



REVISTA ELECTRÓNICA AMIUTEM

<http://revista.amiutem.edu.mx>

Publicación periódica de la Asociación Mexicana de Investigadores
del Uso de Tecnología en Educación Matemática

Volumen VII Número 1 Fecha: enero-junio de 2019

ISSN: 2395-955X

Directorio

Rafael Pantoja R.

Director

Eréndira Núñez P.

Lilia López V.

Lourdes Guerrero M.

Sección: Selección de
artículos de investigación

Elena Nesterova

Alicia López B.

Verónica Vargas Alejo

Sección: Experiencias
Docentes

Esnel Pérez H.

Armando López Zamudio

Sección: GeoGebra

ENSEÑANZA DE ECUACIONES DIFERENCIALES DE PRIMER ORDEN MEDIANTE LA MODELACIÓN CON SCILAB

Claudia Sánchez García, Jaime Alberto Zaragoza, Yazmín Chavarría Moctezuma

csanchez@itesa.edu.mx, jzaragozah@itesa.edu.mx,
division_alimentarias@itesa.edu.mx

Instituto Tecnológico Superior del Oriente del Estado de Hidalgo, México.

Para citar este artículo:

Sánchez, C., Zaragoza, J. A., Chavarría, Y. (2019). Enseñanza de ecuaciones diferenciales de primer orden mediante la modelación con SCILAB. *REVISTA ELECTRÓNICA AMIUTEM*. Vol. VII, No. 1, pp. 35-43. Publicación Periódica de la Asociación Mexicana de Investigadores del Uso de Tecnología en Educación Matemática. ISSN: 2395-955X. México: Editorial AMIUTEM.

REVISTA ELECTRÓNICA AMIUTEM, Año VII, No. 1, enero-junio de 2019, Publicación semestral editada por la Asociación Mexicana de Investigadores del Uso de Tecnología en Educación Matemática A.C Universidad de Guadalajara, CUCEI, Departamento de Matemáticas, Matemática Educativa. B. M. García Barragán 1421, Edificio V Tercer nivel al fondo, Guadalajara, Jal., S.R. CP 44430, Tel. (33) 13785900 extensión 27759. Correo electrónico: revista@amiutem.edu.mx. Dirección electrónica: <http://revista.amiutem.edu.mx/>. Editor responsable: Dr. Rafael Pantoja Rangel. Reserva derechos exclusivos No. 042014052618474600203, ISSN: 2395.955X, ambos otorgados por el Instituto Nacional de Derechos de Autor. Responsable de la última actualización de este número, Asociación Mexicana de Investigadores del Uso de Tecnología en Educación Matemática A.C., Antonio de Mendoza No. 1153, Col. Ventura Puente, Morelia Michoacán, C.P. 58020, fecha de última modificación, 10 de julio de 2016. Las opiniones expresadas en los artículos firmados es responsabilidad del autor. Se autoriza la reproducción total o parcial de los contenidos e imágenes siempre y cuando se cite la fuente y no sea con fines de lucro. No nos hacemos responsables por textos no solicitados.

ENSEÑANZA DE ECUACIONES DIFERENCIALES DE PRIMER ORDEN MEDIANTE LA MODELACIÓN CON SCILAB

Claudia Sánchez García, Jaime Alberto Zaragoza, Yazmín Chavarría Moctezuma
csanchez@itesa.edu.mx, jzaragozah@itesa.edu.mx, division_alimentarias@itesa.edu.mx

Instituto Tecnológico Superior del Oriente del Estado de Hidalgo, México.

Palabras clave: Ecuaciones diferenciales, Scilab, Modelación matemática.

Resumen

Se trata de un artículo en el que se compara la metodología tradicional de enseñanza de las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden que se realiza “a lápiz y papel” con la propuesta didáctica que se sustenta en el empleo del software libre *Scilab*, del tipo matricial similar a MATLAB®. Los alumnos modelan y resuelven problemas relacionados con la ley del enfriamiento de Newton recurriendo a la metodología de los cuatro pasos propuesta por George Polya. La información generada la codifican en un Script de *Scilab*, lo que implica emplear el razonamiento algorítmico de programación para solicitar datos de entrada, procesar la información y generar datos de salida que pueden interpretarse desde la perspectiva de la modelación en ecuaciones diferenciales. Finalmente, los alumnos describen su experiencia y destacan la importancia, ventajas y desventajas del empleo de la metodología tradicional y el uso del cálculo numérico.

Key words: Differential equations, *Scilab*, Mathematical modeling.

