



REVISTA ELECTRÓNICA AMIUTEM

<http://revista.amiutem.edu.mx>

Publicación periódica de la Asociación Mexicana de Investigadores
del Uso de Tecnología en Educación Matemática.

Volumen IV Número 2 Fecha: Diciembre, 2016

ISSN: 2395-955X

Directorio:

Rafael Pantoja R.
Director

Eréndira Núñez P.
Lilia López V.

Sección: Selección de artículos

Elena Nesterova
Alicia López B.

Sección: Experiencias Docentes

Christian Morales O.
Sitio WEB

Esnel Pérez H.
Lourdes Guerrero M.
Sección: Geogebra

ISSN: 2395-955X

GEOGEBRA EN EL DISEÑO DE ACTIVIDADES DIDÁCTICAS PARA EL ESTUDIO DE LA RECTA EN EL BACHILLERATO

Manuel Alfredo Urrea Bernal, Elisa Lizeth Salazar Ricarte
Universidad de Sonora, México

maurr@mat.uson.mx, elisa.sari@gmail.com

Para citar este artículo:

Urrea, M. A. y Salazar, E. L. (2016). Geogebra en el diseño de actividades didácticas para el estudio de la recta en el bachillerato. *Revista Electrónica AMIUTEM*. Vol. IV, No. 2. Publicación Periódica de la Asociación Mexicana de Investigadores del Uso de Tecnología en Educación Matemática. ISSN: 2395-955X. México.

Revista AMIUTEM, Año 4, No. 2, Julio – Diciembre 2016, Publicación semestral editada por la Asociación Mexicana de Investigadores del Uso de Tecnología en Educación Matemática A.C., Calle Gordiano Guzmán #6, Benito Juárez, C.P.49096, Ciudad Guzmán Jalisco, Teléfono: 3411175206. Correo electrónico: <http://www.amiutem.edu.mx/revista>, revista@amiutem.edu.mx. Editor responsable: M.C. Christian Morales Ontiveros. Reserva derechos exclusivos al No. 042014052618474600203, ISSN: 2395.955X, ambos otorgados por el Instituto Nacional de Derechos de Autor. Responsable de la última actualización de este número, Asociación Mexicana de Investigadores del Uso de Tecnología en Educación Matemática A.C., Antonio de Mendoza No. 1153, Col. Ventura Puente, Morelia Michoacán, C.P. 58020, fecha de última modificación, 28 de Diciembre de 2016.

Las opiniones expresadas en los artículos firmados es responsabilidad del autor. Se autoriza la reproducción total o parcial de los contenidos e imágenes siempre y cuando se cite la fuente y no sea con fines de lucro. No nos hacemos responsables por textos no solicitados.

GEOGEBRA EN EL DISEÑO DE ACTIVIDADES DIDÁCTICAS PARA EL ESTUDIO DE LA RECTA EN EL BACHILLERATO

Manuel Alfredo Urrea Bernal, Elisa Lizeth Salazar Ricarte

Universidad de Sonora, México

maurr@mat.uson.mx, elisa.sari@gmail.com

Palabras clave: Recta, actividades didácticas, criterios idoneidad.

Resumen

Este trabajo forma parte del proyecto Diseño de los Módulos de Aprendizaje del Colegio de Bachilleres del Estado de Sonora (COBACH), el cual consiste en la elaboración de los textos de trabajo (módulos de aprendizaje) de los estudiantes de los cursos de matemáticas que imparte esta institución. El propósito de este trabajo es enriquecer las experiencias de aprendizaje de los estudiantes, a través de la elaboración de actividades complementarias a las que integran las secuencias didácticas del texto, cuando el resultado del análisis al aplicar los criterios de idoneidad así lo sugieran. En particular este reporte se centra en el diseño de actividades complementarias para el Bloque 2 del texto Matemáticas 3 (2015), dicho bloque se dedica al estudio de la recta.

