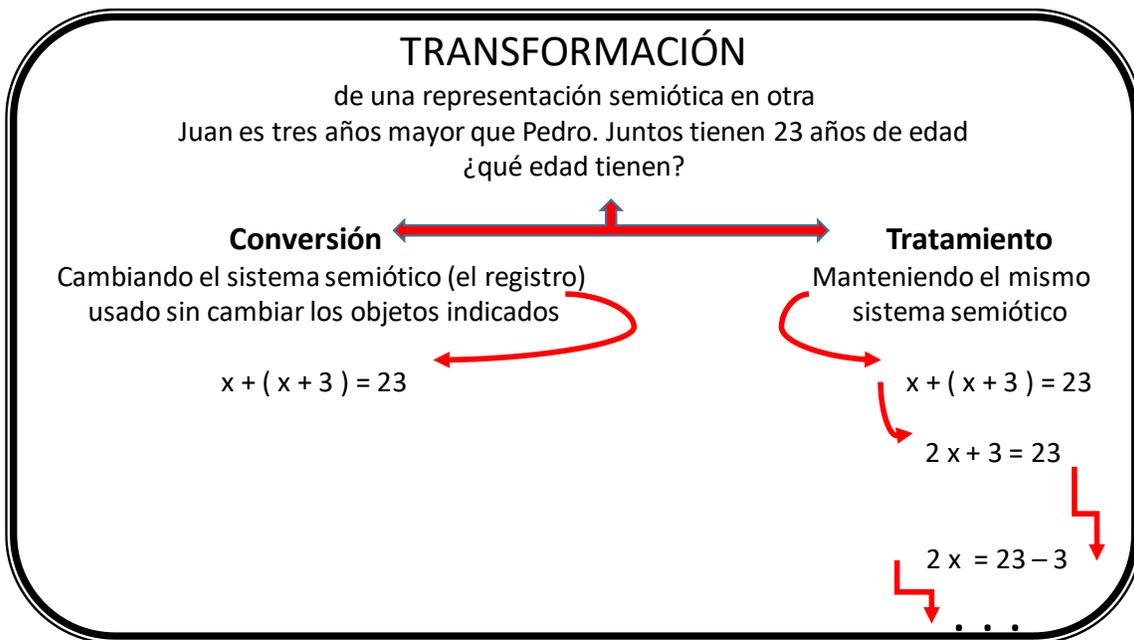


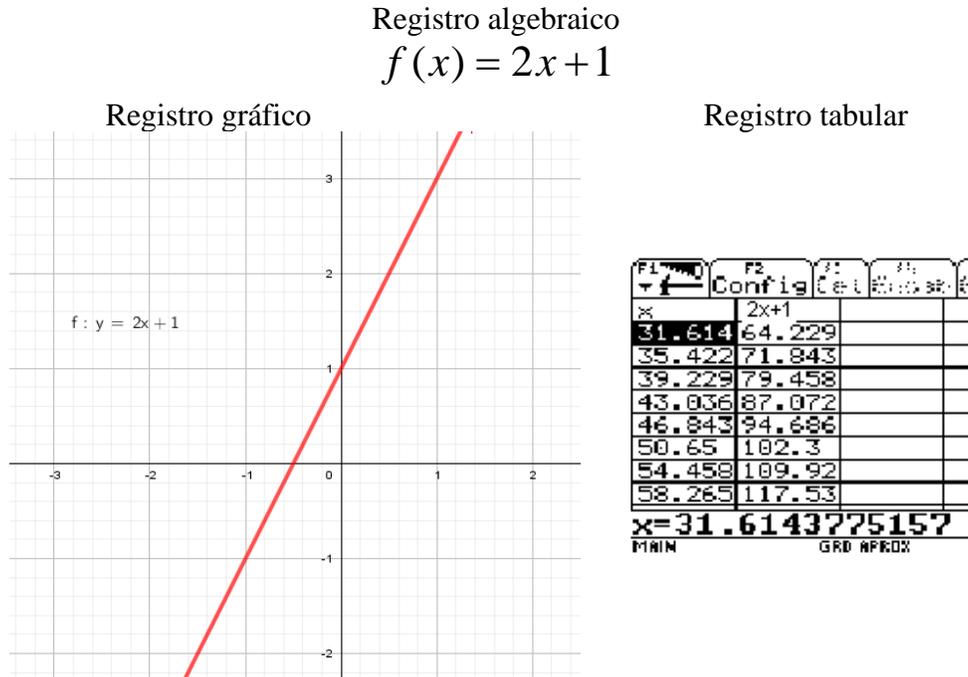
Figura 2. Esquema de los dos procesos cognitivos fundamentales del pensamiento dentro de la teoría de representaciones.

Una segunda transformación fundamental de una representación es la *conversión* denominada también transformación *externa*; tiene que ver con el cambio entre diferentes registros de representación, que bien pueden ser verbales, gráficos, tablas y algebraicos. Aquí se requiere que la nueva representación a utilizar conserve las características del objeto. Como un ejemplo de la transformación externa se harán diferentes registros de representación de la función lineal. Es necesario dejar en claro que los distintos registros empleados no definen la función lineal, solamente son representaciones de ella.

$$y = 2x + 1$$

Tabla 1.

