REVISTA
AMIUTEM

VOLUMEN XIII | NÚMERO 1

ISSN | 2395.955X

DERIVADA DIGITAL PARA CONTROL DE ROBOT SEGUIDOR DE LÍNEA

ECUACIONES LINEALES EN CONTEXTO STEM: UN ANÁLISIS DEL ESTADO DEL ARTE

MODELACIÓN DEL MOVIMIENTO: EXPERIENCIA CON TI NSPIRE CX CAS Y SENSOR TI CBR

ENERO
JUNIO
//
20
25

Revista AMIUTEM
Asociación Mexicana de Investigadores del Uso de Tecnología en Educación Matemática A.C.
ISSN: 2395-955X
Volumen XIII, Número 1
Enero-Junio 2025
Publicación semestral

ÍNDICE

REVISTA AMIUTEM

VOLUMEN XIII | NÚMERO 1

Publicación periódica de la Asociación Mexicana de
Investigadores del Uso de Tecnología en Educación Matemática

Implementación de una derivada digital para el control de un robot seguidor de línea

Carlos Enrique Maciel García
carlos.mg@cdguzman.tecnm.mx
Instituto Tecnológico de Ciudad Guzmán, México

Rafael Pantoja González
rafael.pg@cdguzman.tecnm.mx
Instituto Tecnológico de Ciudad Guzmán, México

Luis Enrique Salvador Cano
luis.sc@cdguzman.tecnm.mx
Instituto Tecnológico de Ciudad Guzmán, México

Favio Rey Lúa Madrigal
favio.lm@cdguzman.tecnm.mx
Instituto Tecnológico de Ciudad Guzmán, México

Resumen

Este artículo presenta el desarrollo e implementación de una función derivada discreta aplicada a la señal obtenida de una cámara lineal de 128 píxeles para el control de un robot seguidor de línea. El sistema fue construido sobre una plataforma con microcontrolador Freescale, programado en el entorno CodeWarrior. El objetivo fue mejorar la capacidad del robot para identificar con precisión los bordes de la línea, permitiéndole seguir trayectorias curvas de manera eficiente. Durante la adquisición de datos, se identificó que los primeros 15 y los últimos 8 píxeles de la cámara no presentaban un comportamiento lineal, por lo que se descartaron del procesamiento. La derivada se implementó como una simple diferencia de intensidades consecutivas, asumiendo un tiempo de muestreo constante de 18 ms. Se analizaron diferentes estrategias para mejorar la detección de bordes, incluyendo la selección de pares de muestras óptimas para la derivación. Los resultados obtenidos, tanto en gráficas de comportamiento como en pruebas en pista, demostraron que el uso de la derivada mejoró notablemente la detección de cambios bruscos de intensidad, correlacionados con los bordes de la línea. Esta mejora en el control permitió al robot alcanzar el primer lugar en una competencia nacional durante dos años consecutivos. La propuesta es replicable y adaptable a contextos educativos, donde se busca integrar procesamiento de señales, microcontroladores y robótica móvil.

Palabras clave: Robot seguidor de línea, Derivada discreta, Cámara lineal, Freescale

Abstract

This article presents the development and implementation of a discrete derivative function applied to the signal obtained from a 128-pixel linear camera for the control of a line-following robot. The system was built on a platform using a Freescale microcontroller, programmed within the CodeWarrior environment. The objective was to enhance the robot's ability to accurately identify line edges, enabling it to follow curved trajectories efficiently. During data acquisition, it was determined that the first 15 and the last 8 pixels of the camera exhibited non-linear behavior and were thus excluded from processing. The derivative was implemented as a simple difference between consecutive intensity values, assuming a constant sampling time of 18 ms. Several strategies were analyzed to improve edge detection, including the selection of optimal sample pairs for differentiation. The results, both from behavioral graphs and track tests, demonstrated that the use of the derivative significantly improved the detection of abrupt intensity changes, corresponding to the edges of the line. This enhancement in control enabled the robot to achieve first place in a national competition for two consecutive years. The proposed solution is replicable and adaptable to educational contexts, where signal processing, microcontrollers, and mobile robotics are integrated into learning environments.

Keywords: Line follower robot, Discrete derivative, Linear camera, Freescale

Recibido: 12 mayo 2025 *Aceptado: 15 junio 2025* *Publicado: 24 junio 2025*

ISSN: 2395.955X
Revista AMIUTEM

Introducción

En el ámbito de la robótica educativa, los robots seguidores de línea se han consolidado como plataformas ideales para el desarrollo de competencias en programación, control y procesamiento de señales. Su construcción implica la integración de sensores, microcontroladores y algoritmos que permiten la interpretación del entorno y la toma de decisiones en tiempo real. Tradicionalmente, estos robots emplean sensores infrarrojos para detectar contrastes de color entre una línea negra y un fondo blanco; sin embargo, este enfoque presenta limitaciones en cuanto a resolución, velocidad de respuesta y adaptabilidad a curvas pronunciadas o condiciones de iluminación variables.

Con el propósito de superar estas limitaciones, se diseñó un robot seguidor de línea basado en una cámara lineal de 128 píxeles y una tarjeta Freescale Freedom FRDM-KL25Z, programada en el entorno CodeWarrior. La incorporación de la cámara permitió obtener una representación más detallada del entorno, posibilitando la aplicación de técnicas de procesamiento digital de señales, en particular una derivada discreta de la señal capturada, para la detección precisa de los bordes de la línea.

El desarrollo de esta solución surgió en el marco de un contexto educativo, como parte de una estrategia formativa orientada al aprendizaje activo de conceptos de control digital, matemáticas aplicadas y programación embebida. Como resultado, el robot obtuvo el primer lugar en una competencia nacional durante dos años consecutivos, validando tanto el diseño técnico como su efectividad operativa.

Este artículo presenta el proceso de diseño, implementación y validación de dicha estrategia, haciendo énfasis en la construcción de la derivada discreta y su impacto en la eficiencia del seguimiento de línea.

Referente teórico

El uso de algoritmos de control en robótica móvil permite mejorar el desempeño de los sistemas de navegación autónoma. Entre los más utilizados se encuentra el control proporcional-derivativo (PD), el cual actúa sobre el error de posición y su derivada para anticiparse a los cambios en la trayectoria. La derivada, en particular, permite detectar variaciones rápidas, siendo útil en escenarios donde el robot debe responder ante curvas cerradas o cambios bruscos en la línea guía. En aplicaciones reales, la derivada debe ser adaptada a versiones discretas que consideren la frecuencia de muestreo del sistema (Ogata, 2010).

En lugar de sensores infrarrojos, que ofrecen una lectura puntual del entorno, el uso de cámaras lineales permite capturar información con mayor resolución espacial. Las cámaras lineales son dispositivos que registran una línea continua de píxeles, lo que permite reconstruir perfiles de intensidad en tiempo real. Esta información puede procesarse mediante técnicas de diferenciación discreta para identificar bordes, contrastes y centros de masa ópticos. En trabajos como los de Elmenreich y Klingler (2006), se ha demostrado que la implementación de sensores ópticos avanzados incrementa la precisión en robots móviles, especialmente cuando se combina con procesamiento embebido eficiente.

La derivada discreta aplicada a una señal digital, como la obtenida desde una cámara lineal, consiste en calcular la diferencia entre dos muestras adyacentes del arreglo de datos. Esto permite acentuar los puntos donde existen cambios abruptos de intensidad, es decir, donde se encuentran los bordes de la línea. Matemáticamente, si $I[n]$ representa la intensidad del píxel en la posición n, entonces su derivada discreta puede aproximarse por:

$$D[n] = I[n] - I[n-1]$$

Este método, aunque simple, ha demostrado ser eficaz para detectar con rapidez y precisión los puntos clave del trayecto. Para optimizar el resultado, se evaluaron diferentes estrategias, como ignorar zonas con comportamiento no lineal en los extremos del arreglo y ajustar dinámicamente la pareja de muestras utilizadas. Estas mejoras permitieron generar señales derivadas más limpias, con picos claramente definidos en los bordes, lo que facilitó su interpretación por parte del sistema de control.

Además, la derivada de una señal es ampliamente utilizada en el procesamiento digital de imágenes para detectar bordes, ya que estos se manifiestan como cambios bruscos en los niveles de intensidad. Como se observa en la Figura 1, una transición escalonada en una función de intensidad $f(x)$ genera un pico en la derivada $f'(x)$, que marca con precisión el punto de cambio. Esta propiedad es esencial para determinar con exactitud los límites de una línea al analizar el perfil de una imagen lineal (Gonzalez & Woods, 2008).

En este proyecto se utilizó la tarjeta Freescale Freedom FRDM-KL25Z, que integra un microcontrolador ARM Cortex-M0+, con capacidad de procesamiento de hasta 48 MHz, múltiples canales ADC y periféricos de comunicación serie. Su programación se realizó en el entorno CodeWarrior, ampliamente utilizado en el ámbito académico por su compatibilidad con hardware Freescale y sus herramientas integradas de depuración. Estas características permitieron capturar, procesar e interpretar los datos de la cámara lineal a una frecuencia aproximada de 55 Hz, habilitando la aplicación del algoritmo derivativo propuesto.

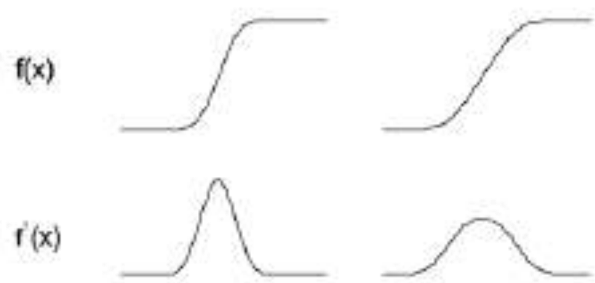


Figura 1. Usando la derivada para detección de bordes

Metodología

El proyecto se desarrolló bajo un enfoque experimental, utilizando una arquitectura embebida basada en la tarjeta Freescale Freedom FRDM-KL25Z. Esta tarjeta incorpora un microcontrolador ARM Cortex-M0+ de 32 bits, con capacidades suficientes para el procesamiento en tiempo real de señales provenientes de sensores ópticos. La programación se realizó utilizando el entorno de desarrollo CodeWarrior, el cual permitió la configuración de los periféricos necesarios para la adquisición de datos, el procesamiento digital y la generación de señales de control.