Abstract

It is a comparative article between the traditional methodology of solving ordinary differential equations of the first order that is carried out "on pencil and paper" and the use of free software *Scilab*, of the matrix type similar to MATLAB®. Students model and solve problems related to Newton's law of cooling by using the four-step methodology proposed by George Polya. The generated information is encoded in a *Scilab Script*, which implies using algorithmic programming reasoning to request input data, process the information and generate output data that can be interpreted from the perspective of modeling in differential equations. Finally, the students describe their experience and highlight the importance, advantages and disadvantages of using the traditional methodology and the use of numerical calculation.

Introducción

Desde hace cientos de años las matemáticas se han empleado como un valioso “instrumento” para la solución de problemas sobre todo como una ciencia que nos permite a los seres humanos estudiar y comprender los fenómenos que se presentan en nuestro mundo, en este sentido, la modelación matemática es una de las actividades con mayor relevancia en la predicción del comportamiento de un objeto de estudio, así como para la toma de decisiones justificadas y no basadas en corazonadas.

En cuanto al área de la educación superior, sobre todo en la ingeniería, la modelación se ha convertido en una herramienta estratégica en el proceso de enseñanza-aprendizaje, formando

parte esencial de los planes y programas de estudio, con la finalidad de fomentar en los estudiantes el razonamiento lógico-matemático mediante la visualización de la aplicación de las matemáticas en la solución de problemas reales, de tal modo que el estudiante vaya más allá, no solo del pensamiento abstracto y sino también en la aplicación.

Por supuesto la modelación no es un proceso sencillo, implica mucho análisis y mucho razonamiento, lo que en la mayoría de los estudiantes implica dificultad en su aprendizaje, pasando de ser una herramienta a una problemática, pero claro, con base en nuestra experiencia en la docencia. En Cruz (2010) la modelación matemática se entiende como un proceso intelectual en el cual se dispone de:

1. Un problema definido donde se establecen metas y se proponen posibles procedimientos de solución.
2. La formulación del problema establecido en el punto anterior en términos matemáticos.
3. La solución y análisis del problema matemático obtenido.
4. La interpretación de los resultados obtenidos.

Por otra parte, el presente proyecto se centra en el uso del modelado matemático, con ayuda de *Scilab* como una herramienta mediadora en la enseñanza-aprendizaje en la asignatura de ecuaciones diferenciales, principalmente en el tema de modelaje de las ecuaciones diferenciales de primer orden, esto por dos razones principales, la primera la asignatura de ecuaciones diferenciales forma parte de la mayoría de las retículas de ingeniería, principalmente aquellas ingenierías relacionadas con procesos industriales, mecánica y electricidad, y la segunda porque el tema de aplicaciones de ecuaciones diferenciales de primer orden son la base de las siguientes temáticas de la asignatura, además de la posibilidad de reducir los índices de reprobación ya que la mayoría de los estudiantes presentan dificultades en la comprensión de las metodologías y procedimientos para la solución de este tipo de problemas.

Referente teórico

Cuando se habla del aprendizaje de las Matemáticas se relaciona de manera inherente con la resolución de problemas con el método algorítmico y la aplicación de fórmulas. Para la gran mayoría de estudiantes y docentes la resolución de un gran número de ejercicios de manera tradicional (en ambiente lápiz y papel) garantiza que tendrán un mejor aprendizaje; pero la experiencia ha mostrado que esto no es del todo cierto, ya que muchas veces estos ejercicios abordados de manera mecánica solo nos enseñan a emplear un único patrón de solución y sin que exista una verdadera comprensión del tema, que se ve reflejado cuando se presenta una ligera diferencia en algún ejercicio que exija una recurrencia lógica y creativa al conjunto de conocimientos y la consecuencia es que el estudiante abandona o fracasa (García, 2010).

Por otra parte, el método Pólya dentro de la enseñanza y el aprendizaje de la Matemáticas ayuda a despertar el interés en el estudiante y disminuir el temor al momento de resolver problemas matemáticos lo cual es un reto para el docente, porque constituye un proceso continuo que se enriquece a través de la práctica y ejercitación de problemas en matemáticas. El método de George Pólya consiste en cuatro fases o pasos: Entender el problema, Diseñar

un plan, Ejecutar el plan y Examinar la solución (Escalante, 2015), estos pasos son muy parecidos con el proceso de modelado matemático (Cruz, 2010): para un determinado problema establecer metas, proponer posibles soluciones, formular el problema en términos matemáticos, solucionarlo e interpretar los resultados, lo que significa que de manera inconsciente empleamos el método de Pólya para solucionar problemas mediante el modelado matemático.