Tres distintos registros de representación de una misma función lineal.



Aunque no es un requisito realizar todas las transformaciones entre los diferentes registros de representación posibles de un mismo constructo matemático, este resultará más entendible en la medida que se tenga dominio de las diferentes transformaciones y el uso de las reglas de procesamiento que entre ellas exista, la figura 3 representa las diferentes formas en que pueden interactuar los registros semióticos de representación en lo que concierne a la conversión.

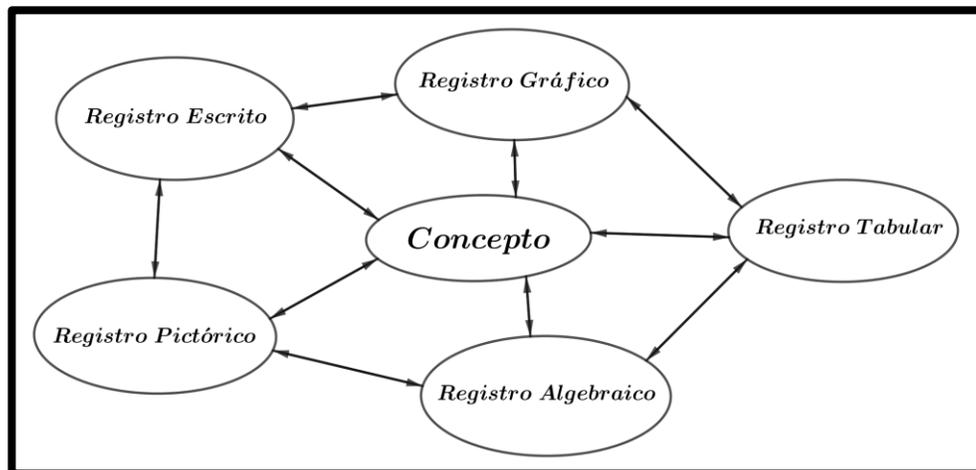


Figura 3. Interacciones entre distintos registros semióticos de representación.

Metodología

Cada uno de los elementos descritos anteriormente referidos a las representaciones se consideran pertinentes y necesarios en el dominio de los docentes en ejercicio, aunque el conocerlos no implica su uso, sí proporcionan más herramientas que le ayudarán a tomar decisiones importantes a la hora de impartir las clases. En este sentido y considerando que la elección y el uso de la tecnología debe ser un factor fundamental y predominante, durante el desarrollo de este proyecto de investigación se impartieron cursos de manejo de software tales que permitieran precisamente vincular diferentes registros de representación, entre ellos software de matemáticas dinámicas de GeoGebra, el uso del Excel, la calculadora graficadora Casio y también el uso de sensores.

Participantes en el estudio. En esta investigación participaron 25 maestros de matemáticas en ejercicio del nivel bachillerato de diversas escuelas de la zona norte del estado de Coahuila, México, todas las actividades se llevaron a cabo en una preparatoria pública, cada docente fue invitado a las sesiones de trabajo durante los meses de septiembre, octubre y noviembre de 2019. En el marco del “Diplomado en Desarrollo en Competencias Matemáticas”. Al indagar acerca de sus profesiones se obtuvo en su mayoría son ingenieros 68% y el 24% cuenta con estudios de maestría, aunque hay personas con una carrera no afín ni a la docencia ni a la disciplina, estos resultados locales son coincidentes, en lo referente al perfil profesional expuesto por Martínez, (2007). La información obtenida se concentró en la tabla 2.

Tabla 2.

Perfil académico de los docentes participantes en el estudio. Fuente: elaboración propia.

Licenciatura	Ingeniería	Maestría	Licenciaturas no afines al área de matemáticas
1	17	6	1

Diseño de los instrumentos. Los instrumentos aplicados fueron de dos tipos, el primero fue un diagnóstico conformado por problemas de variación, que requerían la identificación de dos registros de representación el gráfico y el icónico; mientras que los segundos estuvieron conformados por el diseño de las actividades para las cuales se tomó en cuenta el currículo de la SEP (2019) de la E. M. S., de la asignatura matemática IV que es “pensamiento y lenguaje variacional” y el contenido es “tratamiento de las representaciones del cambio en distintos contextos”, dichas actividades para que los docentes mostraran sus esquemas sobre la variación aplicada en distintos contextos, además de que, tuvieran la oportunidad de buscar la solución apoyándose con los registros de representación y el uso de materiales didáctico concreto (Tabla 3); por cuestiones de espacio aquí solo abordaremos la actividad denominada problema de la caja de lácteos y la cual describiremos más adelante.

Tabla 3.
Resumen de los instrumentos diseñados para este estudio.