Hardware del sistema:

- Microcontrolador: Freescale FRDM-KL25Z
- Sensor principal: cámara lineal de 128 píxeles
- Actuadores: dos motores DC controlados mediante puente H
- Fuente de energía: batería recargable de polímero de litio (LiPo)
- Chasis: diseño propio, ligero, compacto y estable
- Sistema de adquisición: interfaz serial entre cámara y microcontrolador

La cámara lineal fue configurada para operar a una frecuencia de aproximadamente 55 Hz (18 ms por captura), proporcionando un arreglo de 128 valores enteros que representan niveles de intensidad de gris.

Tratamiento de la señal: Antes de aplicar la derivada, se determinó que los primeros 15 y los últimos 8 píxeles del arreglo presentaban un comportamiento no lineal. Por lo tanto, estos fueron descartados, utilizando únicamente la zona efectiva central (píxeles 16 a 120) para el análisis.

Para observar el comportamiento real de la señal capturada por la cámara, se realizó una prueba inicial enviando los datos del arreglo de píxeles a través de una terminal serial virtual (Tera Term) a una velocidad de 115200 baudios. Estos datos fueron copiados directamente a una hoja de cálculo en Excel para su análisis visual. En la Figura 2, se puede observar la señal obtenida por la cámara, la cual presenta una meseta correspondiente al área iluminada (línea negra) sobre fondo blanco. En la Figura 3, se muestra su derivada calculada, donde los cambios abruptos de intensidad generan picos positivos y negativos bien definidos, correspondientes a los bordes izquierdo y derecho de la línea. Esta observación confirmó empíricamente el funcionamiento de la derivada como herramienta efectiva para la detección de bordes.

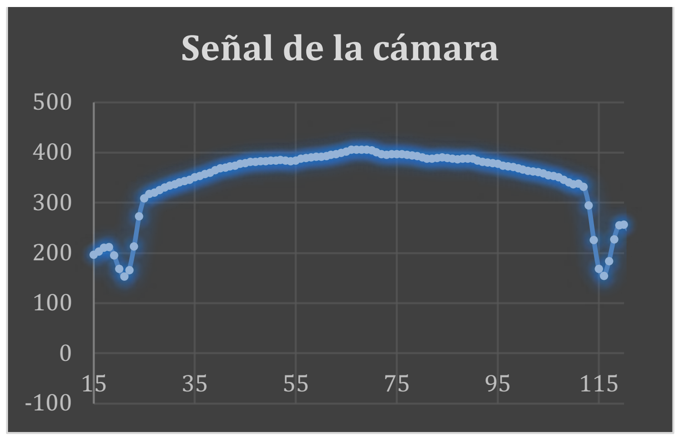


Figura 2. Representación de la señal capturada por la cámara

La derivada discreta se calculó mediante una simple resta entre pares de valores consecutivos. En su forma más básica, se usó:

$$D[n] = I[n] - I[n-1]$$

Este arreglo de diferencias resalta con claridad los bordes de la línea detectada en la imagen. Para mejorar la robustez del sistema, se evaluaron diferentes estrategias de comparación: uso de vecinos separados por dos o tres píxeles, promedio móvil para suavizar ruido, y umbrales adaptativos para filtrar picos falsos. En la Figura 3, se muestra su derivada calculada, donde los cambios abruptos de intensidad generan picos positivos y negativos bien definidos, correspondientes a los bordes izquierdo y derecho de la línea. Esta observación confirmó empíricamente el funcionamiento de la derivada como herramienta efectiva para la detección de bordes.

ISSN: 2395.955X
Revista AMIUTEM

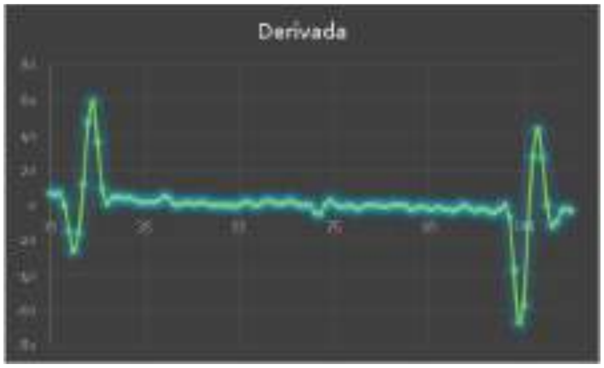


Figura 3. Representación de la señal derivada

Implementación del algoritmo:

El código se escribió en C, dentro del entorno CodeWarrior. Una vez adquirida cada imagen, el arreglo se procesaba de inmediato para obtener la derivada. Luego, se identificaban los picos positivo y negativo de mayor magnitud, correspondientes a los bordes izquierdo y derecho de la línea.

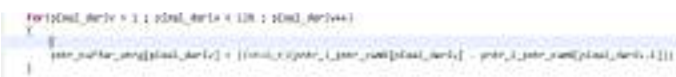


Figura 4. Fragmento de código en lenguaje C para el cálculo de la derivada discreta

La posición central de la línea se calculó promediando ambos bordes detectados. Esta posición era usada como entrada de un sistema de control PD, que ajustaba la velocidad relativa de los motores para mantener el robot centrado sobre la trayectoria.

Validación en pista:

Se realizaron pruebas en diferentes condiciones: línea recta, curvas amplias y cerradas. Los datos se enviaban a una terminal serial y se almacenaban en hojas de cálculo para su análisis. Las gráficas obtenidas permitieron ajustar parámetros del algoritmo derivativo y del controlador para mejorar la precisión y reducir oscilaciones.

Resultados

Uno de los principales aportes de este proyecto fue la aplicación de la razón de cambio, expresada mediante la derivada discreta, como herramienta para el procesamiento de señales provenientes de la cámara lineal. En términos matemáticos, la derivada representa la velocidad con la que una magnitud varía respecto al tiempo o a una variable independiente. En el contexto del robot seguidor de línea, esta magnitud es la intensidad luminosa registrada por cada píxel de la cámara, y la variable sobre la que cambia es la posición lineal a lo largo del arreglo de 128 píxeles.

Implementar esta razón de cambio permitió detectar bordes mediante los puntos de mayor pendiente en la curva de intensidad. Es decir, los máximos (picos positivos) y mínimos (picos negativos) del arreglo derivado indicaban con claridad dónde empezaba y terminaba la línea negra sobre fondo blanco. Esta técnica es más robusta que simplemente buscar el valor mínimo de intensidad, ya que ignora pequeñas irregularidades o ruido presentes en la señal original.

Matemáticamente, se implementó la siguiente fórmula de derivación discreta:

$$D[n] = I[n] - I[n-1]$$

Durante las pruebas, se comprobó que esta derivada generaba picos consistentes en los bordes de la línea detectada. Se desarrollaron funciones específicas en el código fuente (fnbrightest_pixel_Deriv y fnDimmest_pixel_Deriv), las cuales identificaban la posición de los picos de máxima y mínima pendiente, respectivamente. A partir de estos puntos se calculaba el centro de la línea como: C = (p_máx + p_mín) / 2

Esta posición central alimentaba el sistema de control PD para el servomotor, permitiendo un ajuste ágil y preciso de la dirección del robot. Adicionalmente, se implementó una rutina de detección de línea de arranque mediante el ancho de la derivada, permitiendo que el robot se detuviera automáticamente al completar el circuito dos veces.

Durante la experimentación, se observó que el uso de la última muestra disponible para el cálculo de la derivada no siempre producía resultados óptimos, particularmente en lo que respecta a la claridad y magnitud de los picos esperados. En la Figura 3, vimos una gráfica obtenida al utilizar la última muestra para la derivación, mientras que en la Figura 5 se observa el resultado al emplear la penúltima muestra. La diferencia en la nitidez de los picos es evidente, siendo más acentuados y distinguibles en la segunda opción. Este comportamiento se debe a la variabilidad en los datos de adquisición, donde el último valor puede estar afectado por ruido o inestabilidad en la conversión analógica-digital. Como parte de la solución, se implementó un ajuste en el código para permitir la comparación entre muestras anteriores (por ejemplo, $I[n]-I[n-2]$), logrando así una señal derivada más robusta para el control del robot.

ISSN: 2395.955X
Revista AMIUTEM

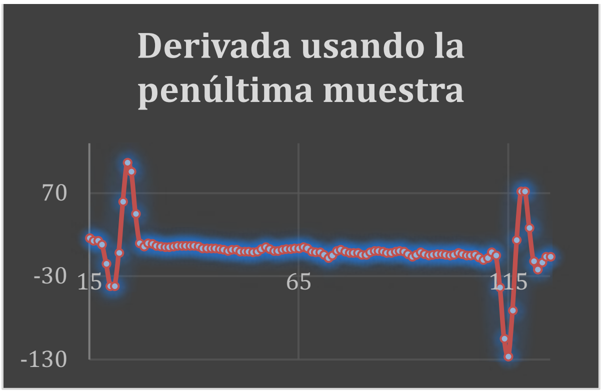


Figura 5. Representación usando la penúltima derivada

Los resultados experimentales mostraron un seguimiento de línea eficiente en condiciones de pista recta, curvas cerradas y variaciones de iluminación. La señal derivada no solo ofreció mejor detección de bordes, sino que permitió implementar decisiones basadas en umbrales dinámicos y lógica adaptativa. La integración del modelo derivativo demostró ser un caso práctico exitoso del uso de matemáticas aplicadas en un sistema embebido.

Gracias a esta implementación, el robot se posicionó como ganador del Freescale Cup en dos ediciones consecutivas, validando tanto el enfoque técnico como su efectividad en un entorno competitivo real.

Referencias

1. Elmenreich, W., y Klingler, G. (2006). *Embedded computer vision for line following robots*. In Proceedings of the 3rd IEEE International Workshop on Intelligent Data Acquisition and Advanced Computing Systems (pp. 643–648). https://doi.org/10.1109/IDAACS.2005.283033
2. Gonzalez, R. C., y Woods, R. E. (2008). *Digital Image Processing* (3rd ed.). Pearson Prentice Hall.
3. Ogata, K. (2010). *Ingeniería de control moderna* (5ª ed.). Pearson Educación.
4. Texas Instruments. (2011). *TSL1401 Linear Sensor Array datasheet*. Retrieved from https://www.ti.com/lit/ds/symlink/tsl1401.pdf
5. Dorf, R. C., y Bishop, R. H. (2011). *Modern Control Systems* (12th ed.). Prentice Hall.
6. BrokenChips Team. (2013). *Technical Report – Freescale Cup 2013*. Instituto Tecnológico de Ciudad Guzmán.