Introducción

Con la implementación de la Reforma Integral de Educación Media Superior (EMS), el Colegio de Bachilleres del Estado de Sonora (COBACH) integró un equipo de trabajo de docentes de la institución que se dieron a la tarea de diseñar los materiales acordes al enfoque por competencias (COBACH, 2011a, Pp.33-34); para el logro de dicha tarea en 2009 celebran un convenio con la Universidad de Sonora (UNISON) y a través del Bufete de Asesoría en Educación Matemática (BAEM) asientan las bases para desarrollar conjuntamente acciones de cooperación que cumplan con el Marco Curricular Común (MCC), establecido por el Sistema Nacional de Bachillerato (SNB), que en general trata de articular actitudes, habilidades y conocimientos desarrollados por el estudiante, para resolver problemas, no solamente escolares. (COBACH & UNISON, 2013, p.1)

Entre los materiales publicados por dicho convenio están los Módulos de Aprendizaje de Matemáticas 1, Matemáticas 2 y Matemáticas 3, este último publicado en 2014, y en el cual nos centramos para nuestro trabajo.

Entre los objetivos estratégicos del resultado de los Módulos de aprendizaje, el COBACH está interesado en “proporcionar a los estudiantes un espacio de convivencia ordenada, plural, respetuosa y apoyada en las tecnologías de la información; que fomente el aprendizaje responsable, autónomo, colaborativo y estratégico...”. (COBACH, 2011b, p.21), por lo que dada esta necesidad nos planteamos el objetivo de aportar actividades complementarias con el uso de applet que permitan enriquecer las experiencias de aprendizaje de los estudiantes.

Marco teórico

El marco teórico que sustenta nuestro trabajo es el Enfoque Ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática (EOS), el cual maneja cinco niveles o tipos de

análisis aplicables a un proceso de estudio matemático (planificado o implementado). Tales niveles, de acuerdo con Godino, Font y Wilhelmi (2007), son los siguientes:

1. *Configuraciones de objetos intervinientes y emergentes de los sistemas de prácticas*

Este nivel de análisis:

- Se aplica, sobre todo, a la planificación y a la implementación de un proceso de estudio y pretende estudiar las prácticas matemáticas planificadas y realizadas en dicho proceso.
- Permite descomponer el proceso de estudio en una secuencia de episodios y, para cada uno de ellos, describir las prácticas realizadas siguiendo su curso temporal.
- Permite describir una configuración epistémica global (previa y emergente) que determina las prácticas planificadas y realizadas.

2. *Procesos matemáticos y conflictos semióticos*. En toda práctica se identifica un *sujeto agente* (institución o persona) y un *medio* en el que dicha práctica se realiza (que puede contener otros sujetos u objetos). Puesto que el sujeto agente realiza una secuencia de acciones orientadas a la resolución de un tipo de situaciones-problema, es necesario considerar también los objetos, procesos y significados matemáticos involucrados. Este nivel de análisis:

- Se centra en los objetos y, sobre todo, procesos que intervienen en la realización de las prácticas, y también en los que emergen de ellas.
- La finalidad es describir la complejidad ontosemiótica de las prácticas matemáticas como factor explicativo de los conflictos semióticos que se producen en su realización.

3. *Configuraciones y trayectorias didácticas*. Este nivel de análisis:

- Contempla el estudio de las configuraciones didácticas y su articulación en trayectorias didácticas, puesto que el estudio de las matemáticas tiene lugar bajo la dirección de un profesor y en interacción con otros estudiantes.
- Se orienta, sobre todo, a la descripción de los patrones de interacción y su puesta en relación con los aprendizajes de los estudiantes (trayectorias cognitivas)

4. *Sistema de normas que condicionan y hacen posible el proceso de estudio*. Este nivel de análisis:

- Estudia la compleja trama de normas que soportan y condicionan las configuraciones didácticas, así como su articulación en trayectorias didácticas (según las dimensiones epistémica, cognitiva, afectiva, mediacional, interaccional y ecológica).
- Se intenta dar explicaciones plausibles del porqué un sistema didáctico funciona de una forma y no de otra.

5. *Idoneidad didáctica del proceso de estudio*. La Didáctica de la Matemática debe aspirar a la mejora del funcionamiento de estos sistemas, aportando una racionalidad axiológica o valorativa en la educación matemática que permita el análisis, la crítica, la

justificación de la elección de los medios y de los fines, la justificación del cambio, etc. Necesita, pues, criterios de “idoneidad” que permitan valorar los procesos de instrucción efectivamente realizados y “guiar” su mejora.