Actividad	Nombre	Representaciones utilizadas	Clase de trabajo	Instrumento recolectado
1	Diagnóstico	Icónica - gráfica	Individual	Hoja de trabajo escrita
2	Estructura del marco tragaluz	Lenguaje natural - icónico Algebraico	Equipos en binas	Hoja de trabajo escrita Fotografías
3	Problema de la caja de lácteos	Lenguaje natural - icónico Algebraico tabular	Equipos en binas	Hoja de trabajo escrita Fotografías

Descripción de la hoja de trabajo *problema de la caja de lácteos*. Se propone la construcción de un recipiente (el cual puede servir para contener o envasar lácteos), a partir de una hoja de papel tamaño carta (21.59 cm x 27.94 cm), la cual es unida en uno de sus lados (Figura 4), una parte encima de la otra y realizar la unión, construyendo así un cilindro. Posteriormente, a partir del cilindro construido, al aplanarse da forma a una figura rectangular doble y unida, a continuación, se le marcan cuadrados iguales a cada una de las esquinas y en estos cuadrados se marca su diagonal, esto permitirá al doblar siguiendo estas marcas diagonales, construir el paralelepípedo. Al realizar los dobleces se construye el recipiente, donde los cuadrados marcados en las esquinas determinan la mitad del espesor del recipiente (ya que al ser doble entonces se determina el espesor total).

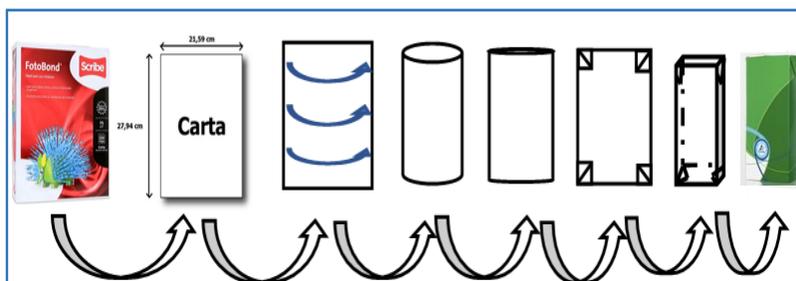


Figura 4. Secuencia de construcción y armado del recipiente paralelepípedo a partir de una hoja tamaño carta.

Se presentan las argumentaciones del proceso para el desarrollo, armado y construcción del recipiente para lácteos. El docente debe responder lo siguientes cuestionamientos: ¿Qué proceso utilizaste en la construcción y armado de tu caja de lácteos?; ¿Existe variación en el volumen final de la caja de lácteos?; ¿De qué depende el volumen?; ¿Cuáles son las variables dependiente e independiente?; ¿Se podrá encontrar un volumen máximo de la caja? ¿qué tipo de competencias se desarrollan al realizar el trabajo en equipo?

Descripción de la propuesta didáctica

Se puede considerar que la puesta en práctica de la actividad didáctica se mantuvo siempre respetando el siguiente protocolo: Organizar equipos de trabajo de preferencia en binas,

proporcionar material concreto para la aplicación de la actividad al grupo, estos materiales incluyen también las hojas de trabajo. Parte de la tarea del investigador fue observar y registrar la interacción y comunicación de las ideas matemáticas en la resolución del problema planteado.

Propiciar la socialización de los procesos de resolución por parte de los equipos, en los cuales se verifican: las competencias que se están desarrollando, la comunicación de estrategias de control, la implementación de heurísticas, los patrones encontrados, los recursos empleados.

La institucionalización de los conocimientos por parte del docente en clase y preferentemente (si es posible) por parte de los alumnos del grupo. Generalizar el conocimiento tendrá el punto culminante de esta secuencia didáctica, puesto que ha logrado desarrollar sus competencias y tendrá la oportunidad de proponer nuevos problemas y adaptarlos en su vida diaria, y esto es lo que se está buscando que logren todos los estudiantes de todos los niveles educativos.

En el proceso y antes de la institucionalización, se puede visualizar la resolución del problema propuesto empleando la hoja electrónica de Excel, así como el GeoGebra haciendo aún más atractivo la transmisión de los conceptos matemáticos.

