



REVISTA ELECTRÓNICA AMIUTEM

<http://revista.amiutem.edu.mx>

Publicación periódica de la Asociación Mexicana de Investigadores
del Uso de Tecnología en Educación Matemática.

Volumen IV Número 1 Fecha: Junio 2016

ISSN: 2395-955X

Directorio:

Rafael Pantoja R.
Director

EL USO DE LA CALCULADORA EN PROBLEMAS DE JERARQUÍA DE OPERACIONES EN EL NIVEL SUPERIOR

Eréndira Núñez P.
Lilia López V.

¹María de la Luz Núñez Orta, ²Elvira Borjón Robles, ¹Nancy
Janeth Calvillo Guevara.

Sección: Selección de artículos

¹Instituto Tecnológico Superior de Jerez, ²Universidad Autónoma
de Zacatecas, México

Elena Nesterova
Alicia López B.

*luznunez1@hotmail.com, eborjon@matematicas.reduaz.mx,
nancycalvillo@gmail.com*

Sección: Experiencias Docentes

Christian Morales O.
Sitio WEB

Para citar este artículo:

Núñez, M. L., Borjón, E. y Calvillo, N. J. (2016). El uso de la
calculadora en problemas de jerarquía de operaciones en
el nivel superior. *Revista Electrónica AMIUTEM*. Vol. IV, No.
1. Publicación Periódica de la Asociación Mexicana de
Investigadores del Uso de Tecnología en Educación Matemática.
ISSN: 2395-955X. México.

Esnel Pérez H.
Lourdes Guerrero M.
Sección: Geogebra

ISSN: 2395-955X

Revista AMIUTEM, Año 4, No. 1, Enero - Junio 2016, Publicación semestral editada por la Asociación Mexicana de Investigadores del Uso de Tecnología en Educación Matemática A.C., Calle Gordiano Guzmán #6, Benito Juárez, C.P.49096, Ciudad Guzmán Jalisco, Teléfono: 3411175206. Correo electrónico: <http://www.amiutem.edu.mx/revista>, revista@amiutem.edu.mx. Editor responsable: M.C. Christian Morales Ontiveros. Reserva derechos exclusivos al No. 042014052618474600203, ISSN: 2395.955X, ambos otorgados por el Instituto Nacional de Derechos de Autor. Responsable de la última actualización de este número, Asociación Mexicana de Investigadores del Uso de Tecnología en Educación Matemática A.C., Antonio de Mendoza No. 1153, Col. Ventura Puente, Morelia Michoacán, C.P. 58020, fecha de última modificación, 10 de julio de 2016.

Las opiniones expresadas en los artículos firmados es responsabilidad del autor. Se autoriza la reproducción total o parcial de los contenidos e imágenes siempre y cuando se cite la fuente y no sea con fines de lucro. No nos hacemos responsables por textos no solicitados.

EL USO DE LA CALCULADORA EN PROBLEMAS DE JERARQUÍA

DE OPERACIONES EN EL NIVEL SUPERIOR

¹María de la Luz Núñez Orta, ²Elvira Borjón Robles, ¹Nancy Janeth Calvillo Guevara

¹Instituto Tecnológico Superior de Jerez, ²Universidad Autónoma de Zacatecas, México

luznunez1@hotmail.com, eborjon@matematicas.reduaz.mx, nancycalvillo@gmail.com

Palabras clave: jerarquía de operaciones, signos de agrupación.

Resumen

Se ha observado que los alumnos llegan a la Licenciatura en Administración del Instituto Tecnológico Superior de Jerez, cometiendo errores cuando trabajan problemas que requieren utilizar la jerarquía de operaciones y los signos de agrupación, hecho que los lleva a tener dificultades durante el transcurso de la carrera. Por esta razón, el propósito de este trabajo fue aplicar una herramienta didáctica que ayudará a los estudiantes del nivel superior con dicho problema. La investigación fue realizada en dos sesiones de 50 minutos, con 15 alumnos de esta institución. Como sustento se consideró lo propuesto por la teoría de situaciones didácticas y la Ingeniería Didáctica (Artigue, 1998). Dentro de los resultados se logró que la mayoría de los estudiantes reflexionaran acerca del uso de la Jerarquía de Operaciones y los signos de agrupación, para evitar los errores en el resultado final.