Este último tipo de análisis contiene seis facetas

- *Idoneidad epistémica*, se refiere al grado de representatividad de los significados institucionales implementados (o pretendidos), respecto de un significado de referencia.

- *Idoneidad ecológica*, grado en que el proceso de estudio se ajusta al proyecto educativo del centro, la escuela y la sociedad y a los condicionamientos del entorno en que se desarrolla.

- *Idoneidad cognitiva*, expresa el grado en que los significados pretendidos/ implementados estén en la zona de desarrollo potencial de los alumnos, así como la proximidad de los significados personales logrados a los significados pretendidos/ implementados.

- *Idoneidad afectiva*, grado de implicación (interés, motivación,...) del alumnado en el proceso de estudio. La idoneidad afectiva está relacionada tanto con 63 factores que dependen de la institución como con factores que dependen básicamente del alumno y de su historia escolar previa.

- *Idoneidad interaccional*. Un proceso de enseñanza-aprendizaje tendrá mayor idoneidad desde el punto de vista interaccional si las configuraciones y trayectorias didácticas permiten, por una parte, identificar conflictos semióticos potenciales, y por otra parte permitan resolver los conflictos que se producen durante el proceso de instrucción.

- *Idoneidad mediacional*, grado de disponibilidad y adecuación de los recursos materiales y temporales necesarios para el desarrollo de los procesos de enseñanza y aprendizaje.

Metodología

Para la revisión y análisis del texto se utilizaron algunos elementos teóricos del EOS, entre los que destacan: práctica matemática, significado institucional de referencia, significado institucional pretendido, objeto matemático (interviniente y emergente) y los criterios de idoneidad (Godino, Batanero y Font, 2009).

El uso de los criterios de idoneidad son los que permitieron identificar los faltantes en las secuencias didácticas que integran el bloque, para este trabajo se utilizan los siguientes criterios:

Idoneidad epistémica, que se refiere al grado de representatividad de los significados institucionales implementados o pretendidos (significado pretendido se obtiene de lo que se propone en las actividades didácticas del texto Matemáticas 3) respecto de un significado de referencia (se toma del Programa de Estudios de Matemáticas III de la Dirección General de Bachillerato (DGB) (SEP, 2011)).

Idoneidad cognitiva, que expresa el grado en que los significados pretendidos/ implementados estén en la zona de desarrollo próximo de los alumnos, así como la

proximidad de los significados personales logrados a los significados pretendidos/ implementados. En este trabajo se centra la atención en la primera parte, ya que se trata de identificar la conexión que hay entre los objetos intervinientes con los objetos que se espera emerjan en la interacción didáctica.

Idoneidad mediacional, manifiesta el grado de disponibilidad y adecuación de los recursos materiales y temporales necesarios para el desarrollo de los procesos de enseñanza y de aprendizaje. En este caso, donde se hace necesario incorporar recursos computacionales se utiliza el software GeoGebra.

Aunque los criterios de idoneidad son seis, en esta parte del trabajo se centra la atención en estos tres ya que son los que permiten identificar elementos que son indispensables para ubicar faltantes desde la perspectiva disciplinar.

Actividad 1. A continuación se muestra un ejemplo del tipo de análisis que se hace con la Actividad 1 del Bloque 2. Preguntas que se hacen a los estudiantes: 1. ¿Qué otros términos conoces o has escuchado que sean empleados para referirse a la inclinación de una escalera, rampa, resbaladero o cerro? (Previamente se presentan imágenes con rampas y escaleras). 2. ¿A qué crees que se debe este tipo de diseño? (Se muestran imágenes con la escalera de una escuela). 3. ¿Qué tipo de figura geométrica se forma en la Figura 2? (En la Figura 2 se presenta la vista lateral de una escalera y se observa un triángulo rectángulo). 4. Si se quiere disminuir la inclinación de la escalera (qué esté menos empinada), sin modificar la distancia disponible para las huellas, ¿qué debes hacer con la altura? Argumenta tu respuesta. 5. Si se quiere aumentar la inclinación de la escalera (qué esté más empinada), sin modificar la altura, ¿qué debes hacer con la distancia disponible para las huellas? Argumenta tu respuesta.