Sistemas de ecuaciones lineales en contexto STEM: un análisis del estado del arte

Araceli Ocampo Cuevas
aocampoc@uaz.edu.mx
Universidad Autónoma de Zacatecas, México

Mónica del Rocío Torres Ibarra
mtorres@uaz.edu.mx
Universidad Autónoma de Zacatecas, México

Resumen

La educación matemática ha evolucionado al formar parte del enfoque STEM (Science, Technology, Engineering, Mathematics), impulsando el desarrollo del pensamiento lógico y la capacidad de resolver problemas. En este tenor, la modelización matemática se consolida como un marco fundamental para conectar la teoría con la práctica en distintas áreas del conocimiento, destacándose el empleo de circuitos eléctricos como recurso didáctico. Sin embargo, un análisis del estado del arte permite identificar que pese a sus beneficios, la implementación de estas metodologías enfrenta desafíos significativos, entre ellos la escasa formación docente y la dificultad de adaptar los métodos pedagógicos a contextos diversos, por lo que se hace necesario establecer conexiones matemáticas mediante actividades integradoras desde las primeras etapas educativas, lo que a su vez implica replantear la formación docente y el diseño de propuestas didácticas contextualizadas. El estado del arte que se presenta en este trabajo es un análisis realizado con el objetivo diseñar una secuencia didáctica apoyada en la modelización matemática y la metodología STEM, para el estudio de sistemas de ecuaciones lineales aplicados a circuitos eléctricos, con el fin de potenciar su proceso de enseñanza-aprendizaje.

Palabras clave: STEM, sistemas de ecuaciones lineales, modelización matemática, tecnología.

Abstract

Mathematics education has evolved as part of the STEM (Science, Technology, Engineering, Mathematics) approach, promoting the development of logical thinking and problem-solving skills. In this context, mathematical modeling has established itself as a fundamental framework for connecting theory with practice in different areas of knowledge, with the use of electrical circuits as a teaching resource being particularly prominent. However, an analysis of the state-of-the-art reveals that, despite their benefits, the implementation of these methodologies faces significant challenges, including limited teacher training and the difficulty of adapting teaching methods to diverse contexts. Therefore, it is necessary to establish mathematical connections through integrative activities from the earliest stages of education. This, in turn, implies rethinking teacher training and the design of contextualized teaching proposals. The state of the art presented in this work is an analysis carried out with the objective of designing a teaching sequence supported by mathematical modeling and STEM methodology, for the study of systems of linear equations applied to electrical circuits, with the aim of enhancing their teaching-learning process.

Keywords: STEM, linear equations system, mathematical modeling, technology.

Recibido: 30 mayo 2025 *Aceptado: 20 junio 2025* *Publicado: 24 junio 2025*

ISSN: 2395.955X
Revista AMIUTEM

Introducción

El enfoque interdisciplinario que conecta las ciencias, la tecnología, la ingeniería y las matemáticas (STEM) juega un papel importante en la formación de individuos preparados para enfrentar los desafíos globales. Esta integración favorece el desarrollo de habilidades técnicas y científicas, promoviendo la innovación. En educación, especialmente en matemáticas, esta metodología es fundamental para unir conceptos teóricos con aplicaciones reales. Según Peña-Páez y Morales-García (2016), la modelización matemática contextualiza el aprendizaje, favoreciendo habilidades de resolución de problemas y pensamiento crítico. Aguilera et al. (2021) destacan que la integración disciplinaria en STEM es esencial para brindar a los estudiantes un conocimiento práctico, facilitando su preparación para el mundo profesional y tecnológico. Este proceso se enriquece con el uso de tecnologías como GeoGebra, que facilita la comprensión de conceptos matemáticos complejos. Galarza y Janampa (2019) afirman que GeoGebra permite visualizar interactivamente los sistemas de ecuaciones lineales, promoviendo una enseñanza dinámica y colaborativa. Sin embargo, para maximizar los beneficios, los docentes deben estar capacitados en el uso adecuado de estas tecnologías, como subrayan Campoverde (2016) y Gallo (2018), quienes resaltan la importancia de competencias tecnológicas y pedagógicas.

La incorporación de herramientas como GeoGebra debe ir acompañada de una metodología adecuada para modelar problemas reales. Márquez et al. (2021) proponen que la modelización de problemas contextualizados usando sistemas de ecuaciones lineales refuerza la comprensión matemática y mejora las habilidades de resolución de problemas. Medina-Sandoval (2019) resalta la necesidad de reconstruir el proceso de enseñanza-aprendizaje de las ecuaciones lineales para lograr un entendimiento sólido y su aplicación real. Este marco teórico se alinea con el enfoque STEM, utilizando herramientas como GeoGebra. Santos (2018) y Pérez et al. (2023) coinciden en que esta enseñanza prepara a los estudiantes para un mundo cada vez más tecnológico. No obstante, la integración de esta estrategia sigue enfrentando desafíos, como la falta de formación docente (Ledezma et al., 2024). Desde esta perspectiva, Alsina (2020) subraya la importancia de establecer conexiones matemáticas significativas desde las primeras etapas educativas, lo que implica replantear tanto la formación docente como el diseño de propuestas didácticas contextualizadas. En este sentido, el presente estudio se basa en un análisis del estado del arte para fundamentar el diseño de una secuencia didáctica orientada al estudio de los sistemas de ecuaciones lineales con aplicación en circuitos eléctricos.

La propuesta se apoya en la modelación matemática como fundamento teórico y en el enfoque STEM, con el objetivo de favorecer aprendizajes significativos y contextualizados en los estudiantes. A su vez, este trabajo revisa el impacto de las herramientas tecnológicas en la enseñanza y el aprendizaje de sistemas de ecuaciones lineales, destacando la integración de tecnología, matemáticas e ingeniería y cómo estos recursos mejoran la comprensión de conceptos abstractos y facilitan su aplicación en contextos reales. A través del análisis de diversas investigaciones, se busca ofrecer una visión integral sobre las ventajas y desafíos de implementar este enfoque en el aula, contribuyendo al desarrollo de estrategias didácticas innovadoras.

Referente teórico

Se toman los fundamentos de la modelización matemática, un proceso que consiste en transformar un problema real en una representación matemática y, a su vez, devolver sus resultados al contexto original de manera comprensible (Pollak, 2007). En la literatura especializada se han propuesto diferentes ciclos para analizar el proceso de modelización (Borromeo Ferri, 2006) y han surgido distintas perspectivas sobre su implementación (Preciado et al., 2023). En este estudio se adopta el ciclo de modelización desde una perspectiva cognitiva (ver figura 1), propuesto por Borromeo Ferri (2018), el cual se enmarca en la postura realista de trabajo con modelización (Abassian et al., 2020).

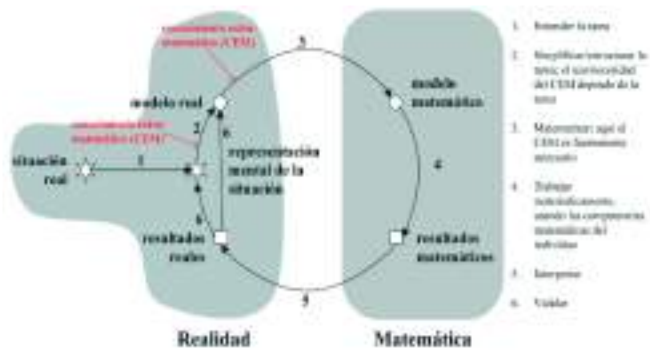


Figura 1. Ciclo de modelización desde una perspectiva cognitiva

Nota. Tomada de Ledezma et al. (2024, p. 60)

En este contexto, Lay (2012) señala que los sistemas de ecuaciones lineales son herramientas fundamentales, pues permiten modelar situaciones en las que se busca encontrar valores para las incógnitas que satisfacen múltiples condiciones simultáneamente. Un sistema de ecuaciones lineales se presenta en la forma estándar: $a_1x_1 + a_2x_2 + \cdots + a_nx_n = b$

Donde $x_1, x_2, \dots, x_n$ son las incógnitas del sistema, $a_1, a_2, \dots, a_n$ son los coeficientes de estas incógnitas y b es el término constante. El subíndice n puede ser cualquier entero positivo. En los ejemplos y ejercicios del libro, n normalmente está entre 2 y 5. En problemas de la vida real, n podría ser 50 o 5000, o incluso mayor.

Por definición, un sistema de ecuaciones lineales (o sistema lineal) es una colección de una o más ecuaciones lineales que implican las mismas variables, por ejemplo, $x_1, \dots, x_n$. Un ejemplo (Lay, 2012, p. 2) es:

$$2x_1 - x_2 + 1.5x_3 = 8$$
$$x_1 - 4x_3 = -7$$

Teniendo en cuenta lo anterior, consideramos que el enfoque STEM fortalece la modelización matemática al conectar conceptos abstractos con situaciones del mundo real, promoviendo un aprendizaje significativo en ciencia, tecnología e ingeniería. Un ejemplo concreto de esta aplicación son los circuitos eléctricos, donde las ecuaciones permiten modelar y analizar el comportamiento de corrientes y voltajes, facilitando la comprensión de principios fundamentales en física. Para que esta integración sea efectiva, es fundamental que los educadores se formen y desarrollen metodologías, competencias y materiales adaptados a las necesidades de los estudiantes. En este sentido, autores como Bybee (2013) sostienen que el enfoque STEM puede contribuir a responder a los desafíos económicos y sociales actuales, identificando las necesidades de los trabajos y profesiones para ajustar las nuevas habilidades a los requisitos laborales, al mismo tiempo que hace hincapié en los retos tecnológicos y medioambientales que enfrentamos (ver figura 2).

Figura 2. *Elementos del enfoque STEM*

Nota. Tomada de Olvera et al. (2022, p. 3)

Para profundizar en este tema, Alsina (2020) destaca la importancia de los procesos clave establecidos por el National Council of Teachers of Mathematics en 2000, los cuales incluyen la resolución de problemas, el razonamiento y la prueba, la comunicación, la representación y las conexiones. En este panorama, Novo et al. (2017) vinculan las conexiones matemáticas con el concepto de conexionismo, el cual promueve una enseñanza global en la que se reemplaza el desarrollo secuencial de los contenidos por un enfoque integral. A partir de un estudio realizado con 271 niños de distintos niveles de Educación Infantil (de 3 a 6 años), los autores identifican tres tipos de conexiones matemáticas: 1) conexiones conceptuales, que se encargan de establecer nexos entre contenidos matemáticos diversos; 2) conexiones docentes, que vinculan conceptos matemáticos a través de metodologías activas y permiten vivenciar experiencias matemáticas en relación con otras materias; y 3) conexiones prácticas, que relacionan las matemáticas con el entorno. Esta categorización guarda un fuerte paralelismo con la clasificación propuesta por Alsina (2014), como se ilustra en la figura 3.