De acuerdo a Nejad y Bahmaei (2012) la enseñanza con el modelado matemático favorece el desarrollo de importantes habilidades para resolver problemas lo cual es un efecto positivo en los estudiantes.

El modelado matemático es una herramienta que proporciona las siguientes ventajas en el proceso académico en el aula (Nejad y Bahmaei, 2012):

- Ayuda al estudiante a comprender mejor el escenario en el que se desarrolla.
- Refuerza el aprendizaje de las matemáticas (motivación).
- Estimula el desarrollo de algunas habilidades actitudinales de tipo matemático.
- Coadyuva a tener una mejor óptica de las matemáticas.

Por otra parte, Rendón y Esteban (2013) consideran que el modelado matemático es una opción mediante la cual los estudiantes puedan formar una realidad y responder a los requerimientos de un conocimiento puntual y la capacidad de aplicarlo en un determinado contexto, por lo tanto, el modelado matemático es una herramienta en la formación en el área de las matemáticas durante el proceso de profesionalización en ingeniería.

En el proceso de formación del ingeniero es necesario incluir actividades conectadas con la vida real, de tal manera que como estudiante se motive al acercarse a situaciones y problemas de la realidad durante su proceso formativo, y así logre desarrollar al máximo sus capacidades. En función de esto, el modelado matemático se convierte en un instrumento para el estudiante, ya que con su utilización el estudiante logra construir una representación, estructurada y matematizada, de la realidad, y obtener así un verdadero sentido en su proceso de formación (Rendón y Esteban, 2013).

Metodología

La metodología empleada en la realización del proyecto es la siguiente (Biembengut y Hein, 2007; Perdomo, 2010):

1. Identificación de las principales dificultades de los estudiantes en la solución de problemas de aplicación de las ecuaciones diferenciales de primer orden. En la actualidad hay una gran variedad de estudios sobre la enseñanza de las matemáticas y sus problemáticas, de acuerdo con Guerrero, Camacho y Mejía (2010) las principales dificultades que presentan los alumnos en la asignatura de ecuaciones diferenciales son:
 - Los estudiantes memorizan los conceptos de cálculo y ecuaciones diferenciales, pero no logran aplicar dichos conceptos en nuevos contextos o problemas reales.

- Los estudiantes no logran expresar los resultados obtenidos de manera gráfica a la forma algebraica, es decir, no logran hacer uso del registro algebraico para justificar las afirmaciones obtenidas de manera visual.
- Los estudiantes presentan problemas cognitivos para establecer relaciones entre los resultados gráficos y algebraicos obtenidos con el contexto del problema.
- Los estudiantes olvidan que las soluciones de las ecuaciones diferenciales son funciones y no números, tratando siempre de buscar un valor numérico en lugar de una familia de soluciones, lo cual es consecuencia de un mal entendimiento de los conceptos básicos de funciones y derivadas de una función.

Es importante mencionar, que para el desarrollo de este proyecto se seleccionó a un grupo conformado por 19 alumnos del programa educativo de ingeniería en industrias alimentarias, 6 alumnos del programa educativo de ingeniería electromecánica y 2 alumnos del programa educativo de ingeniería en sistemas computacionales, los cuales por observación y resultados en las evaluaciones continuas de la asignatura, se detectó que presentaban las dificultades mencionadas, aunado a esto y por la diversificación de perfiles se consideraron como un grupo apto para la aplicación de la técnica de modelado matemático como herramienta para la enseñanza aprendizaje, que les permite visualizar y comprender la relación que existe entre la asignatura con su profesión así como su importancia en la vida cotidiana.

2. Selección del problema-ejemplo a estudiar.

Para la modelación matemática se consideró emplear el problema típico de aplicación de la ley de enfriamiento de Newton, ya que es un problema que se adapta muy bien a cada uno de los perfiles de los programas educativos que conforman el grupo.

3. Selección del software matemático.

Se hizo una lista del posible software a emplear en el estudio, después se llevó a cabo un filtro de éstos para lo cual se tomó en cuenta que fuera gratuito, multiplataforma y sobre todo, permitiera realizar la solución tanto gráfica como numérica de ecuaciones diferenciales. Con base en esto se eligió *Scilab*, principalmente por dos razones: La primera es que cuenta con paquetes y librerías especializadas para la resolución de problemas con valor inicial modelados por ecuaciones diferenciales ordinarias, y la segunda, es la sencillez de su sintaxis tanto para la resolución como para graficación ya que se obtienen resultados numéricos en forma de vectores (Pastrana, Avellaneda y Aramayo, 2010).