Análisis de la Actividad 1

Idoneidad epistémica: El programa de la asignatura de Matemáticas III (SEP, 2011) de la DGB señala en el Bloque de III en el apartado **Objeto de aprendizaje**, entre otros objetos, *Pendiente y ángulo de inclinación de una recta*, y en el apartado de **Desempeños del estudiante a concluir el bloque** dice, refiriéndose al estudiante, *Reconoce la relación entre el ángulo de inclinación y la pendiente de una recta* (significado institucional de referencia). Al revisar el texto, se puede ver que este aspecto se promueve, ya que los cuestionamientos que se hacen pretenden que el estudiante establezca la relación que hay entre ángulo de inclinación y la pendiente, en este caso particular en un contexto relacionado con la inclinación de una escalera al modificar alguna de sus características. Con la información anterior se puede decir que la Actividad 1 tiene idoneidad epistémica alta.

Idoneidad cognitiva: El contexto y la forma en que se plantean las preguntas, consideramos que permite al estudiante hacer uso de sus objetos intervinientes (conocimientos previos) para responder lo que se solicita, es decir está dentro de su zona de desarrollo próximo. En el caso de la pregunta tres se le presenta una imagen en la que se forma un triángulo rectángulo, en cuyo caso podría responder, al menos, que la figura que se forma es un triángulo.

Para las preguntas cuatro y cinco el estudiante deberá identificar la parte de la escalera que se mantiene fija, en cada caso podrá proponer medidas numéricas para la longitud que puede cambiar, lo cual le permitirá determinar lo que sucede con la

inclinación ya sea numéricamente o gráficamente. Bajo estas condiciones se puede decir que la Actividad 1 tiene idoneidad cognitiva alta.

Idoneidad mediacional: El único recurso que se utiliza en el diseño de la actividad es el texto impreso en el que debe responder el estudiante; para las primeras tres preguntas se puede considerar que es suficiente, pero para las últimas dos consideramos que el uso de un software de geometría dinámica puede ayudar a enriquecer la experiencia de aprendizaje de los estudiantes, ya que con applets adecuados se puede generar una gran cantidad de experiencias (estableciendo parámetros por intervalos para las dimensiones que varían) y potenciar el tipo de conjeturas que pueden construir los estudiantes al observar cierto tipo de regularidades en las variables presentes. El análisis muestra un valor bajo en la idoneidad mediacional respecto al uso de recursos computacionales.

Como resultado del análisis se considera que es importante incorporar actividades complementarias a la Actividad 1 utilizando GeoGebra, el diseño de estas actividades es el centro del presente trabajo. Las actividades que se han diseñado con el uso de GeoGebra pretenden ser un recurso que los estudiantes puedan manipular para que tengan la oportunidad de tener más experiencias con el objeto matemático de interés y al mismo tiempo pueda identificar la relación que hay entre el ángulo de inclinación y la pendiente.

Actividad complementaria propuesta

La actividad complementaria propuesta consiste en un applet que promueve la visualización, por parte del estudiante, de las características de la recta para que ésta esté muy o poco inclinada, esperando que con la manipulación y la exploración del objeto matemático el estudiante pueda conjeturar sobre las variables involucradas en la inclinación de la recta, tales como el ángulo de inclinación y la pendiente, desde una perspectiva intuitiva. Lo que se presenta en este trabajo es uno de los applets que se sugieren para complementar la actividad 1 del Bloque 2.

El applet consiste de dos deslizadores, los cuales permiten manipular la altura y la distancia disponibles para una escalera, además de una casilla de instrucciones que permitan al estudiante alcanzar los propósitos del uso de dicho applet. Para realizar esta actividad se les entrega a los estudiantes una hoja de trabajo en la que se le dan las indicaciones de lo que tiene que hacer.

En la Figura 1 se muestra la imagen del applet, y en la Figura 2 se muestra la imagen de la hoja de trabajo.