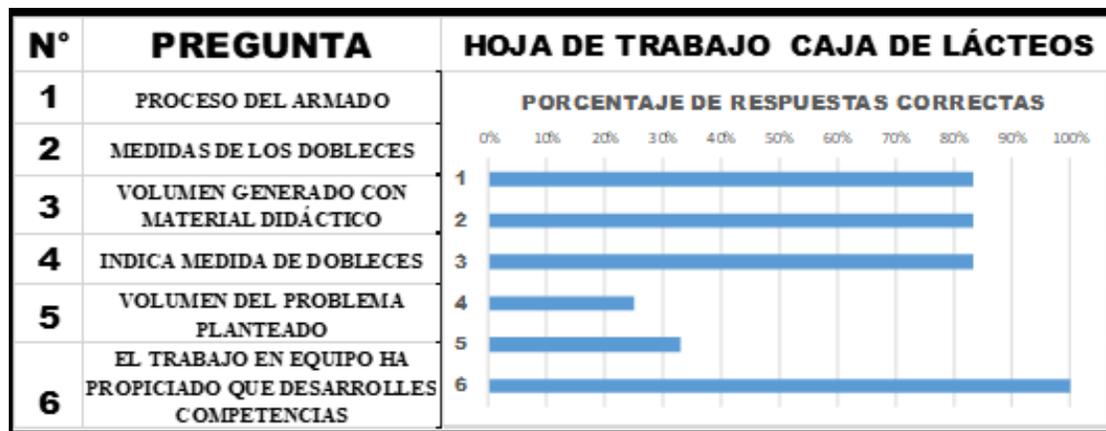
Resultados y análisis

Con respecto a la primera pregunta, ¿Qué proceso utilizaste en la construcción y armado de tu caja de lácteos?, el 80% de los docentes logran visualizar que existe variación al interactuar con el material didáctico otorgado, y visualizar que los diferentes tipos de dobleces asignados, les determina diferentes respuestas del volumen.

En el porcentaje del 80% de respuestas correctas (Tabla 4), se manifiestan y evidencian las competencias que hasta este momento han desarrollado los docentes, ya que sus argumentos satisfacen el requerimiento de evaluación esperado, así como las ideas matemáticas comunicadas, el proceso de armado y desarrollo de la caja, todas estas expectativas que se esperan de la gran mayoría de los docentes, se encuentra dentro del rango de respuestas aceptables (Figura 5).

Tabla 4.

Resultados de la actividad “caja de lácteos”.



Equipo #2

1. Dentro del siguiente espacio en blanco, explica el proceso que sigues para el armado y construcción del envase para lácteos, utilizando el material que se te otorga.

1.- Se marca la misma medida
En los dos extremos.
2.- Se hacen 2 marcas para los
lados.
3.- Se marcan y se doblan las
bases dejando dos triángulos
para el doblar sup. e inferior.

Equipo #2

1. Dentro del siguiente espacio en blanco, explica el proceso que sigues para el armado y construcción del envase para lácteos, utilizando el material que se te otorga.

1.- Se marca la misma medida
En los dos extremos.
2.- Se hacen 2 marcas para los
lados.
3.- Se marcan y se doblan las
bases dejando dos triángulos
para el doblar sup. e inferior.

Figura 5. Respuestas aceptables del desarrollo y armado de un recipiente de lácteos.

La variación, ahora es para la mayoría docentes un tema de poca dificultad, ya que logran identificarla en cuanto se propone un problema en contexto. Se puede evidenciar que los docentes logran transitar dentro de diferentes registros semióticos de representación, operan el tratamiento de distintos registros y efectúan transformaciones de sus resultados dentro de los registros de representación que seleccionaron.

Se sigue fortaleciendo la decisión de seleccionar entre las teorías didácticas este marco teórico (Teoría de las múltiples representaciones de Raymond Duval), porque así se evidencia el aprendizaje y desarrollo de competencias de los docentes y las distintas formas, en que puede representar los datos hasta aquí expuestos y que son motivo de análisis, se observa que los docentes que asisten regularmente al diplomado, conciben que el seguir superándose les mantendrá eficientemente instruido en todas las corrientes didácticas contemporáneas y actualizado de los nuevos conocimientos matemáticos en el tema de la variación.

En lo referente a la segunda pregunta, con 100% de respuestas aceptables (Tabla), en la cual se les cuestiona acerca de las medidas de los dobleces empleados en la construcción del recipiente, los argumentos expresados, son ideas matemáticas que fortalecen las valoraciones, que se tienen de las respuestas que muestran, las dificultades halladas en el diagnóstico poco a poco están siendo superadas y se observa fluidez en sus respuestas aceptables, se muestran en la tabla 5, en dos grupos, en el primer grupo se agrupan las respuestas correctas, es decir respondieron bien y emplearon ya rigor matemático, mientras que en el segundo grupo se ubican a las respuestas regulares, es decir responden y fundamentan pero no emplean el rigor matemático.

Tabla 5.

Categorizaciones de las respuestas por equipos, aceptables de la pregunta 2.

Con fundamento y con rigor	Con fundamento y sin rigor
6	4

Este tipo de categorización se adopta para definir las ideas matemáticas que los docentes están expresando al contestar la pregunta planteada, ya que se piensa que, están utilizando en su resolución una gran cantidad de recursos matemáticos (Figura 616), por ejemplo: forma, espacio y medida, pensamiento y lenguaje variacional, sentido numérico y pensamiento algebraico, entre otros.

2. ¿Cómo deben ser los dobleces que has elaborado para la construcción y el armado del envase para lácteos? Justifica tu respuesta.

Igual en medida para marcar las bases y los lados.

2. ¿Cómo deben ser los dobleces que has elaborado para la construcción y el armado del envase para lácteos? Justifica tu respuesta...

Los dobleces deben ser simétricos
 Los dobleces deben permitir un sellado perfecto del envase.
 Los dobleces no deben afectar al contenido, ni al volumen.

Figura 61. Ejemplos de respuestas aceptables de la pregunta 2.

Con respecto a la tercera pregunta planteada, la cual es presentada así: ¿el volumen generado dependerá de la medida del doblez?