Figura 3. *Tipos de conexiones matemáticas*

Nota. Tomada de Alsina (2020, p. 4)

Las interrelaciones entre disciplinas son fundamentales en el proceso de enseñanza, especialmente en contextos educativos que buscan responder a los desafíos del siglo XXI. Beltrán-Pellicer y Muñoz-Escolano (2021) destacan que, mediante experiencias integradas, se fortalecen los vínculos entre las distintas áreas del conocimiento, favoreciendo un aprendizaje más significativo y contextualizado. Para implementar esta integración de manera efectiva desde edades tempranas, Alsina (2017) desarrolla un modelo orientado a promover la alfabetización matemática en la infancia, el cual puede extrapolarse al ámbito de la alfabetización STEM. Este modelo incluye fases específicas diseñadas no solo para gestionar actividades, sino también para fomentar de manera intencional la interrelación de los conceptos matemáticos con otras disciplinas científicas y tecnológicas (ver figura 4), promoviendo así un enfoque holístico del aprendizaje.

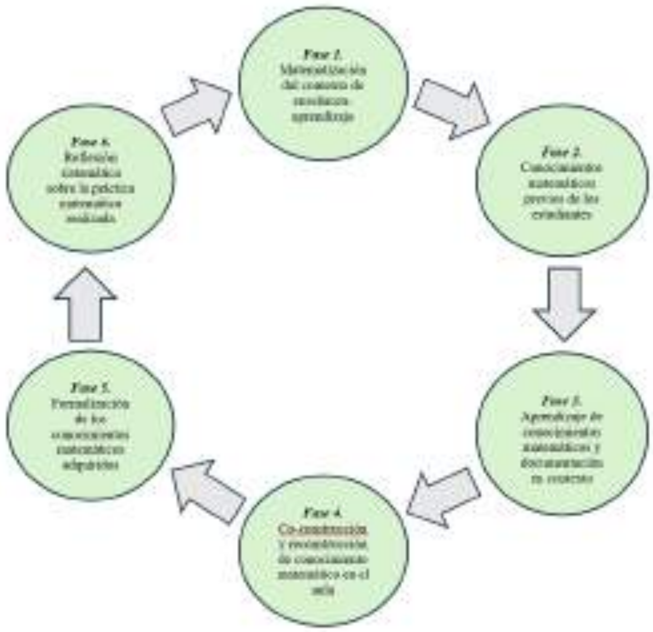


Figura 4. *Modelo de alfabetización matemática en la infancia*

Nota. Adaptado de Alsina (2020, p. 173)

El modelo se fundamenta en las aportaciones del NCTM (2000, 2014), organismos internacionales y los principios de la Educación Matemática Realista (Freudenthal, 1973, 1991), y se estructura en seis fases:

Fase 1. Matematización del contexto de enseñanza-aprendizaje: se fundamenta en contribuciones de la EMR (Freudenthal, 1973, 1991) y del NCTM (2003, 2015) en relación tanto a la práctica del profesor como al diseño de la enseñanza. Se parte de la idea que: a) el punto de partida de una actividad consiste en seleccionar un contexto real o realista, con el objeto de poder partir del nivel situacional (Freudenthal, 1991); y b) una vez planificado el contexto se determinan los conocimientos matemáticos que se van a trabajar en dicho contexto (es decir, qué contenidos y a través de qué procesos).

Fase 2. Conocimientos matemáticos previos de los estudiantes: esta fase tiene una fuerte inspiración sociocultural, ya que se asume que toda actividad debería partir de los conocimientos previos de los estudiantes. Como señaló Vigotsky (1978), si la distancia entre lo que el alumno sabe y lo que se planifica que aprenda es demasiado grande, el aprendizaje difícilmente se produce. Se asume que existen diversos recursos posibles para hacer emerger conocimientos previos en un contexto de comunicación en el aula de matemáticas, aunque uno de los más adecuados son las buenas preguntas o las preguntas efectivas (EduGains, 2011; Mercer, 2001).

Fase 3. Aprendizaje de conocimientos matemáticos y documentación en contexto: a medida que los estudiantes avanzan en su escolaridad, deben impulsarse otros niveles de comprensión: nivel referencial, mediante esquematización y modelos, descripciones, etc.; nivel general, mediante exploración, reflexión y generalización; y, finalmente, nivel formal, mediante procedimientos estándares y notación convencional (Freudenthal, 1991). Otro elemento interesante a considerar durante esta fase es la documentación de las acciones de los estudiantes (Malaguzzi, 2001).

Fase 4. Co-construcción y reconstrucción de conocimiento matemático en el aula: los estudiantes comunican lo que han aprendido en contexto, procurando en todo momento que utilicen un lenguaje matemático adecuado, en sintonía con algunas de las principales recomendaciones sobre buenas prácticas matemáticas, que preconizan la importancia del lenguaje para describir, explicar y justificar ideas matemáticas (Asociación Australiana de Profesores de Matemáticas e Infancia, 2012). El nuevo conocimiento co-construido se contrasta con los conocimientos previos, dando lugar a la reconstrucción de conocimiento matemático.

Fase 5. Formalización de los conocimientos matemáticos adquiridos: se promueve que los estudiantes representen de manera simbólica las situaciones concretas de la realidad (Alsina, 2006). Por esta razón, una buena práctica debería finalizar, a medida que avanzan las posibilidades de representación de los estudiantes, con la institucionalización de los aprendizajes matemáticos adquiridos. Los estudiantes deberían ir adquiriendo progresivamente herramientas que les permitan formalizar los aprendizajes a través del lenguaje escrito en general y, más adelante, del lenguaje simbólico o algebraico en particular.

Fase 6. Reflexión sistemática sobre la práctica matemática realizada: para cerrar la secuencia de fases es imprescindible contemplar la reflexión sistemática a partir de la propia acción, con el objeto de mejorarla, tal como sugieren las principales recomendaciones sobre buenas prácticas matemáticas en Educación Infantil (Asociación Australiana de Profesores de Matemáticas e Infancia, 2012; NAEYC & NCTM, 2013).

Estado del arte

Para abordar el tema de interés, se realizó un análisis de estudios previos sobre la modelización matemática en la enseñanza de sistemas de ecuaciones lineales, sobre todo en contextos STEM. La búsqueda se efectuó en repositorios académicos (Redalyc, Dialnet, SciELO), bases de datos universitarias y Google Académico, priorizando documentos publicados desde 2015. Los trabajos recopilados se organizaron en cuatro categorías:

1) Modelización matemática y enseñanza de sistemas de ecuaciones lineales.
2) Uso de tecnología educativa en el aula de matemáticas.
3) Enfoque STEM en educación matemática.
4) Aprendizaje contextualizado en circuitos eléctricos.

En cuanto al primer eje, la modelización matemática se presenta como un marco teórico que favorece la comprensión de conceptos abstractos, promueve el aprendizaje significativo y conecta la teoría con la práctica, aspecto especialmente relevante en contextos STEM. Se ha comprobado que integrar tecnologías digitales, contextualizar problemas y diseñar secuencias didácticas bien estructuradas impacta positivamente en el aprendizaje y en la práctica docente, aunque también plantea retos de implementación. Un ejemplo representativo es el estudio de Chávez (2020), quien diseñó una secuencia didáctica basada en el lenguaje algebraico y el uso de GeoGebra, evidenciando cómo el contexto, la tecnología y la intervención docente favorecen la comprensión del álgebra a través de problemas reales. Esta metodología generó mayor motivación y participación estudiantil, aunque también implicó retos como la necesidad de intervención constante del docente y la dependencia tecnológica.

Por su parte, Peña-Páez y Morales-García (2016) destacan la importancia de contextualizar conceptos matemáticos en la formación de ingenieros, acercando la matemática a su aplicación profesional. Esta estrategia potencia la motivación y apropiación del conocimiento, pero exige docentes capacitados en modelización matemática, capaces de guiar procesos sin perder el rigor conceptual. Márquez et al. (2021) propusieron una metodología en tres etapas (orientación, desarrollo y evaluación) que fomenta la participación activa de estudiantes y docentes. Aunque efectiva, requiere planificación precisa y tiempo suficiente, lo que puede dificultar su aplicación en contextos con limitaciones de recursos.

Desde una mirada teórica, Medina-Sandoval (2019) realizó una revisión documental que evidenció cómo las dificultades en álgebra en niveles superiores se originan en deficiencias conceptuales tempranas. Propone reforzar la formación matemática desde etapas iniciales, aunque sugiere que ello implicaría reformas curriculares de fondo. En el ámbito internacional, Ledezma et al. (2024) reportan una experiencia formativa en Panamá con docentes de secundaria, destacando la variedad de enfoques en la resolución de problemas de modelización. Esto revela la necesidad de formación continua, aunque también se identificó resistencia al cambio entre algunos docentes, lo que limita la adopción de enfoques innovadores. Por su lado, Zapata et al. (2015) desarrollaron una estrategia didáctica en Medellín basada en problemas cotidianos y el método heurístico de Polya, logrando mejoras en la resolución de problemas algebraicos. Sin embargo, destacan la importancia de seleccionar adecuadamente los problemas, considerando su complejidad y sensibilidad temática.

En conjunto, estos estudios ofrecen una visión amplia sobre la enseñanza de sistemas de ecuaciones lineales en contextos STEM. La modelización matemática emerge como una estrategia eficaz para contextualizar el aprendizaje, integrar tecnología y fomentar el pensamiento crítico. No obstante, su implementación efectiva requiere docentes capacitados, tiempo para la planificación y, en muchos casos, adecuaciones curriculares.

Las herramientas digitales, como GeoGebra, han demostrado ser aliadas del proceso de enseñanza-aprendizaje, ya que facilitan la visualización e interacción con conceptos matemáticos complejos, potenciando tanto el aprendizaje como la enseñanza. Diversas investigaciones analizan su impacto en el desempeño académico y en la innovación pedagógica (abordado en la segunda categoría), donde Galarza y Janampa (2019) estudiaron la influencia del software GeoGebra en el aprendizaje de sistemas de ecuaciones lineales en estudiantes de tercer grado de secundaria. Utilizando un diseño preexperimental con pruebas antes y después de la intervención, hallaron un aumento significativo en el rendimiento académico, con un promedio final de 15.89 puntos. La prueba de signos confirmó que esta mejora no fue aleatoria, destacando el valor del software en la representación gráfica y la manipulación dinámica de ecuaciones. No obstante, subrayaron la necesidad de capacitar a los docentes, ya que el uso efectivo de estas tecnologías exige habilidades técnicas y didácticas específicas.