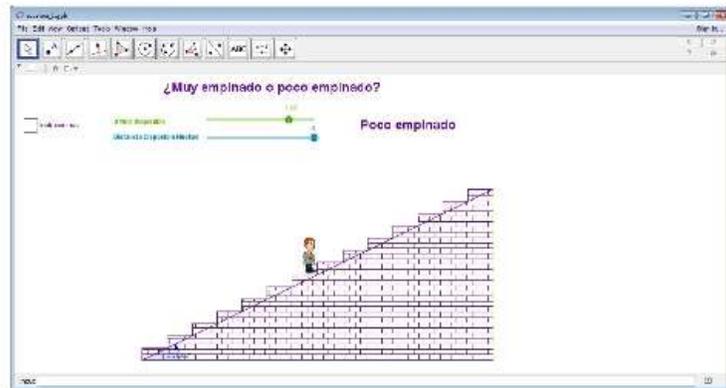


Figura 1. Imagen del applet.

Además de la hoja de trabajo se tiene una versión en la que aparece el propósito de la actividad, para que el profesor sepa de qué se trata, así como orientaciones didácticas que le permitan a éste implementar la actividad, esta última versión se muestra a continuación.



Hoja de trabajo para el applet escalera_1.ggb



Propósito de la actividad con el uso de este applet

Que el estudiante identifique la relación que existe entre las variables involucradas para que un segmento de recta este muy inclinado o poco inclinado.

Orientación didáctica:

1. El acceso al applet puede ser desde una Tablet, Smartphone, laptop o computadora de escritorio ingresando a la página <http://tube.geogebra.org/m/t8m15t1p>
2. Si no hay internet, es necesario tener instalado el applet en computadora.
3. Una vez que los estudiantes hayan ingresado a éste, solicite que sigan las instrucciones que se indican en el applet.
4. De manera grupal discuta con los estudiantes sobre la relación que encontraron entre la altura y la distancia disponible para la escalera con respecto al grado de inclinación del segmento de recta que conforma la escalera, anote los puntos importantes en el pizarrón.

Instrucciones:

Mueve los deslizadores para manipular la altura y la distancia disponible para las huellas de la escalera.

1. Si quieres aumentar la inclinación de la escalera, sin modificar la altura ¿qué debes hacer con la distancia disponible para las huellas?
2. Si quieres disminuir la inclinación de la escalera, sin modificar la distancia disponible para las huellas, ¿qué debes hacer con la altura?

Figura 2. Imagen de la hoja de trabajo para el profesor.

Puesta en escena

Esta actividad se aplicó a un grupo de seis estudiantes de nivel medio superior, en instalaciones en las que se cuenta con equipo de cómputo para cada uno de ellos, la actividad 1 se propone resolverla en un primer momento de manera individual con lápiz, una vez que respondieron individualmente, se les dio la indicación de que utilizaran el applet solicitándoles que de ser necesario reescribieran sus respuestas (dividiendo la hoja para que se pudieran identificar las respuestas que dieron antes y después de utilizar el applet). A continuación se presentan las respuestas que dieron dos estudiantes (A y B):