Se esperaba que los docentes contestaran esta pregunta de forma afirmativa y que la justificaran, al analizar las respuestas, de acuerdo a la categorización adoptada para esta hoja de trabajo se obtuvo un 60% de respuestas correctas y un 40% de respuestas regulares, en las cuales las ideas matemáticas expresadas, de manera escrita y comparadas con sus representaciones tabulares, gráficas y algebraicas, existe la concordancia así como se evidencia el tránsito entre distintos registros semióticos de representación (Figura 7).

3. ¿El volumen generado dependerá del doblez? SI: NO:

Justifica tu respuesta

Depende de las medidas será el volumen

3. ¿El volumen generado dependerá del doblez? SI: NO:

Justifica tu respuesta

a mayor/menor dobles el largo y ancho cambia por lo tanto el volumen también cambia.

3. ¿El volumen generado dependerá del doblez? SI: NO:

Justifica tu respuesta

Debido a que existe una medida máxima de bds para el mayor volumen

3. ¿El volumen generado dependerá del doblez? SI: NO:

Justifica tu respuesta

Porque al realizar las medidas pertinentes vamos a encontrar un tamaño de volumen máximo.

Figura 7. Ejemplos de respuestas aceptables de la pregunta 3.

De la aplicación de las hojas de trabajo, se puede observar que el 60% de respuestas correctas y el 40% de respuestas restantes se clasifican en regulares, lo cual nos permite observar un aumento de respuestas aceptables, y se promueve que los docentes sigan manifestando sus habilidades para la resolución de problemas, persevere expresando sus ideas matemáticas en las cuales está implícita la variación, se mantenga exteriorizando sus argumentos, continúe demostrando sus actitudes para resolver problemas y sobre todo se siga apropiando del concepto de variación.

Sobre la base de esta hoja de trabajo, se observa que los docentes al responder y argumentar sus respuestas muestran el empleo la teoría de las múltiples representaciones, así como el desarrollo de competencias matemáticas, y esto es parte de las evaluaciones que se realizan al categorizar sus respuestas.

En la pregunta tres, se categorizan en dos grupos (Tabla 6), en el primer grupo se agrupan las respuestas correctas, es decir respondieron bien y emplearon ya el rigor matemático, mientras

que en el segundo grupo se ubican a las respuestas regulares, es decir responden y fundamentan, pero no emplean el rigor matemático.

Tabla 6.

Categorizaciones de las respuestas aceptables de la pregunta 3.

Con fundamento y con rigor	Con fundamento y sin rigor
6	4

Para contestar la cuarta pregunta, se esperaba que en las respuestas presentadas se escribiera: “la misma cantidad” o “ x cantidad en cada dobléz”; se puede observar que se obtiene un porcentaje del 50% de respuestas correctas y un 50% de respuestas regulares (Tabla 6), esto permite precisar un 100% de respuestas aceptables, lo que nuevamente fundamenta la decisión de nuestro marco teórico, el cual promueve que en la medida en que se transite entre diferentes registros de representación, se apropia más rápido del concepto en proceso de aprendizaje, (Figura 8).

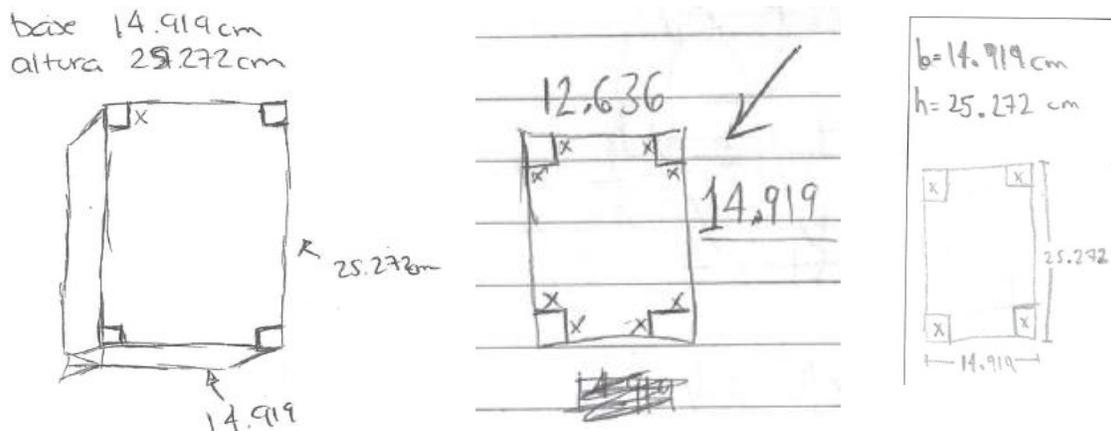


Figura 8. Ejemplos de respuestas consideradas aceptables de la pregunta 4.