De forma similar, Campoverde (2016) comparó el rendimiento de dos grupos de estudiantes de décimo año: uno que utilizó GeoGebra y otro que siguió métodos tradicionales. El grupo experimental obtuvo mejores resultados, con diferencias de hasta 1.45 puntos, lo que indica que el software mejora tanto la comprensión de conceptos como la motivación estudiantil. Sin embargo, se evidenció una limitada integración del software por parte del profesorado, lo que refuerza la necesidad de formación docente y de una mayor presencia de la tecnología en el currículo. Por su parte, Gallo (2018) implementó una secuencia didáctica apoyada en GeoGebra para abordar la función lineal en noveno grado, dentro de un enfoque cualitativo de investigación-acción. Los estudiantes mostraron avances en la modelación y resolución de problemas, así como en autonomía y pensamiento crítico. El estudio concluye que el éxito de estas metodologías depende en gran parte del diseño de las actividades y del acompañamiento docente, ya que el uso del software sin una guía adecuada puede limitar su efectividad.

A través de una revisión sistemática, Pusdá et al. (2022) identificaron beneficios consistentes del uso de GeoGebra en distintos niveles educativos: mejora en la comprensión, el pensamiento crítico, el rendimiento académico y la actitud hacia la matemática. No obstante, advierten que su efectividad depende de la infraestructura tecnológica disponible y de la capacitación docente. En el ámbito universitario, Gaona y Guerrero (2022) compararon un enfoque tradicional con uno asistido por GeoGebra en estudiantes de ingeniería. El grupo que utilizó la herramienta digital mostró una mejora de 3.72 puntos, frente a 1.06 del grupo control, y retuvo mejor el aprendizaje a largo plazo. Esto refuerza el valor de la tecnología en la modelización matemática a nivel superior, aunque también plantea retos para su integración efectiva en programas formativos tradicionales.

Estos estudios evidencian que GeoGebra es una herramienta eficaz para la enseñanza de sistemas de ecuaciones lineales, al facilitar la visualización, promover la comprensión conceptual y mejorar el rendimiento. Sin embargo, su implementación exitosa requiere planificación didáctica, infraestructura adecuada y formación continua del profesorado. Su incorporación representa una oportunidad para dinamizar la enseñanza del álgebra y responder a las demandas del aprendizaje en contextos educativos contemporáneos.

Con respecto a la tercera categoría de esta revisión, el enfoque STEM ha cobrado relevancia en la investigación educativa por su potencial para mejorar la enseñanza-aprendizaje y promover una formación interdisciplinaria. Este enfoque busca que los estudiantes no solo adquieran conocimientos aislados, sino que desarrollen habilidades para resolver problemas de manera colaborativa y contextualizada. Diversos estudios abordan su implementación desde estrategias pedagógicas, modelos de integración disciplinar y el uso de tecnologías en el aula. Aguilera et al. (2021), mediante una revisión sistemática, identificaron distintos modelos de integración STEM, desde la enseñanza separada de disciplinas hasta experiencias pedagógicas totalmente combinadas. Aunque esto muestra su flexibilidad, también revela una falta de consenso conceptual y práctico, lo cual genera incertidumbre entre docentes. Esta ambigüedad, influida por factores contextuales y de recursos, destaca la necesidad de marcos teóricos claros que orienten la aplicación del enfoque según las condiciones de cada institución.

Desde su origen, el acrónimo STEM ha adoptado múltiples significados: educativos, político-sociales y personales, lo que ha contribuido a su conceptualización ambigua. Mientras algunas propuestas se centran en una sola disciplina o combinaciones parciales, otras intentan una integración completa sin lograr una verdadera conexión interdisciplinaria. Esta diversidad de interpretaciones exige una mayor claridad para facilitar la adopción efectiva por parte de los docentes, así como políticas educativas que apoyen su formación continua y garanticen recursos adecuados. En este sentido, Castiblanco y Lozano (2016) analizaron el impacto de un modelo basado en robótica en escuelas rurales de Colombia, observando mejoras en el rendimiento estudiantil, especialmente en geometría, aunque subrayaron que su éxito depende de la capacitación docente y del acceso a tecnología, factores críticos en contextos con recursos limitados.

Doğan et al. (2019) propusieron integrar las disciplinas científicas, tecnológicas, de ingeniería y matemáticas mediante el modelado matemático, lo que facilita la transferencia de conceptos y mejora la resolución de problemas interdisciplinarios, aunque señalaron que su implementación requiere formación docente específica, así como ajustes curriculares e institucionales. Además, el uso de herramientas digitales ha sido fundamental en el desarrollo de este enfoque, como lo demuestra López et al. (2020), quienes evidencian que aplicaciones como GeoGebra mejoran la comprensión de conceptos matemáticos y aumentan la motivación estudiantil, aunque su efectividad depende de la infraestructura tecnológica y la capacitación del profesorado. Finalmente, tanto Hitt (2023) como Kertil y Gurel (2016) coinciden en que la modelación matemática apoyada por tecnología favorece la integración disciplinar y mejora el aprendizaje.

Alsina (2020) aporta evidencia desde la educación infantil, al mostrar cómo las actividades STEAM permiten establecer conexiones matemáticas significativas a través de experiencias lúdicas y contextualizadas. Su estudio resalta que incluso en niveles iniciales es posible fomentar la interdisciplinariedad y el pensamiento matemático mediante propuestas integradas, lo que refuerza la importancia de introducir este enfoque desde las primeras etapas del sistema educativo.

Otros estudios, como los de López y Mendoza (2020), Maass et al. (2019), Olvera et al. (2022) y Ortega et al. (2022), resaltan que la educación STEM debe incorporar habilidades metacognitivas, experiencias prácticas y tecnologías emergentes como la realidad virtual, siempre acompañadas de formación docente adecuada. En conjunto, estas investigaciones subrayan que una educación interdisciplinaria apoyada en tecnología fortalece las competencias matemáticas y científicas necesarias para afrontar los desafíos del siglo XXI.

La integración de ciencia, tecnología, ingeniería y matemáticas mediante modelización matemática, el uso de herramientas digitales y enfoques pedagógicos interdisciplinarios ofrece importantes beneficios para el aprendizaje. Sin embargo, su implementación efectiva exige investigaciones continuas sobre su impacto, formación docente específica y condiciones institucionales que respalden estos procesos.

Al abordar la última categoría, se evidencia una desconexión entre las ciencias básicas y las asignaturas de especialización en los programas de ingeniería. Esta separación limita la aplicación efectiva de los conceptos matemáticos en el contexto profesional, resultando en una comprensión superficial y dificultando la resolución de problemas reales (Santos, 2018). Por ello, integrar las ciencias básicas con los campos de especialización es esencial para fomentar un aprendizaje sólido y relevante para los futuros profesionales.

Con el objetivo de resolver estas dificultades, la modelización matemática se presenta como un marco fundamental que permite integrar conocimientos teóricos en situaciones concretas. Un ejemplo de su implementación se encuentra en la asignatura de *Operaciones Unitarias* en Ingeniería Industrial de la Universidad Católica Sedes Sapientiae, donde se estudia la *conminución de sólidos* dentro del marco de un problema industrial real. Este enfoque no solo facilita la comprensión de los principios matemáticos y físicos involucrados, sino que también permite a los estudiantes reconocer la importancia de los cursos de ciencias básicas en su formación profesional, promoviendo un aprendizaje más significativo.

El uso de herramientas digitales en la enseñanza de la modelización matemática complementa eficazmente esta estrategia al facilitar la comprensión y aplicación de conceptos teóricos. En el análisis de circuitos eléctricos, Pérez et al. (2023) proponen el uso de GeoGebra como herramienta interactiva para representar diagramas fasoriales, lo que permite a los estudiantes entender la relación entre la tensión y la corriente en el plano complejo de un circuito. De manera similar, Sauvey (2022) sugiere emplear hojas de cálculo para modelar circuitos eléctricos, ofreciendo a los estudiantes una opción para desarrollar habilidades analíticas y mejorar su comprensión de los circuitos RLC. Estos recursos no solo facilitan el aprendizaje, sino que también proporcionan recursos prácticos que los estudiantes pueden utilizar en su futura carrera profesional. Vincular la teoría matemática con su aplicación práctica es fundamental en la formación en ingeniería, y González (2017) resalta la relevancia de emplear circuitos eléctricos en la enseñanza de sistemas algebraicos lineales, ya que la desconexión entre teoría y práctica puede generar desinterés y bajo rendimiento académico.

Conclusiones

La modelización matemática constituye un eje fundamental para enriquecer la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, pues permite vincular conceptos abstractos en contextos reales y, de este modo, hacerlos más comprensibles. Chávez (2020) y Peña-Páez y Morales-García (2016) argumentan que, además de reforzar contenidos específicos, este enfoque potencia el pensamiento crítico y la capacidad para abordar problemas complejos. Cuando se incorpora GeoGebra (una herramienta tecnológica de visualización dinámica), la modelización se vuelve aún más interactiva. Galarza y Janampa (2019), Pusdá et al. (2022) y Gaona y Guerrero (2022) han demostrado que el uso de este software facilita la exploración autónoma de los conceptos y mejora significativamente la comprensión matemática.

Por su parte, el enfoque STEM amplía el alcance de la modelización al fomentar un aprendizaje interdisciplinario y orientado a la resolución de retos reales. Hitt (2023) y Maass et al. (2019) señalan que integrar estas disciplinas fortalece las competencias matemáticas y prepara a los estudiantes para aplicar modelos cuantitativos en contextos profesionales. Alsina (2020) subraya, además, la necesidad de propuestas didácticas que establezcan conexiones significativas entre las matemáticas y su aplicación práctica, lo cual implica repensar la formación docente. Estrategias como la metacognición y el aprendizaje basado en problemas, tal como plantean López y Mendoza (2020), han mostrado su eficacia para apoyar a estudiantes en riesgo académico. En conjunto, estas evidencias respaldan que la combinación de modelización matemática y enfoque STEM, aplicada a sistemas de ecuaciones lineales en circuitos eléctricos, ofrece un marco pedagógico sólido: permite a los alumnos visualizar y manipular modelos matemáticos en un contexto físico real, promoviendo un aprendizaje más profundo y con significado.