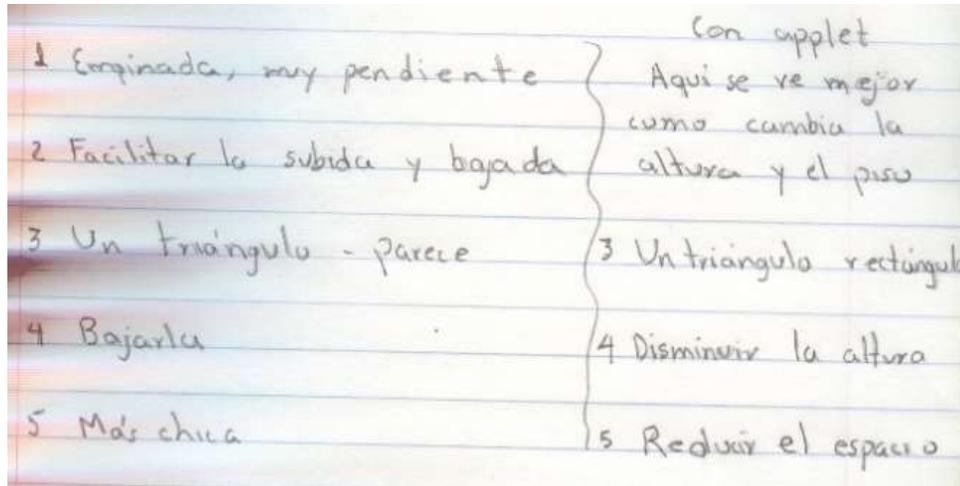


Figura 3. Respuesta del estudiante A.

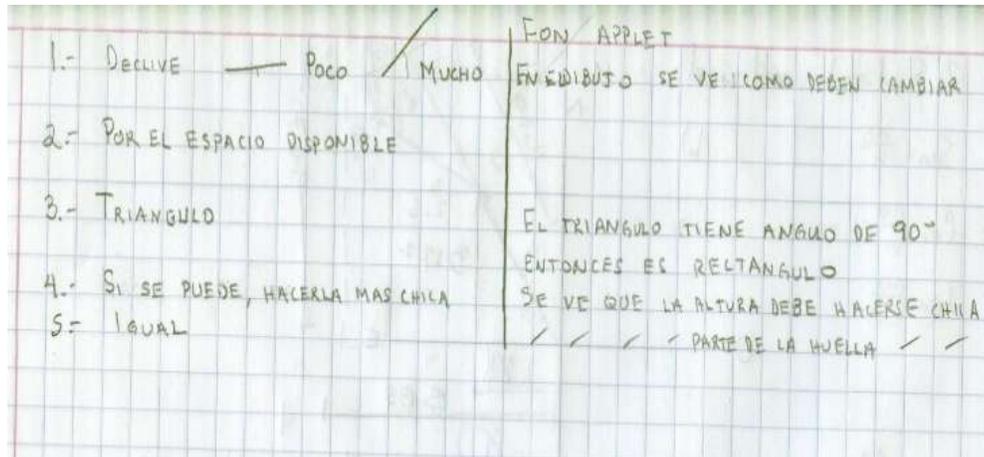


Figura 4. Respuesta del estudiante B.

En ambos casos proponen formas alternativas para referirse a la inclinación, el estudiante B además de hacer esto hace un dibujo de un segmento con “poco declive” y otro con “mucho declive”, lo que refleja la imagen gráfica que él tiene de la inclinación. Respecto a la pregunta dos, cada una de ellos proporciona respuestas que corresponden a necesidades diferentes para la construcción de la escalera, el estudiante A hace referencia a la necesidad de cambiar de posición subiendo o bajando de un nivel a otro; mientras que el estudiante B, hace referencia a las condiciones de espacio para la construcción de la escalera, estas dos posiciones dieron material para la discusión grupal de las respuestas y estrategias utilizadas.

En la pregunta tres los dos identifican el triángulo, pero es hasta que trabajan con el applet, que lo asocian con un triángulo rectángulo, esto puede deberse a que en el applet la escalera aparece de manera lateral (completamente). Para las preguntas cuatro y cinco, el applet les permite cambiar numéricamente la altura, manteniendo fijo el espacio para la huella y viceversa, lo que les brinda elementos para conformar sus respuestas y reescribirlas en términos de lo que ven en la imagen que proporciona el applet.

Finalmente, la expresión que escriben estos dos estudiantes cuando dicen:

Estudiante A. “Aquí se ve mejor como cambia al altura y el piso”

Estudiante B. “En el dibujo se ve mejor como deben cambiar”

Pudiera estar reflejando que antes de trabajar con el applet, no están tan seguros de las propuestas que están haciendo, y que es el software el que les permite visualizar la forma en que están cambiando las variables involucradas (espacio para el peralte y espacio para la huella).