Introducción

El tema de Jerarquía de Operaciones, es introducido a partir del segundo grado de secundaria, y es importante desde este momento, hacerle saber al alumno que si no respeta dicha Jerarquía al resolver operaciones compuestas, los resultados serán diferentes. Al inicio de cursos de la Licenciatura en Administración del Instituto Tecnológico Superior de Jerez, se presenta este tema con el fin de darle la utilidad necesaria en las diferentes materias donde el alumno requiere aplicarla.

La importancia de la Jerarquía de Operaciones y el uso de los signos de agrupación, no radica únicamente en que son reglas básicas para resolver problemas aritméticos, sino que es indispensable conocerlas en los cursos de álgebra, pues en los semestres subsecuentes llevarán materias donde seguirán usándolas.

Unas de las primeras materias son: Estadística, Métodos cuantitativos, Matemáticas financieras, entre otras. Un ejemplo de lo anterior se encuentra en Estadística, en la unidad tres, medidas de posición y variación para datos agrupados, se utiliza la siguiente fórmula para determinar la mediana (X_{med}), que es el valor del término medio que divide una distribución de datos en dos partes iguales:

$$X_{med} = Li + \left[\frac{\left(\frac{n}{2} \right) - F_{me} - 1}{f_{me}} \right] (A)$$

dónde:

Li = Límite inferior de la clase que contiene la mediana.

n = Número de datos de la muestra.

$Fme - 1$ = Sumatoria de las frecuencias anteriores a la clase en donde se encuentra la mediana.

fme = Frecuencia de la clase en donde se encuentra la mediana.

A = Amplitud de clase

Cuando utilizan la fórmula anterior, la mayoría de los alumnos realizan las operaciones de izquierda a derecha, olvidando que primero deberían realizar los procedimientos que están dentro de los paréntesis cuadrados, luego el producto y al final la suma. Es decir, efectuar la operación $\left(\frac{n}{2}\right)$ y restar lo obtenido al valor que se obtiene de $(Fme - 1)$. Este resultado se dividiría entre fme , posteriormente se multiplicaría por (A) . Por último se sumaría al valor de Li .

Marco teórico

La reducción de operaciones compuestas requiere saber la regla para operar la Jerarquía de Operaciones. Así, las operaciones siempre se realizan en el orden siguiente:

1. Se efectúan todos los cálculos dentro de los símbolos de agrupación como paréntesis (), corchetes [] o llaves { }, comenzando con los más internos.
2. Se evalúan todos los exponentes.
3. Se hacen las multiplicaciones y divisiones a medida que se presenten, de izquierda a derecha.
4. Se practican las sumas y restas a medida que se presenten, de izquierda a derecha, (Bello 1999, p. 58).

Esta investigación se sustentó en la Teoría de Situaciones Didácticas (TSD) de Brousseau, por su aportación a la didáctica de las matemáticas, ya que se basa en el estudio que se da de las interacciones entre el alumno, el profesor y el saber. Con esta teoría, se estudian y modelan fenómenos didácticos que ocurren cuando un profesor se propone enseñar una noción, un teorema o un procedimiento a sus estudiantes. A decir de Brousseau (1982, en Gálvez, 1994, p. 44) una situación didáctica se refiere a:

Un conjunto de relaciones establecidas explícita y/o implícitamente entre un alumno, un grupo de alumnos, un cierto medio (que comprende eventualmente instrumentos u objetos) y un sistema educativo (representado por el profesor) con la finalidad de lograr que estos alumnos se apropien de un saber constituido o en vías de constitución.

La Teoría de Situaciones está sustentada en una concepción constructivista en un sentido piagetiano del aprendizaje, concepción que es caracterizada por Brousseau (1986, págs. 33-115) de esta manera: El alumno aprende adaptándose a un medio que es factor de contradicciones, de dificultades, de desequilibrios, un poco como lo hace la sociedad humana. Este saber, fruto de la adaptación del alumno, se manifiesta por respuestas nuevas que son la prueba del aprendizaje.”