Referencias

1. Abassian, A., Safi, F., Bush, S., y Bostic, J. (2020). Five different perspectives on mathematical modeling in athematics education. *Investigations in Mathematics Learning*, 12(1), 53–65. https://doi.org/10.1080/19477503.2019.1595360
2. Aguilera, D., Lupiáñez, J. L., Vílchez-González, J. M., y Perales-Palacios, F. J. (2021). In search of a long-awaited consensus on disciplinary integration in STEM education. *Mathematics, 9*(6), 597. https://doi.org/10.3390/math9060597
3. Alsina, Á. (2006). Cómo desarrollar el pensamiento matemático de 0 a 6 años. Editorial Octaedro-Eumo.
4. Alsina, Á. (2014). Procesos matemáticos en Educación Infantil: 50 ideas clave. Números, 86, 5–28. https://drive.google.com/file/d/1hnOOdtUfpa6_AOQeARLb5-cHk1Y5Qi-c/view
5. Alsina, Á. (2017). Caracterización de un modelo para fomentar la alfabetización matemática en la infancia: vinculando la investigación con las buenas prácticas. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, (12), 59–78. Recuperado de https://aiem.es/article/view/3886/4327
6. Alsina, Ángel. (2020). Conexiones matemáticas a través de actividades STEAM en Educación Infantil. UNIÓN - *REVISTA IBEROAMERICANA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA*, 16(58), 168-190. Recuperado a partir de https://revistaunion.org.fespm.es/index.php/UNION/article/view/69
7. Asociación Australiana de Profesores de Matemáticas e Infancia en Australia. (2012). *Declaración de posición sobre las matemáticas en la primera infancia. EDMA 0-6: Educación Matemática en la Infancia, 1*(2), 1–4. https://funes.uniandes.edu.co/funes-documentos/declaracion-de-posicion-sobre-las-matematicas-en-la-primera-infancia/
8. Beltrán-Pellicer, P., & Muñoz-Escolano, J. M. (2021). Una experiencia formativa con BlocksCAD con futuros docentes de matemáticas en secundaria. Didactica. *Revista de Investigación en Didácticas Específicas*, (10), 71-90. https://doi.org/10.1344/did.2021.10.71-90
9. Borromeo Ferri, R. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 38(2), 86–95. https://doi.org/10.1007/bf02655883
10. Borromeo Ferri, R. (2018). *Learning How to Teach Mathematical Modeling in School and Teacher Education*. Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-68072-9
11. Bybee, R. W. (2013). *The case for STEM education*. NSTA Press. https://books.google.com.mx/books?id=gfn4AAAAQBAJ&printsec=frontcover&hl=es&source=gbs_ge_summary_r&cad=0#v=onepage&q&f=false
12. Campoverde, M. Y. (2016). *La utilización del software Geo-Gebra como apoyo didáctico en la enseñanza de los temas de sistemas de ecuaciones y funciones y su relación con el rendimiento académico de los estudiantes de décimo año de la Unidad Educativa Tuntatacto, Cantón Guano* [Tesis de maestría, Escuela Superior Politécnica de Chimborazo]. http://dspace.espoch.edu.ec/handle/123456789/4472
13. Castiblanco, P. J., & Lozano, R. (2016). *El modelo STEM como práctica innovadora en el proceso de aprendizaje de las matemáticas en las escuelas unitarias de la IED Instituto Técnico Agrícola de Pacho, Cundinamarca* [Tesis de maestría, Universidad Tecnológica de Bolívar]. https://hdl.handle.net/20.500.12585/2677
14. Chávez, A. A. (2020). *Una propuesta de enseñanza de las matemáticas para alumnos de tercer año de preparatoria desde la modelización matemática* [Tesis de maestría, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN]. https://repositorio.cinvestav.mx/bitstream/handle/cinvestav/4044/SSIT0019052.pdf?sequence=1
15. Doğan, M. F., Gürbüz, R., Erdem, Z. Ç., y Şahin, S. (2019). Using mathematical models to integrate STEM disciplines: A theoretical framework. *Turkish Journal of Educational Informatics and Mathematics (TURCOMAT, 10*(3), 628-653. https://doi.org/10.16949/turkbilmat.502007
16. EduGAINS. (2011). *Asking effective questions*. https://valleyteams.com/wp-content/uploads/2013/04/asking-effective-questions-in-math.pdf
17. Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an educational task*. Riedel Publishing Company. https://link.springer.com/book/10.1007/978-94-010-2903-2?utm_source
18. Freudenthal, H. (1991). *Revisiting mathematics education*. Kluwer Academic Publishers. https://link.springer.com/book/10.1007/0-306-47202-3
19. Galarza, C. J., y Janampa, A. N. (2019). *Aplicación del GeoGebra como software matemático para el aprendizaje de sistemas de ecuaciones lineales de los estudiantes del tercer grado de la institución educativa "Manuel Gonzales Prada" Chinche–Yanahuanca* [Tesis de licenciatura, Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión]. http://repositorio.undac.edu.pe/handle/undac/2136
20. Gallo, E. (2018). *Resolución de problemas con la función lineal a través de una secuencia didáctica utilizando el programa GeoGebra con el fin de contribuir con el aprendizaje en los estudiantes del grado noveno de la IED Codema* [Tesis de maestría, Universidad de La Sabana]. http://hdl.handle.net/10818/34109
21. Gaona, S. M., y Guerrero, S. L. (2022). GeoGebra para el aprendizaje de modelación matemática en ingeniería: estudio de caso (modalidad en línea). *RIDE. Revista Iberoamericana para la Investigación y el Desarrollo Educativo, 12*(24). https://doi.org/10.23913/ride.v12i24.1228
22. González, J. G. (2017). Implementación de circuitos eléctricos para facilitar el aprendizaje de sistemas algebraicos lineales. *Revista Iberoamericana Para La Investigación Y El Desarrollo Educativo, 7*(14), 51-62. https://doi.org/10.23913/ride.v7i14.272
23. Hitt, F. (2023). Modelación matemática y uso de tecnología bajo una perspectiva STEM. *Revista AMIUTEM*, 11(2), 1–26. Recuperado a partir de https://revista.amiutem.edu.mx/index.php/relecamiutem/article/view/245
24. Ibarra, C. E. (2017). Análisis del desempeño estudiantil en el uso de los métodos de solución de sistemas de ecuaciones lineales. Revista Iberoamericana de Producción Académica y Gestión Educativa, 4(7). https://www.pag.org.mx/index.php/PAG/article/view/672/863
25. Kertil, M., y Gurel, C. (2016). Mathematical modeling: A bridge to STEM education. *International Journal of Education in Mathematics, Science and Technology, 4*(1), 44-55. https://doi.org/10.18404/ijemst.95761

26. Lay, D. C. (2012). *Linear algebra and its applications* (4th ed.). Pearson.
27. Ledezma, C., Morales-Maure, L., y Font, V. (2024). Experiencia educativa en modelización para docentes de matemática en Panamá. *Alteridad. Revista de educación, 19*(1), 58-70. https://doi.org/10.17163/alt.v19n1.2024.05
28. López, V., Couso, D., y Simarro, C. (2020). Educación STEM en y para el mundo digital. *Revista De Educación a Distancia, 5*. https://www.um.es/ead/red/58/lopez_et_al.pdf
29. López, X., & Mendoza, M. (2020). Integrando la metacognición y la ejercitación en el aprendizaje en STEM: Un taller interdisciplinario para estudiantes en riesgo académico cursando álgebra. *Congresos CLABES,* 370-377. https://ridda2.utp.ac.pa/handle/123456789/11428
30. Maass, K., Geiger, V., Ariza, M. R., et al. (2019). The role of mathematics in interdisciplinary STEM education. *ZDM Mathematics Education, 51*, 869–884. https://doi.org/10.1007/s11858-019-01100-5
31. Malaguzzi, M. (2001). *La educación infantil en Reggio Emilia*. Rosa Sensat - Octaedro.
32. Márquez, G., Mora, C., y Escalona, P. I. (2021). Propuesta metodológica para favorecer la habilidad de modelar problemas contextualizados que conducen sistemas de ecuaciones lineales. *Revista Electrónica Formación y Calidad Educativa, 9*(3), 104-119. https://refcale.uleam.edu.ec/index.php/refcale/article/view/3537
33. Medina-Sandoval, E. (2019). Reconstruyendo el camino del proceso de enseñanza-aprendizaje de la solución de los sistemas de ecuaciones lineales. *Eco Matemático, 10*(2), 79–88. https://doi.org/10.22463/17948231.2595
34. Mercer, N. (2001). *Palabras y mentes*. Paidós. https://books.google.com.mx/books?id=-61bLyLvVPEC&printsec=frontcover&hl=es&source=gbs_ge_summary_r&cad=0#v=onepage&q&f=false
35. National Association for the Education of Young Children [NAEYC] & National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (2013). Matemáticas en la educación infantil: Facilitando un buen inicio. Declaración conjunta de posición. *EDMA 0-6: Educación Matemática en la Infancia, 2*(1), 1–23. https://funes.uniandes.edu.co/funes-documentos/matematicas-en-la-educacion-infantil-facilitando-un-buen-inicio-declaracion-conjunta-de-posicion/
36. National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. The National Council of Teachers of Mathematics. https://www.nctm.org/Standards-and-Positions/Principles-and-Standards/
37. Novo, M.ª L., Alsina, Á., Marbán, J. Mª, & Berciano, A. (2017). Inteligencia conectiva para la educación matemática infantil. *Comunicar. Revista Científica de Comunicación y Educación, 52*, 29–39. https://www.revistacomunicar.com/pdf/52/c5203es.pdf
38. Olvera, M. del C., Reyes, A. V., Campos, M., Torres, A. A., y Soto , C. A. (2022). El enfoque STEM y el aprendizaje de las matemáticas. *UNIÓN - REVISTA IBEROAMERICANA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA*, 18(66). Recuperado a partir de https://revistaunion.org/index.php/UNION/article/view/1423
39. Ortega, A. P., López, V. P., y Mediavilla, D. M. (2022). El papel de las nuevas tecnologías en la educación STEM. *Bordón: Revista de Pedagogía, 74*(4), 11-21. https://doi.org/10.13042/Bordon.2022.96550
40. Peña-Páez, L. M., y Morales-García, J. F. (2016). La modelación matemática como estrategia de enseñanza-aprendizaje: El caso del área bajo la curva. *Revista Digital Educación en Ingeniería, 11*(21), 64–71. https://doi.org/10.26507/rei.v11n21.637
41. Pérez, M., Ramos, J., & Rodríguez, A. (2023). Empleo del GeoGebra en el análisis fasorial de los circuitos eléctricos. *Ingeniería Energética, 44*(3), 123-130. http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1815-59012023000300123
42. Preciado, A. P., Peña, F., Ortiz, Y. A., y Solares, A. (2023). Diversity of perspectives on mathematical modelling: A review of the international landscape. En G. Greefrath, S. Carreira, y G. A. Stillman (Eds.), Advancing and Consolidating Mathematical Modelling: Research from ICME-14 (pp. 43–57). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-031-27115-1_3
43. Pusdá, M. P., Rosero, R. H., y Benavides, G. G. (2022). Evaluación del software GeoGebra como recurso de enseñanza en sistemas de ecuaciones. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, 6(4), 3406-3419. https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v6i4.2843
44. Santos, W. C. (2018). Un desafío para el docente: la modelación matemática contextualizada. Caso aplicado a conminución de sólidos. *Studium Veritatis*, 16(22), 105–136. https://doi.org/10.35626/sv.22.2018.284
45. Sauvey, C. (2022). Mathematical Modeling of Electrical Circuits and Increasing Difficulty Practical Work with Classic Spreadsheet Software. *Modeling*, 3(4), 445-463. https://doi.org/10.3390/modelling3040029
46. Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society: The development of higher psychological processes*. Harvard University Press.
47. Zapata, J., Villa, L. y Calderón, L. (2015). *Modelización de la realidad como estrategia didáctica para la enseñanza de ecuaciones lineales en el grado noveno*. [Tesis de licenciatura, Universidad de Antioquia, Colombia]. Repositorio Institucional Universidad de Antioquia. Disponible en: http://hdl.handle.net/10495/22911