Realizando un análisis de la práctica matemática de los estudiantes

Por cuestiones de espacio, describiremos someramente las idoneidades en sus seis facetas:

- *Idoneidad epistémica*, el grado de representatividad de la actividad propuesta corresponde con el significado institucional de referencia, ya que los objetos matemáticos primarios son triángulo rectángulo, ángulo de inclinación, altura, distancia.
- *Idoneidad ecológica*, La situación problema cumple con las directrices establecidas en el currículo, porque en la DGB se señala específicamente en las actividades de enseñanza del Bloque III, que deben presentarse con apoyos visuales la formalización de los elementos de la recta e inducir al alumno la noción de pendiente, ejemplificando el trazado de rectas con diferente inclinación, en este caso como es una actividad de inicio, nos referimos en primera instancia a la pendiente en términos de inclinación.
- *Idoneidad cognitiva*, Los objetos matemáticos promovidos en la actividad propuesta están dentro de la zona de desarrollo, ya que como ejemplificamos con los estudiantes A y B, expresaron haber identificado las variables involucradas para la inclinación de la escalera.
- *Idoneidad afectiva*, el grado de implicación de los estudiantes al llevar a cabo la actividad fue satisfactoria, específicamente podemos identificarlo en la práctica matemática discursiva de los estudiantes A y B.
- *Idoneidad interaccional*. La participación de los estudiantes fue activa en la discusión que se generó para conocer sus respuestas utilizando el applet.
- *Idoneidad mediacional*, La actividad propuesta consistió en incorporar un applet que permitiera manipular el objeto matemático en cuestión, apoyando a visualizar, ratificar e incluso modificar la estrategia y respuesta de los estudiantes.

Conclusiones

De manera general podemos decir que hay indicios de que el uso de esta actividad le proporciona al estudiante una experiencia que le permite enriquecer sus significados de objetos matemáticos relacionados con la pendiente.

En particular la incorporación del applet, viene a subsanar un faltante en la Actividad 1 del Bloque 2 del módulo de aprendizaje Matemáticas 3 del COBACH, mismo que se había identificado al analizar la actividad empleando los criterios de idoneidad didáctica; además la incorporación de dicho applet le ofrece al estudiante una imagen dinámica en la que puede visualizar la forma en que están cambiando las variables de interés.

Por las respuestas que proporcionan por escrito los estudiantes, hay indicios de que utilizan el applet como un recurso que le permite validar la estrategia utilizada previamente.

Referencias bibliográficas

- Colegio de Bachilleres del Estado de Sonora (2011a). Programa Institucional de Desarrollo. Sonora, México. Recuperado el 23 de septiembre de 2015 de: <http://transparencia.esonora.gob.mx/NR/ronlyres/C5658275-9CCF-4FC9-ABD3-D15B48453B23/70599/PIDFINAL20111.pdf>
- Colegio de Bachilleres, (2011b), Secretaria General, Dirección de Planeación Académica. Modelo académico, marzo 2011. Hermosillo, Sonora, México. Recuperado el 23 de septiembre de 2015 de: http://www.cbachilleres.edu.mx/cb/comunidad/docentes/pdf/Reforma_curricular/Documentos/MODELO_ACADEMICO.pdf
- Colegio de Bachilleres del Estado de Sonora y Universidad de Sonora (2013). Convenio de Colaboración. Hermosillo, Sonora. México. Recuperado el 23 de septiembre de 2015 de: http://transparencia.esonora.gob.mx/NR/ronlyres/F1243E8C-44A0-42D1-ADE2-9323753BF627/106459/COBACHUNISON_opt.pdf
- Godino, J., Batanero, C. y Font, V. (2009). Un Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la instrucción matemática, Versión ampliada y revisada al 8/Marzo/2009 del artículo, Godino, J. D. Batanero, C. y Font, V. (2007). The ontosemiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 39 (1-2), 127-135.
- Godino, J., Font, V. y Wilhelmi, M. (2007). Análisis didáctico de procesos de estudio matemático basado en el enfoque Ontosemiótico. Congreso Internacional de Ensino da Matemática. ULBRAM Brasil, 25-27 Octubre 2007.
- SEP (2011). Programa de Estudios de Matemáticas III de la Dirección General de Bachillerato. México.
- Soto, J., García, M., Rodríguez, M., Vargas, J., Urrea, M. (2015). *Matemáticas 3*. León, Gto.: COBACH