Por otro lado, los diferentes tipos de situaciones didácticas que propone Brousseau son:

- *Las situaciones de acción*, donde el alumno debe actuar sobre un medio (material, o simbólico); la situación requiere solamente la puesta en acto de conocimientos implícitos (Panizza, 2004). En esta situación el alumno trabaja individualmente con un problema, aplica sus conocimientos previos y desarrolla un saber e interactúa con el medio didáctico.
- *Las situaciones de formulación*, en las que un alumno (o grupo de alumnos) emisor debe formular explícitamente un mensaje destinado a otro alumno (o grupo de alumnos) receptor, que debe comprender el mensaje y actuar (sobre un medio, material o simbólico) con base en el conocimiento contenido en el mensaje (Panizza, 2004). En esta situación, los alumnos trabajan en grupo y se requiere que los estudiantes compartan experiencias con el fin de construir un conocimiento.
- *Las situaciones de validación*, en las cuales dos alumnos (o grupos de alumnos) deben enunciar aseveraciones y ponerse de acuerdo sobre la verdad o falsedad de las mismas. Las afirmaciones propuestas por cada grupo, son sometidas a la consideración del otro grupo, que debe tener la capacidad de “sancionarlas”, es decir, ser capaz de aceptarlas, rechazarlas, pedir pruebas, oponer otras aseveraciones (Panizza, 2004). Para esta situación, los alumnos discuten y ponen en juicio los resultados obtenidos y lo presentan al docente, para que se cerciore que el trabajo es correcto.
- Y las *situaciones de institucionalización*, que son destinadas a establecer *convenciones sociales*. Se intenta que el conjunto de alumnos de una clase asuma la significación socialmente establecida de un saber. (Panizza, 2004).

Otro concepto que se retoma es el de “Devolución”, que según Panizza (2004), éste se da en distintos momentos: el primero se da cuando el profesor se asegura que el problema que ha presentado a los alumnos ha sido entendido por ellos.

El segundo momento, se da en el momento que el alumno se interesa por el problema presentado, utilizando sus conocimientos y estrategias para darle solución.

Y el tercer momento, el maestro debe tomar en consideración que el alumno puede presentar diferentes alternativas de solución, y que el alumno decidirá cual es el procedimiento que considera el más adecuado.

Elementos metodológicos

La experimentación se llevó a cabo en el Instituto Tecnológico Superior de Jerez, los días 13 y 14 de mayo de 2015. Se aplicó el instrumento con el grupo de 2º Semestre de la Licenciatura en Administración, con 15 alumnos para la actividad (de un total de 32 que conforman el grupo). La forma de recopilar las evidencias fue a través de hojas de trabajo que contestaron los alumnos, una videograbación de la experimentación de las dos actividades, además de fotografías. Para la transcripción de los diálogos se codificó a la maestra con la letra M y a los alumnos con la A y un número, además, para añadir comentarios se utilizó el símbolo // //.

Para el desarrollo de esta investigación se optó por utilizar la ingeniería didáctica (Artigue, 1998, p. 48):

El término ingeniería didáctica designa un conjunto de secuencias de clase concebidas, organizadas y articuladas en el tiempo de forma coherente por un

profesor-ingeniero para efectuar un proyecto de aprendizaje de un contenido matemático dado para un grupo concreto de alumnos. Así, la ingeniería didáctica es, al mismo tiempo, un producto, resultante de un análisis a priori, y un proceso, resultante de una adaptación de la puesta en funcionamiento de un producto acorde con las condiciones dinámicas de una clase.

Las fases de la ingeniería didáctica son: Análisis preliminares, Concepción y análisis *a priori* de las situaciones didácticas, Experimentación y Análisis *a posteriori* y validación. En nuestra investigación se ha optado por omitir los análisis preliminares, puesto que se seleccionó la situación didáctica propuesta por Maciel (2015), con la modificación de algunas variables didácticas. En esta oportunidad presentaremos la situación didáctica elegida así como algunos de los principales resultados.