4. Formulación del Modelo Matemático

Para la formulación del modelo, primero el investigador solicitó la realización de una investigación documental sobre la ley de enfriamiento de Newton, así como su aplicación en la ingeniería; después se explicó un ejemplo (sin uso de software) de aplicación de esta ley en la solución de problemas de ecuaciones diferenciales de primer orden, posteriormente se introdujo el modelo obtenido del ejemplo en *Scilab*,

con la finalidad de que los alumnos pudieran visualizar la manera en que da solución a este tipo de problemas y el uso del software.

5. Por último, se les entregó una orden de trabajo con las instrucciones y el problema a resolver.

El problema es el siguiente (Bronson y Costa, 1998):

Se coloca una barra de metal a 100°F en un cuarto a temperatura constante de 0°F. Si después de 20 minutos, la temperatura de la barra es de 50°F, encuentre a) El tiempo que tomará para que la barra alcance la temperatura de 25°F y b) la temperatura de la barra luego de 10 minutos.

Obtención del modelo:

Aplicando la ley de enfriamiento de Newton

$$\frac{dT}{dt} + kT = T_m$$

Sustituyendo $T_m = 0$, y resolviendo la ecuación diferencial se obtiene:

$$T = Ce^{-kt}$$

Considerando $T = 100$ y $t = 0$ tenemos:

$$100 = Ce^{-k(0)}$$

$$100 = C$$

Por lo tanto:

$$T = 100e^{-kt}$$

Para obtener el valor de la constante k sustituimos las condiciones iniciales $t = 20$ y $T = 50$

$$50 = 100e^{-20k}$$

$$k = -\frac{1}{20} \ln\left(\frac{50}{100}\right) = -\frac{1}{20}(-0.693) = 0.035$$

$$T = 100e^{-0.035t}$$

6. Resolución del problema a partir del modelo

La primera parte del problema solicita el tiempo para que se alcance una $T = 25$. Sustituyendo en el modelo obtenido se obtiene:

$$25 = 100e^{-0.035t}$$

Despejando y resolviendo:

$$-0.035t = \ln\frac{1}{4}$$

$$t = 39.6 \text{ minutos} \approx 40 \text{ minutos}$$

La segunda parte del problema solicita la temperatura cuando $t = 10$. Sustituyendo en el modelo, despejando y resolviendo para T , tenemos:

$$T = 100e^{(-0.035)(10)} = 100(0.705) = 70.5^{\circ}F$$

7. Interpretación de la solución y validación del modelo.

Para la validación del modelo se introdujo en *Scilab* (ver Figura 1):

```

1 close
2 clear
3 clc
4 exec('f.sci',-1);
5 Y0=100;
6 T0=0;
7 t=linspace(0,100)
8 y=ode(Y0,T0,t,f)
9 plot(t,y)
10 title('Solución de la ED con Ode()')
11 xlabel('tiempo de la solución (t)')
12 ylabel('Y(t)')
13 xgrid

```

Figura 1. Código en *Scilab*.

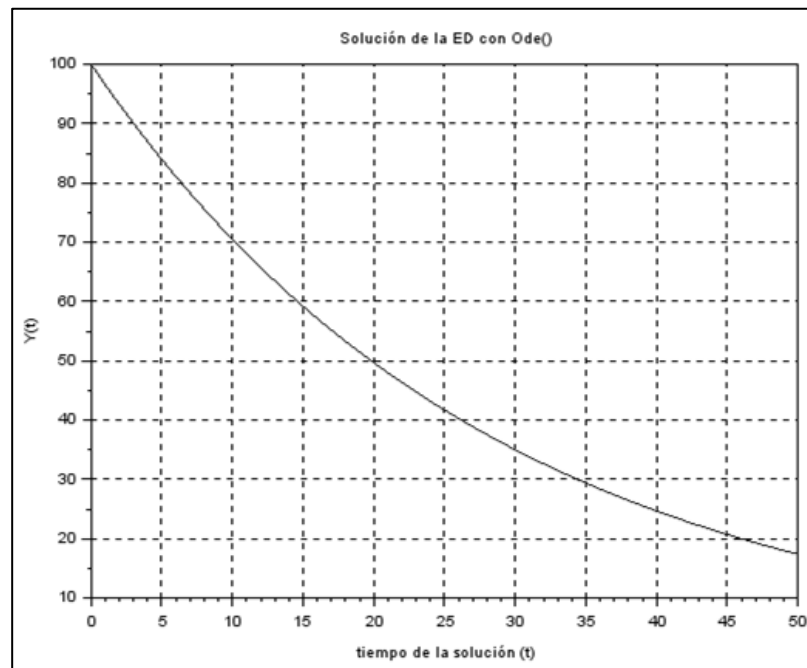


Figura 2. Solución Gráfica al Problema.