La quinta pregunta propuesta en la hoja de trabajo a los docentes, quienes ya estaban por concluir la resolución del problema planteado, en el cual se solicitaba encontrar el máximo volumen que se puede obtener, con las medidas proporcionadas en el problema, el resultado obtenido fue de un 40% de respuestas correctas y un 30% de respuestas regulares, lo que nos arroja un 70% de respuestas aceptables

Las respuestas a la pregunta cinco realizada por los docentes en esta hoja de trabajo sirve para ejemplificar la manera que emplearon ellos al institucionalizar sus conocimientos matemáticos, quedando de manifiesto el dominio y la apropiación que ahora tienen sobre la variación, así como la manera de aplicar el rigor matemático y además es notorio ya el empleo y dominio del cálculo diferencial. Figura 9 (a, b) y figura 10 (a, b).

#12
19/02/19

$$V = (\text{base})(\text{altura})(\text{espesor})$$

Base: 14.919 cm 8.839 v = 1021.406
 Altura: 25.272 cm 19.212
 Espesor: 2x 6.06

$$V = (14.919 - 2x)(25.272 - 2x)(2x)$$

$$V = (29.838x - 4x^2)(25.272 - 2x)$$

$$V = 754.0659x - 59.676x^2 - 101.028x^2 + 8x^3$$

$$V = 8x^3 - 160.764x^2 + 754.0659x$$

Derivar

$$\frac{dV}{dx} = d(8x^3 - 160.764x^2 + 754.0659x)$$

$$\frac{dV}{dx} = 24x^2 - 321.528x + 754.0659$$

$$\frac{24x^2 - 321.528x + 754.066}{a \quad b \quad c}$$

$$X = \frac{-(-321.528) \pm \sqrt{(-321.528)^2 - 4(24)(754.066)}}{2(24)}$$

$$X = \frac{321.528 \pm \sqrt{103375.11 - 72390.33}}{48}$$

$$X = \frac{321.528 \pm 176.02}{48}$$

$$x_1 = \frac{321.528 + 176.02}{48} = 10.3655$$

Valor máximo

$$x_2 = \frac{321.528 - 176.02}{48} = 3.03$$

$$m = 24x^2 - 321.528x + 754.066$$

mínimo

$$m_{x=0} = 24(0)^2 - 321.528(0) + 754.066$$

$$= 2400 - 3215.28 + 754.066$$

$$= -61.214$$

$$m_{x=11} = 24(11)^2 - 321.528(11) + 754.066$$

$$= 2904 - 3536.808 + 754.066$$

$$= 121.258$$

máximo

$$m_{x \rightarrow 0} = 24(0)^2 - 321.528(0) + 754.066$$

$$m_{x \rightarrow 0} = +754.066$$

$$m_{x=4} = 24(4)^2 - 321.528(4) + 754.066$$

$$= 384 - 1286.112 + 754.066$$

$$= -148.042$$

Figura 9. Se observa el rigor matemático empleando herramientas de cálculo diferencial y álgebra (equipo 12).

Esto permite demostrar que, si se busca elevar el nivel de logro de los estudiantes de todos los niveles de educación y sobre todo el nivel E. M. S., el primer paso natural, debe de ser el empezar por elevar el nivel de todos los docentes inmersos en el proceso educativo, ya que el proceso de aprendizaje de todos los seres, no está finiquitado, sino que el aprendizaje es continuo y durante todas las etapas de la vida, por lo que se debe seguir fomentando la enseñanza y aprendizaje, aunque sean docentes en ejercicio.

Para concluir con la resolución de esta hoja de trabajo, en la pregunta seis planteada a los docentes, la cual es: *¿El trabajo en equipo ha propiciado que desarrolles tus competencias para la resolución de problemas?*, el 100% de ellos manifiesta que es excelente el contar con apoyo y que se debe seguir fomentando la relación tutorial, el trabajo colaborativo y el trabajo en equipo, ya que esta tarea ayuda a su formación académica y la de todos los seres inmersos en algún aprendizaje.

Esta hoja de trabajo, permite verificar que existen docentes que logran visualizar, reconocer y apropiarse de la variación, escenario que al principio en el diagnóstico se mostraban con bastantes dificultades, ahora se logra transitar del lenguaje cotidiano a un lenguaje matemático para explicar procedimientos y resultados, se amplía y profundiza en los conocimientos matemáticos, de manera que, se fortalece la comprensión y el uso eficiente de las herramientas tecnológicas y se avanza desde el requerimiento del trabajo colaborativo para la resolución de problemas hasta llevar esto a realizarlo mediante el trabajo autónomo.

La necesidad de introducir nuevas propuestas teórico-metodológicas, que apoyen los procesos de formación es urgente en México. Se sabe que las actuales reformas educativas, han centrado sus expectativas en la educación basada en desarrollo de competencias, por lo tanto, los docentes requieren implementar cambios y ajustes en los procesos de enseñanza, mismos que no podrán ser llevados a cabo sin sustentos teórico-metodológicos y técnicas de enseñanza, que les permitan diseñar, evaluar y tomar decisiones apropiadamente.

El trabajo que efectúan con sus alumnos en respuesta a las premisas que estas reformas exigen, en las cuales están inmersas la integración de saberes, transferencia de conocimientos, desarrollo de actitudes y capacidades, y sensibilidad ante las adversidades de esta globalización.