Modelación del movimiento: una experiencia con la Calculadora TI Nspire CX CAS y el sensor TI CBR

Elizabeth Guajardo García
elizabeth.guajardogr@uanl.edu.mx
Universidad Autónoma de Nuevo León, México

Gricelda Patricia Vargas López
gricelda.vargaslpz@uanl.edu.mx
Universidad Autónoma de Nuevo León, México

Miguel Ángel Martínez Martínez
miguel.martinezmrt@uanl.edu.mx
Universidad Autónoma de Nuevo León, México

Resumen

Se diseñaron e implementaron actividades de aprendizaje mediado con el uso de la calculadora TI Nspire CX CAS (Computer Algebra System) y el sensor sónico de movimiento TI CBR, con el objetivo de fortalecer la visualización e interpretación de gráficas de movimiento en el contexto del Cálculo universitario. Las sesiones se llevaron a cabo en la Facultad de Ciencias Físico Matemáticas de la Universidad Autónoma de Nuevo León, con estudiantes de primer semestre inscritos en la asignatura de Cálculo Diferencial. Durante las actividades, los participantes utilizaron sensores TI CBR conectados a calculadoras TI Nspire CX CAS para registrar y analizar fenómenos reales de desplazamiento. A través de esta experiencia, los estudiantes capturaron, visualizaron y analizaron datos en tiempo real, logrando identificar los tipos de gráficas que representan distintos movimientos, así como realizar conversiones entre diversos registros de representación semiótica. Esta propuesta metodológica favorece una práctica docente centrada en el estudiante, alineada con enfoques pedagógicos contemporáneos que integran tecnología para promover la participación activa, el aprendizaje significativo y el interés por las matemáticas.

Abstract

Mediated learning activities were designed and implemented using the TI Nspire CX CAS (Computer Algebra System) calculator and the TI CBR ultrasonic motion sensor, with the aim of strengthening students' ability to visualize and interpret motion graphs within the context of university-level Calculus. The sessions were conducted at the Faculty of Physical and Mathematical Sciences of the Universidad Autónoma de Nuevo León, involving first-semester students enrolled in a Differential Calculus course. During the activities, participants used TI CBR sensors connected to TI Nspire CX CAS calculators to record and analyze real motion phenomena. Through this experience, students were able to capture, visualize, and analyze real-time data, identify different types of graphs associated with various movements, and convert between multiple forms of semiotic representation. This methodological approach promotes a student-centered teaching practice aligned with contemporary pedagogical approaches that integrate technology to encourage active participation, meaningful learning, and greater interest in mathematics.

Palabras clave: Modelación, Calculadora TI Nspire CX CAS, Aprendizaje Mediado, Representaciones Semiótica

Keywords: Modeling, TI Nspire CX CAS Calculator, Mediated Learning, Semiotic Representations

Recibido: 15 mayo 2025 *Aceptado: 30 junio 2025* *Publicado: 30 junio 2025*

Introducción

Las instituciones universitarias, enfrentan altos índices de deserción en los primeros semestres, siendo las asignaturas de matemáticas uno de los principales factores de abandono en programas de Licenciatura e Ingeniería. Entre las causas más relevantes se encuentra la dificultad de los estudiantes para comprender y aplicar conceptos abstractos en situaciones reales y significativas. Ante esta problemática, se determinó como objetivo implementar actividades de aprendizaje mediado con la Calculadora TI Nspire CX CAS y el sensor TI CBR para fortalecer la visualización e interpretación de gráficas de movimiento en el contexto del Cálculo universitario.

Este estudio se enfoca en el uso educativo de la calculadora TI Nspire CX CAS y el sensor de movimiento TI CBR, ya que estas herramientas permiten que los estudiantes puedan observar y analizar de manera tangible las relaciones funcionales entre conceptos como distancia, tiempo y velocidad.

A través del movimiento corporal de los estudiantes colocados frente al sensor, es posible generar datos reales que se traducen automáticamente en gráficas, ofreciendo así un puente entre la experiencia física y la abstracción matemática. A través de esta propuesta, se favorece la comprensión de conceptos fundamentales del Cálculo Diferencial, tales como, funciones lineales, constantes y la derivada, al mismo tiempo que se promueve la institucionalización de saberes matemáticos a través del análisis de representaciones gráficas obtenidas en tiempo real. En lugar de limitarse a imaginar los desplazamientos de objetos descritos en ejercicios de libros de texto, los estudiantes se convierten en protagonistas del fenómeno estudiado, transformando el aula en un espacio activo de experimentación y reflexión matemática. Y de esta manera el aprendizaje es mas duradero en los estudiantes.

Referente teórico

Ante la demanda institucional de propiciar el desarrollo de competencias matemáticas (De Miguel, M. 2005), e implementar el uso de tecnología para el aprendizaje mediado de las matemáticas, nace esta propuesta que tomó como referente a la metodología ACODESA (Hitt, F. y Cortez, C., 2009), la cual propicia un ambiente de aprendizaje en colaboración, debate científico y autorreflexión como parte fundamental en el aprendizaje. Según Feuerstein (1991), para que la Experiencia de Aprendizaje Mediado (EAM) se realice, es necesario que se produzca una interacción activa entre el individuo y las fuentes internas y externas de estimulación.

Desde una perspectiva semiótica, Duval (1998) subraya la necesidad de transitar entre las diferentes representaciones semióticas (gráfica, algebraica y verbal) como elemento central en la comprensión de conceptos matemáticos complejos. Esta conversión es fundamental para que los estudiantes no se queden fijos con una única representación, sino que puedan pasar de una a otra.

Diversas investigaciones en la enseñanza de las matemáticas han mostrado que el uso de tecnologías interactivas, como calculadoras gráficas y sensores, no solo permite representar funciones de contextos reales con muy buena precisión, sino que también favorece la exploración de sus propiedades de manera dinámica (Artigue, 2002; Kaput, 1992). El vínculo con estas tecnologías transforma al estudiante en un agente activo de su propio aprendizaje, ya que el mismo genera, observa y analiza datos de movimiento directamente relacionados con funciones matemáticas en tiempo real.

El Calculator Based Ranger (CBR), un sensor sónico de movimiento creado por Texas Instruments, se puede utilizar de manera eficaz en este proceso. Su capacidad para capturar datos reales de desplazamiento sin requerir de una programación complicada le permite al estudiante participar en actividades experimentales accesibles y efectivas dentro del aula. La conexión del CBR con la calculadora TI Nspire CX CAS posibilita la generación automática de gráficas a partir de la interacción física del estudiante con el espacio, facilitando el análisis de relaciones entre variables como distancia, tiempo y velocidad.

Además, el trabajo con funciones en ambientes digitales ofrece oportunidades para que los estudiantes interpreten gráficas no solo como productos finales, sino como representaciones que emergen de situaciones físicas concretas. En lugar de solo trabajar exclusivamente en la construcción de la gráfica a partir de la expresión algebraica, se promueve la transición entre las diferentes representaciones semióticas y el análisis cualitativo de aspectos como crecimiento, decrecimiento y cambios de dirección. Este tipo de interpretación fomenta una comprensión más integral y contextualizada del concepto de función.

Por otra parte, el uso del proyector en el aula para socializar los resultados obtenidos mediante sensores tecnológicos potencia el aprendizaje colaborativo y el debate argumentado, lo cual está en línea con enfoques constructivistas del aprendizaje (Vygotsky, 1978) y la metodología ACODESA (Hitt, F. y Cortez, C., 2009), donde la interacción social desempeña un papel central en la construcción del conocimiento matemático.

ISSN: 2395.955X
Revista AMIUTEM

Metodología

La presente investigación es cualitativa de tipo exploratorio, centrada en el diseño e implementación de actividades de aprendizaje mediado. Dichas actividades se desarrollaron en la Facultad de Ciencias Físico Matemáticas de la UANL, con 32 estudiantes de primer semestre que cursaban la asignatura de Cálculo Diferencial, curso que pertenece al tronco común de las seis licenciaturas que se ofertan en la Facultad. Los estudiantes participaron en sesiones donde se utilizaron sensores TI CBR conectados a calculadoras TI Nspire CX CAS para registrar y analizar fenómenos de movimiento real, ver figura 1. La intervención se estructuró en cuatro sesiones de una hora que combinaron experimentación, análisis gráfico y discusión colectiva.

Figura 1. Actividad experimental del rebote de una pelota con sensor de movimiento TI CBR y calculadora TI Nspire CX CAS

Desarrollo de la Propuesta Didáctica

En las primeras dos sesiones se trabajo con el rebote de una pelota y en las dos últimas con el desplazamiento de una persona. El docente dividió al grupo de 32 estudiantes en 8 equipos de 4 personas. Se le asignó a cada equipo una laptop, una calculadora TI Nspire CX CAS y un sensor TI CBR. En la primera sesión los estudiantes se familiarizaron con el equipo tecnológico y realizaron la práctica experimental del rebote de una pelota, estos datos fueron capturados por la calculadora y las gráficas de dicho movimiento se generaban automáticamente. En la segunda sesión cada equipo realizó el análisis guiado de los datos obtenidos y se finalizaba con una discusión colaborativa, donde los equipos compartían los resultados obtenidos en el proyector.