Situación didáctica

Se retomaron dos problemas de la situación didáctica que, como se ha mencionado, fue propuesta por Maciel (2015). En esta oportunidad se comparten los resultados de la experimentación del primero de ellos.

Problema de los gastos

El año pasado estuve ahorrando con el objetivo de comprar un celular moderno, ahorre \$12,700.00, con esta cantidad compré dos celulares, uno para mi novia y otro para mí pues no podíamos estar juntos todo el tiempo, cada uno me costó \$3,850.00. También, mis 5 hermanos me pidieron que comprara unos audífonos para cada uno de ellos con el objetivo de que ya no hubiese tanto ruido en la casa, cada uno me costó \$76.00 pero luego, por accidente uno se me tiró y tuve que comprar otro para reponer los audífonos perdidos, dos de mis hermanos me dieron \$43.00 pesos cada uno y mis otros tres hermanos me dieron \$35.00 cada uno.

Además como mi hermano menor de 13 años quería un juego de video, mi novia y yo decidimos poner cada quien la mitad del costo del juego de video, para regalarle uno que estaba en oferta, nos costó \$3,854.00 porque incluía dos videojuegos gratuitos.

Instrucciones.

- 1) Describan detalladamente cuál fue el procedimiento que siguió el equipo para resolver el problema.
- 2) Escriban en una sola expresión aritmética las operaciones que necesitan realizar para calcular ¿cuánto dinero le quedó después de las compras?
- 3) Resuelvan paso a paso la expresión aritmética que propusieron.
- 4) En caso de utilizar calculadora, escriban paso a paso las operaciones que realizarían para encontrar el resultado a partir de la expresión aritmética.
- 5) ¿Coinciden las respuestas encontradas en los puntos 1, 3 y 4 que encontraron? ¿por qué?

En la sesión del 13 de mayo se programó trabajar con el problema anterior, organizado en situaciones de acción, formulación y validación. Para la experimentación se organizó a los jóvenes en equipos de tres personas.

Resultados

En este apartado presentamos algunos de los principales resultados que encontramos a partir de la experimentación. La organización de ellos corresponde con las situaciones de acción, formulación, validación e institucionalización.

Situación de acción

La maestra entregó a los equipos las hojas de trabajo, que incluían el problema, les pide que lean con ella las instrucciones para que, en caso de tener alguna pregunta referente a la actividad, la puedan resolver antes de iniciar. Parte del inicio de la actividad se describe a continuación:

Ma: Hola buenas tardes chicos, les pido de favor que colaboren en esta actividad conmigo (...) entonces les pido que en equipos de tres lean la actividad conmigo y después en equipo contesten las preguntas que se les pide

En este momento yo no les voy a decir si está bien o mal (...) por equipo seleccionen a una persona para que sea la encargada de leer el problema y ustedes se ponen de acuerdo.



Figura 1. Presentación de la actividad

La maestra se cerciora de que los alumnos lean el problema, para así saber que existe una devolución y asegurarse de que los alumnos se están comprometiendo a realizar la actividad.

Inmediatamente los alumnos comienzan a leer el problema y a intercambiar ideas entre ellos, por lo cual sabemos efectivamente que se obtiene la devolución, ya que sí se interesaron en darle solución al problema. Por ejemplo, en los equipos 3 y 4 se dieron los siguientes diálogos:

Equipo: 3 A13. Espérense muchachos ya sé cómo lo vamos a resolver, a la cantidad inicial le vamos a descontar los gastos que se van haciendo.

A23. Sí pero comienza a leer bien el texto y podamos ir restando las cantidades. //A13. Se ríe y comenta//

A13. Es que me pone de nervios la cámara. //A23 le quita las hojas y él

comienza a escribir//

Equipo: 4 //A14 comenta//

A14. ¿Qué les parece que de la cantidad inicial que son \$12,700 le vamos a restar el costo de los dos celulares que es 7,700?

A34. Desglosemos todos los artículos que compraron en una columna.

//A24 comienza a realizar las operaciones pertinentes//



Figura 2. Distribución de equipos de trabajo



Figura 3. Integrantes del equipo 5.