A partir de los resultados obtenidos se propone una *Secuencia didáctica que contribuya hacia* el acercamiento hacia la significación, la aprehensión y conceptualización del tema de variación, para la cual se sugiere:

- Efectuar un diagnóstico para saber: que es lo que los alumnos saben, que es lo que necesitan aprender y que es lo que realmente aprenden
- Buscar problemas en contextos que motiven el aprendizaje
- Para lograr aprendizaje significativo, utilizar material didáctico manipulable como un apoyo para la construcción del concepto.
- Leer, entender y comprender los problemas propuestos para su resolución.
- Permitir el uso de tecnología computacional adecuado, para explorar, corroborar o simplemente entender un problema a resolver.

- Comunicar los resultados en plenaria para conocer los distintos métodos empleados en la resolución del problema propuesto.
- Institucionalizar el conocimiento permite la apropiación del concepto motivo de estudio.
- Generalizar el conocimiento tendrá el punto culminante de esta secuencia didáctica, puesto que el alumno ha logrado desarrollar sus competencias y tendrá la oportunidad de proponer nuevos problemas y adaptarlos en su vida diaria, y esto es lo que se está buscando que logren todos los estudiantes de todos los niveles educativos.

Conclusiones

De los resultados del diagnóstico se pudo evidenciar varias dificultades que presentaron los maestros al resolver problemas que implicaba representar tanto gráfica como icónicamente situaciones en contexto sobre variación, de lo cual derivó la necesidad de plantear una metodología didáctica que contribuyera al desarrollo de competencias docentes y cada una implicara el uso de diferentes registros de representación y de la tecnología. Fue notorio que varias de las dificultades que se presentaron fueron siendo menor a medida que se avanzó en el proyecto de investigación.

Se motivó la enseñanza a través de la resolución de problemas en contexto, pero el empleo de la tecnología les permitió abordarlos y analizarlos de mejor manera, propiciando la transición entre diferentes registros de representación, desarrollando su sentido analítico, y aplicar estrategias de control. Al utilizar esta Metodología Didáctica, se reconoce la satisfacción que tienen los docentes hacia la resolución de las actividades y, por ende, la aprehensión y conceptualización del conocimiento motivo de aprendizaje.

Una pregunta clave que se le realizó a los docentes fue la siguiente: *¿El trabajo en equipo ha propiciado que desarrolles tus competencias para la resolución de problemas?*, el 100% de ellos manifiesta que es excelente idea contar con apoyo y que se debe seguir fomentando la relación tutorial, el trabajo colaborativo y el trabajo en equipo, ya que esta tarea ayuda a su formación académica y la de todos los seres inmersos en algún proceso de aprendizaje.

Una vez desarrolladas todas las actividades implementadas, en particular la que hacía referencia a la caja de lácteos, fueron llevados al salón de clases y puesta como práctica con estudiantes del nivel medio superior, y se obtuvieron grandes resultados donde se pusieron en práctica tanto los aprendizajes, el uso de diferentes registros de representación, así como también el uso de la tecnología computacional aplicando diversas estrategias de solución. Esto es gratificante dado que es hacia ellos, los estudiantes, a quienes beneficiaran los aprendizajes de sus docentes de matemáticas.

Agradecimientos:

Los autores agradecen al CONACYT por el apoyo económico recibido para la realización de la investigación y todas las actividades que se implementaron.

Los autores también agradecen a las siguientes instituciones: Centro de Investigación en Geociencias Aplicadas de la UAdeC, Presidencia Municipal San Juan de Sabinas, Coahuila, Universidad Tecnológica de la Región Carbonífera.

También se agradece a todos los 25 docentes del nivel medio superior que estuvieron participando de forma voluntaria en el diplomado en Desarrollo en Competencias Matemáticas.

Así mismo a los docentes e investigadores que tuvieron a bien aceptar la invitación y compartieron sus conocimientos, su experiencia y su tiempo y que fungieron como instructores durante el desarrollo del proyecto.

Referencias bibliográficas

- Benítez, D., & Bueno, A. (2009). Diagnóstico sobre el reconocimiento de la variación con estudiantes de primer semestre de matemáticas aplicadas. *En: El Cálculo y su Enseñanza*. México: CINVESTAV del Instituto Politecnico Nacional.
- Bueno, A. (2009). *Desarrollo de competencias matemáticas en estudiantes de ingeniería*. Tesis de maestría no publicada, Universidad Autónoma de Coahuila, México.
- Campos, M., & Balderas, P. (2000). Las representaciones como fundamento de una didáctica de las matemáticas. *Pensamiento Educativo*. En *Revista de Investigación Educativa Latinoamericana*, 27(2), 169-194.
- Dolores, C. Sosa, L. García, M. Hernández, J. (2014). *Matemática educativa: la formación de profesores*. México: Editorial Díaz de Santos.
- Duval, R. (1998). Registros de representación semiótica y funcionamiento cognitivo del pensamiento. En *Investigaciones en Matemática Educativa II* (Editor F. Hitt). (págs. 173-201). Grupo Editorial Iberoamérica.
- Duval, R. (1999). *Semiosis y pensamiento humano. Registros semióticos y aprendizajes intelectuales*. Colombia: Universidad del Valle. Grupo de Educación Matemática.
- Hitt, F. (1996). Sistemas semióticos de representación de representación del concepto de función y su relación con problemas epistemológicos y didácticos. *En Investigaciones en Matemática Educativa*. México: Grupo Editorial Iberoamericana.
- INEE (2018a). *La educación obligatoria en México. Informe 2018*. Ciudad de México: INEE. Recuperado de <https://bit.ly/2ZkGkQc>
- INEE (2018b). *Principales cifras educación básica y media superior. Inicio del ciclo escolar 2016-2017*. Ciudad de México: INEE.
- Martínez, L. (2007). *Estudio sobre el perfil profesional de los profesores de matemáticas del nivel bachillerato y sus implicaciones didácticas*. Tesis de maestría no publicada, Universidad Autónoma de Coahuila, México.
- NCTM. (2000). *Principles and standards for School Mathematics*. Reston, VA: NCTM. de <https://bit.ly/2ZbeuVW>