Para la sesión tres, se propusieron actividades en las que los estudiantes ejecutaron desplazamientos frente al sensor, generando datos en tiempo real sobre su posición a lo largo del tiempo. Se realizaron desplazamientos a velocidad constante y con aceleración. Estos datos fueron capturados por la calculadora, graficados automáticamente y utilizados como base para el análisis guiado y la discusión colaborativa en la cuarta sesión.

En las sesiones dos y cuatro el análisis fue guiado por preguntas clave como:

1. ¿Qué representa cada uno de los ejes coordenados?
2. ¿Qué significan las marcas que hay en los ejes? ¿Qué miden?
3. ¿Dónde comenzar y finalizar el movimiento para obtener una gráfica dada?
4. Si la gráfica asciende, ¿cómo debe ser el movimiento?, ¿se tiene que caminar hacia delante o hacia atrás?
5. ¿Se puede saber la velocidad a partir de la gráfica?
6. ¿Cuál es la distancia que se ha recorrido en total?
7. ¿Se puede hacer otro movimiento diferente que produzca la misma gráfica?

Por medio de la interacción del sensor TI CBR y la calculadora TI Nspire CX CAS se identificaron las representaciones y se realizó la conversión entre las diferentes representaciones semióticas (Duval, 1998). Los estudiantes no solo realizaron gráficas, sino que también interpretaron su significado, conectaron esas representaciones con descripciones verbales y formularon expresiones algebraicas correspondientes.

Resultados

Los estudiantes estuvieron más motivados durante las sesiones y lograron identificar con claridad los parámetros característicos del movimiento, como la dirección, la velocidad, la aceleración y los puntos de cambio, y vincularlos con las funciones matemáticas que los modelan, especialmente funciones lineales. Esta vinculación fue posible gracias a la interpretación de gráficas generadas en tiempo real a partir de sus propios desplazamientos físicos captados por el sensor TI CBR y capturados por la calculadora.

Además, se observaron mejoras significativas en la capacidad de los estudiantes para interpretar gráficas, comparar funciones, y traducir información entre distintos registros semióticos, como el algebraico, el gráfico y el verbal. Muchos estudiantes expresaron que, al ver representadas gráficamente sus propios movimientos, lograban comprender con mayor claridad conceptos como la pendiente, los intervalos de crecimiento y decrecimiento. Esta experiencia promovió una apropiación significativa del conocimiento matemático, con base en una participación activa y contextualizada.

El rol del docente como facilitador fue determinante para fomentar la interacción, el debate argumentado y la construcción colectiva del conocimiento. La guía pedagógica se enfocó en formular preguntas clave, incentivar la reflexión sobre los resultados obtenidos, y promover el uso del lenguaje matemático en las discusiones grupales. El uso del proyector para socializar los datos registrados y las gráficas resultantes fortaleció la participación del grupo, permitiendo el análisis colectivo y la validación de hallazgos entre pares.

A diferencia del enfoque tradicional, que privilegia la construcción de gráficas a partir de expresiones algebraicas, esta propuesta metodológica impulsa una exploración profunda de las características visuales y dinámicas de la función. Se fomentó una lectura crítica de las gráficas, no solo como representaciones estáticas, sino como expresiones vivas de fenómenos reales observables.

La incorporación de tecnologías como el TI Nspire CX CAS y el sensor TI CBR facilitó el tránsito del pensamiento concreto al abstracto, y permitió que los estudiantes se posicionaran como protagonistas de su propio proceso de aprendizaje. Esta metodología favorece un aprendizaje más profundo, contextualizado y motivador. Los resultados obtenidos coinciden con hallazgos de investigaciones previas que destacan el impacto positivo del aprendizaje activo, la modelación y el uso de herramientas digitales en la enseñanza de las matemáticas, especialmente en niveles universitarios.

Conclusiones

La implementación de actividades de aprendizaje mediado con el uso de la calculadora TI Nspire CX CAS y el sensor TI CBR, demostró ser una estrategia efectiva para la enseñanza y el aprendizaje del Cálculo en las instituciones de educación superior. Al utilizar de forma integrada un sensor y una calculadora gráfica, los estudiantes tienen la posibilidad de capturar, visualizar y analizar datos que provienen de experiencias reales de movimiento, lo que facilita el aprendizaje y se logra que dicho aprendizaje sea significativo.

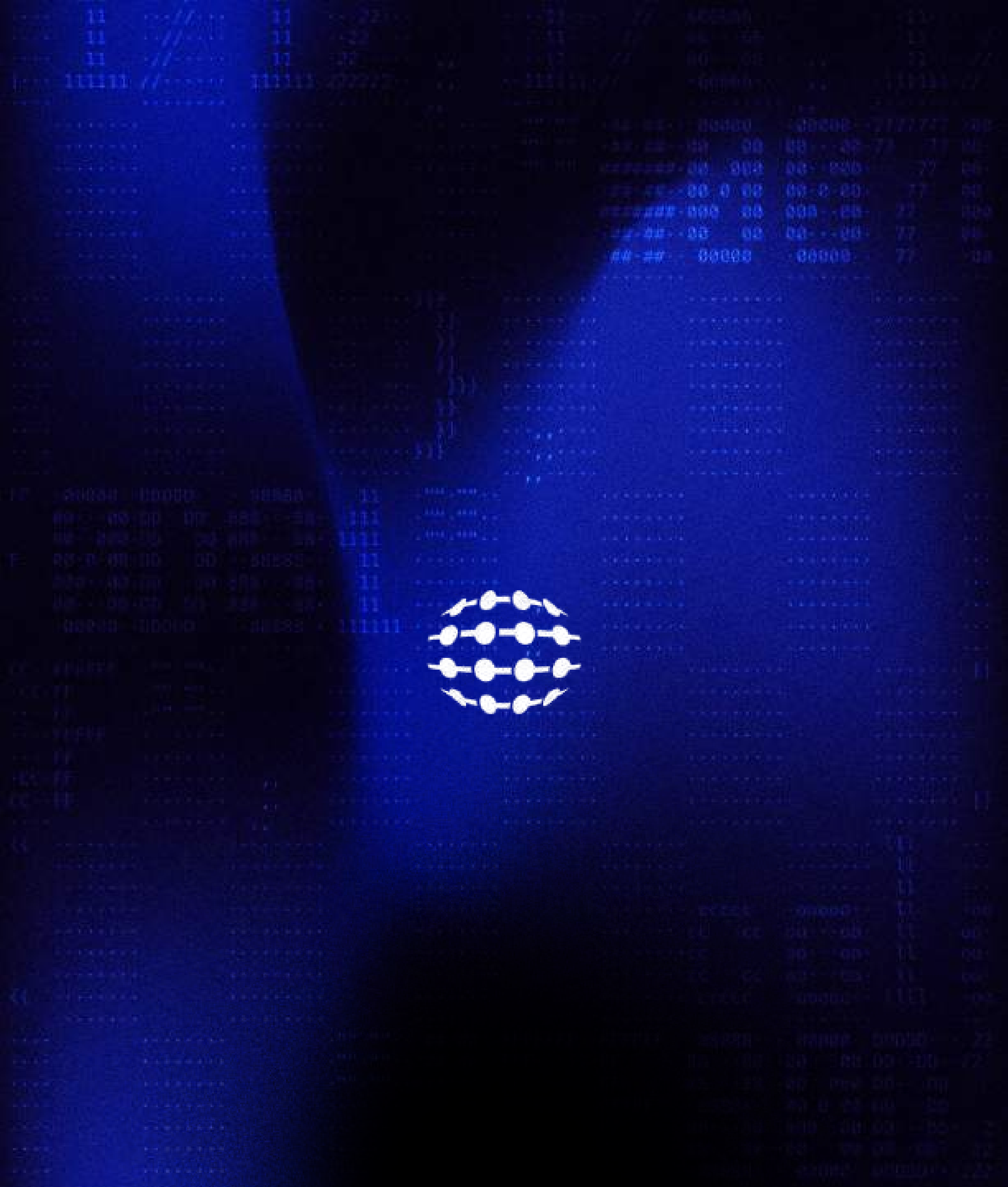
Los propios estudiantes fueron los que modelaron situaciones físicas concretas, lo cual representa una ventaja frente a las actividades tradicionales que se limitan al trabajo con lápiz, papel y pizarrón. El aprendizaje mediado, sustentado en la metodología ACODESA, favoreció la apropiación de saberes matemáticos al integrar la práctica empírica, la reflexión crítica y el trabajo colaborativo.

Esta propuesta metodológica favorece una práctica docente centrada en el estudiante, alineada con enfoques pedagógicos contemporáneos que integran tecnología para promover la participación activa, el aprendizaje significativo y el interés por las matemáticas.

Para la aplicación de este tipo de propuestas es muy importante que el profesor de matemáticas planifique adecuadamente las actividades para que el uso de estos recursos sea significativo y útil para los estudiantes.

Referencias

1. Artigue, M. (2002). Learning mathematics in a CAS environment: The genesis of a reflection about instrumentation and the dialectics between technical and conceptual work. *International Journal of Computers for Mathematical Learning, 7*(3), 245–274. https://doi.org/10.1023/A:1022103903080
2. De Miguel, M. (2005). *Modalidades de enseñanza centradas en el desarrollo de competencias: Orientaciones para promover el cambio metodológico en el espacio europeo de educación superior*. Ediciones Universidad de Oviedo. https://www2.ulpgc.es/hege/almacen/download/42/42376/modalidades_ensenanza_competencias_mario_miguel2_documento.pdf
3. Duval, R. (1998). Registro de representación semiótica y funcionamiento cognitivo del pensamiento. En F. Hitt (Ed.), *Investigaciones en Matemática Educativa II* (pp. 173–201). Grupo Editorial Iberoamérica.
4. Feuerstein, R. (1991, diciembre 22). Entrevista realizada por Ángeles Covarrubias Claro. *El Mercurio*.
5. Hitt, F., & Cortez, C. (2009). Planificación de actividades en un curso sobre la adquisición de competencias en la modelización matemática y uso de calculadora con posibilidades gráficas. *Revista Digital Matemática,* 10(1).
6. Kaput, J. J. (1992). Technology and mathematics education. En D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 515–556). Macmillan.
7. Texas Instruments. (1997). *Procedimientos iniciales con el CBR*. Texas Instruments
8. Vygotsky, L. S. (1978). *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores*. Editorial Crítica.



Publicación periódica de la Asociación Mexicana de
Investigadores del Uso de Tecnología en Educación Matemática