La maestra interviene para indicarles que para cada uno de los incisos, traten de describir lo más sencillo posible sus procedimientos, además les indica que en caso de utilizar hojas adicionales las tendrán que entregar al final de la actividad y algo muy importante que les menciona es que no borren nada, que en caso de tener varias ideas las plasmen todas en sus hojas de trabajo. A partir de los fragmentos de diálogo que rescatamos de la grabación, notamos que los estudiantes comenzaron a tomar las decisiones necesarias para resolver la actividad; es decir, estando en situación de acción aceptaron la devolución.

Equipo 5: //A15 lee en voz alta el problema y A25 comienza a desglosar las operaciones.

A35. De los 12,700 que es el dinero que tenía originalmente y de ahí vamos descontando lo que se va comprando. Dice los audífonos cuestan \$ 76.00 y multiplícalos por los cinco hermanos//

Situación de Formulación (Actividad 1)

En esta fase se describe la situación de formulación, que es donde los alumnos comienzan a trabajar con sus conocimientos previos sobre el tema, e inician a plantear diferentes estrategias y procedimientos para la posible solución del problema, tanto de manera verbal como en sus hojas de trabajo.

Para el inciso 1, en el que se pedía describir el procedimiento que se siguió para resolver el problema, tenemos dos tipos de estrategias.

a) Estrategia de hacer los gastos por separado y luego ir restando del total.

Esta estrategia la siguieron el equipo 2, 4 y 5, y consiste en ir desglosando los artículos del problema y realizando las operaciones por separado, luego, de la cantidad inicial restan los gastos y les da un total de \$2,808.00. Esta estrategia es adecuada.

1. Describan detalladamente cuál fue el procedimiento que siguió el equipo para resolver el problema.

Solución	Explique su procedimiento
$ \begin{array}{r} + 7700 \\ 456 \\ \hline 1,927 \\ \hline \$10,083 \\ \text{Gasto} \\ \hline - 12,700 \\ \hline 10,083 \\ \hline 2,617 \\ \hline + 191 \\ \hline 2,808 \end{array} $	Nos basamos en cuantos fueron los gastos y la parte proporcional de cada artículo, después contamos lo que le dieron sus hermanos y de ahí se buscó el resultado final
Respuesta: <u>Gasto \$10,083 y le sobra \$2,808</u>	

Figura 4. Respuesta a la pregunta uno del equipo 2

1. Describan detalladamente cuál fue el procedimiento

Solución
Tenia \$12,700 Gasto en 2 celulares - \$ 7,700 Gasto en Audifonos - \$ 456 Aportación de 2 Horas + 86 Aportación de 3 Horas + 105 Videjuego Ciudad + 1927 Quedo \$ 2,808 Gasto 9,892
Respuesta: _____

Figura 5. Respuesta a la pregunta uno del equipo 5

b) Estrategia de hacer los gastos por separado y luego ir restando del total, pero con equivocaciones.

Los equipos 1 y 3 siguieron una estrategia similar; sin embargo el equipo 1 realiza las operaciones por separado, pero al final cuando compran el videojuego entre la novia y el novio, en vez de dividirlo entre dos, restan la cantidad de \$3,854.00 y por eso llegan a un resultado erróneo de \$881.00. En el equipo 3 se equivocaron al plantear los gastos y realizaron sus operaciones pero no llegaron al resultado correcto.

1. Describan detalladamente cuál fue el procedimiento que siguió el equipo para resolver el problema.

Solución	Explique su procedimiento
Saldo inicial = 12700.00 pesos Saldo final = 881.00	Partimos con un saldo inicial que fue sumando y restando dinero según las acciones de Mael hasta llegar a la última cuenta que revela que le queda un saldo de 881 pesos
Respuesta: <u>le quedan 881</u>	