Perrenoud, P. (2000). *Diez nuevas competencias para enseñar*. Recuperado de <https://bit.ly/3E32J35>

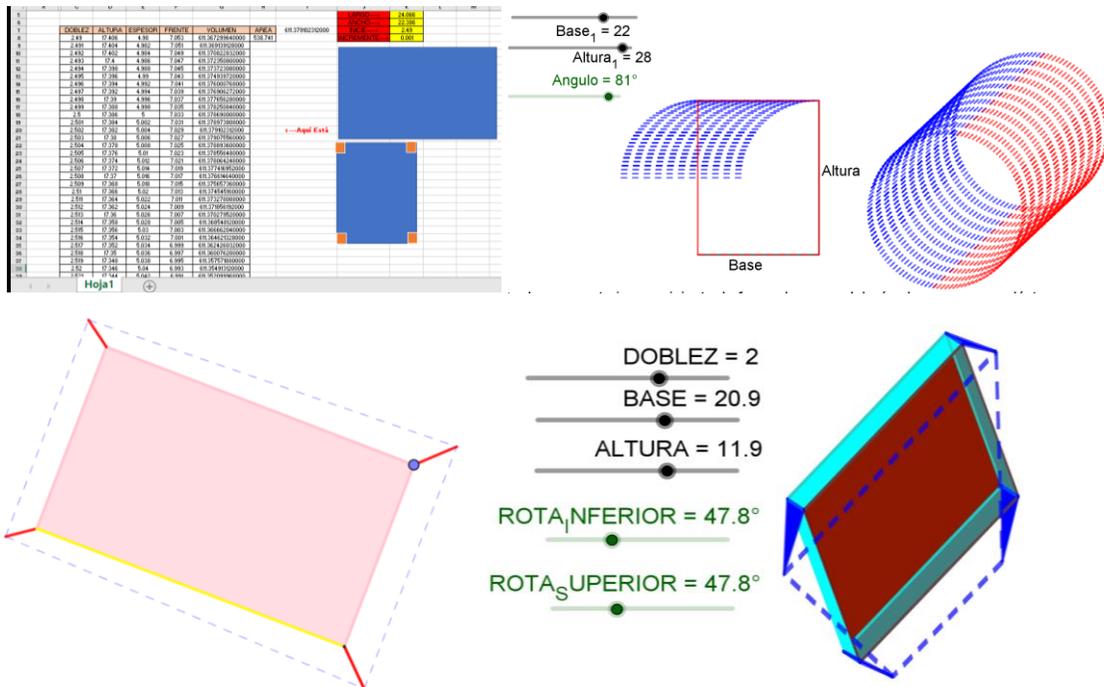
Polya, G. (1965). *¿Cómo Plantear y resolver problemas de Matemáticas?* México: Trillas.

SEP (2017). Plan Nacional para la Evaluación de los Aprendizajes Planea en la Educación media superior 2017. Recuperado de <http://planea.sep.gob.mx/ms/>

Veliz, J. (2020). *Desarrollo de competencias en docentes de bachillerato por medio de la resolución de problemas que involucran la variación*. Tesis de maestría no publicada, Universidad Autónoma de Coahuila, México.

Apéndice

Solución del problema usando diferentes registros de representación



Institucionalización

Resolución algebraica

$$Volumen_{caja} = V_c = \{Base\}\{Altura\}\{Espesor\} = \{14.919 - 2x\}\{25.272 - 2x\}\{2x\}$$

$$V_c = 754.065936x - 160.764x^2 + 8x^3$$

$$\frac{dV_c}{dx} = \frac{d(754.065936x - 160.764x^2 + 8x^3)}{dx}$$

$$24x^2 - 321.528x + 754.065936 = 0 \quad x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_1 = \frac{+321.528 \pm 176.039552}{+48} = 3.031009; 10.365990$$

$$Volumen = [base][altura][anchura]$$

$$Volumen = [8.856982cm][19.209982cm][6.062018 cm]$$

$$V_c = 1031.4066841 cm^3$$