Como se puede observar en la Figura 2, el tiempo requerido para que la barra de metal llegue a una temperatura de 25°F es de 40 minutos, mientras que a los 10 minutos ésta alcanza 70°F . Los resultados obtenidos de manera analítica con el *Scilab* coinciden con los resultados mostrados en el libro de donde fue extraído el ejercicio.

Resultados

Los resultados obtenidos son:

- De acuerdo con las observaciones del docente, los alumnos se mostraron muy motivados al trabajar con el software en comparación con las clases tradicionales.
- La actividad se realizó de manera cordial y tranquila.
- Se generaron interacciones entre los alumnos y el profesor, que llevaron a la solución de las actividades de manera exitosa.
- Los alumnos emplearon las interfaces algebraica y gráfica del software.
- Se fomentó el trabajo en equipo.
- Los alumnos aprendieron a expresar sus ideas respecto a los procedimientos y conceptos involucrados en las actividades mediante la realización del reporte.
- Los estudiantes cuentan con una herramienta que les permite dar solución a problemas matemáticos de manera rápida y sencilla.
- Los alumnos aprendieron a visualizar y experimentar con ayuda del software problemas de aplicación de las ecuaciones diferenciales de primer orden.

Conclusiones

Se evidencia el aprendizaje de los estudiantes, así como el logro de competencias, también la capacidad de razonar del estudiante, que no es repetitivo o mecánico de una teoría, que sea capaz de descubrir y facilitar el uso de estrategias que apoyen en la resolución de problemas o todo aquello que necesita solución.

Desde el punto de vista pedagógico, se hace hincapié en la importancia de la concientización de los docentes sobre el uso de las TIC y el modelado matemático a manera de que logren hacer esfuerzo racional por transmitir a sus estudiantes el proceso interno de pensamiento desarrollado al modelizar una situación. En base a la idea anterior se plantea como futuro trabajo la investigación en el proceso de enseñanza sobre la modelación matemática en los docentes y la manera en que los profesores logran emplearla como una herramienta de transmisión del conocimiento.

Referencias bibliográficas

- Biembengut , M. S., y Hein, N. (2007). Modelación matemática y los desafíos para enseñar matemática. *Educación Matemática*, 16(2), 105-125.
- Bronson , R., y Costa, G. (1998). *Ecuaciones Diferenciales* (Tercera ed.). México: McGrawHill.

- Cruz, C. (2010). La enseñanza de la modelación matemática en ingeniería. *Revista de la Facultad de Ingeniería Universidad Central de Venezuela*, 25(3), 39-46.
- Escalante, S. B. (2015). *Método Pólya en la resolución de problemas matemáticos*. Recuperado el 22 de Julio de 2017, de <http://recursosbiblio.url.edu.gt/tesisjcem/2015/05/86/Escalante-Silvia.pdf>
- García, J. (2010). Aplicación de la estrategia de resolución de problemas en la enseñanza de Física, Química y Matemáticas en la USTA. *Hallazgos*(14), 129-148.
- Guerrero, C., Camacho, M., y Mejía, H. R. (2010). Dificultades de los estudiantes en la interpretación de las soluciones de ecuaciones diferenciales ordinarias que modelan un problema. *Enseñanza de las Ciencias*, 28(3), 341–352.
- Nejad, N., y Bahmaei, F. (2012). Mathematical modelling in university, advantages and challenges. *Journal of Mathematical Modelling and Applications*, 1(7), 34-49.
- Pastrana, L. I., Avellaneda, G. I., y Aramayo, A. M. (2010). *Utilización de Scilab en la enseñanza de métodos numéricos para resolución de ecuaciones diferenciales*. Recuperado el 30 de Julio de 2017, de <http://repem.exactas.unlpam.edu.ar/cdrepem10/memorias/comunicaciones/Relatos/CB%2060.pdf>
- Perdomo, J. (2010). *Construcción del concepto de Ecuación Diferencial Ordinaria en escenarios de resolución de problemas*. España: Servicio de Publicaciones Universidad de la Laguna.
- Rendón, P. A. y Esteban, P. V. (2013). *La modelación matemática en ingeniería de diseño*. Recuperado el 15 de Junio de 2017, de <http://funes.uniandes.edu.co/2357/1/rendonestenban387-483-1-DR1.pdf>.