Figura 6. Respuesta a la pregunta 1 del equipo 1

1. Describan detalladamente cuál fue el procedimiento que siguió el equipo para resolver el problema.

Solución	Explique su procedimiento
$ \begin{array}{r} \$12,700 + 186 + 10^{\frac{1087}{3854}} = 16745 \\ - 3,850 \times 2 = 7700 \\ \hline 76 \times 5 = 380 \\ \hline 3850 \\ \hline 119750 \\ \hline 3854 \\ \hline 3854 \text{ mg} \end{array} $	una regla de 3 suma, resta, Multiplicación y División
Respuesta: <u>de acuerdo 16745</u>	

Figura 7. Respuesta a la pregunta uno del equipo 3

En el inciso 2, que pedía escribir en una sola expresión aritmética las operaciones que necesitaban realizar para calcular ¿cuánto dinero le quedó después de las compras?, se encontraron dos tipos de estrategias.

a) La estrategia es representar una sola expresión matemática.

Esta estrategia la siguieron el equipo 1, 2, 3, 4. El equipo 1 sí representa la expresión pero en su caso no utilizan signos de agrupación, ellos representan en la expresión las cantidades después de hacer operaciones que les desglosa algunos totales. En el equipo 2 no tienen claro lo que es una expresión aritmética, lo confunden con una igualdad. En el equipo 3 sí pueden representar la expresión, pero de la misma forma que el equipo 1, lo hacen sin utilizar signos de agrupación y realizan operaciones por separado. El equipo 4 sí logra representar la expresión aritmética, utilizando correctamente los signos de agrupación, solo comete un error en un signo (Ver Tabla 1).

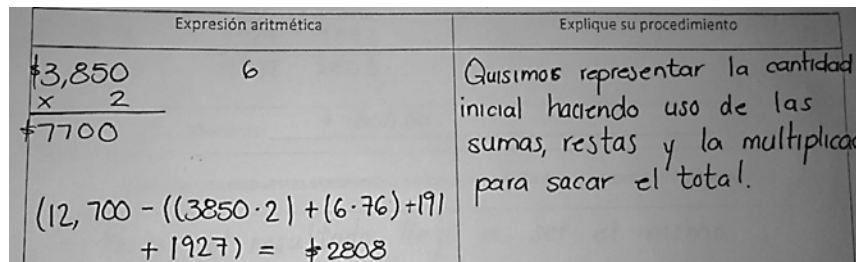


Figura 8. Respuesta a la pregunta dos del equipo 4

Tabla 1. Resultados de los 5 equipos en el inciso 2

	Expresión aritmética	
Equipo 1	$12700 - 7700 - 380 - 76 + 86 + 105$	
Equipo 2	$12,891 = a, -10,083 = b$ $a = \text{Dinero con el que se contaba}, \quad b = \text{Cantidad que se gastó}$	
Equipo 3	$12,700 - 7,700 + 380 - 76 + 86 + 105 - 3,854 = 1,641$	
Equipo 4	$(12,700 - ((3,850 \times 2) + (6 \times 76) + 191 + 1,927)) = \$2,808$	
Equipo 5	$12,700 - 7,700 = 5,000$ $4,544 + 86 + 105 = 4,735$	$5,000 - 456 = 4,544$ $4,735 - 1,927 = 2,808$

b) No representar la expresión aritmética.

Como se observa en la figura 9, el equipo 5 no representa la expresión, lo que ellos realizan es las operaciones de los gastos y van sumando o restando a la cantidad inicial.

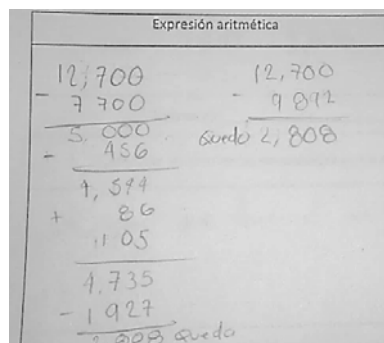


Figura 9. Respuesta a la pregunta 2 del equipo 5

Podemos observar que solo un equipo utilizó los signos de agrupación para distinguir entre productos y sumas, al parecer los otros equipos no distinguen la importancia de los signos de agrupación y de esta manera puedan aplicar la Jerarquía de Operaciones, donde nos dice que los productos tienen prioridad con respecto a las sumas y restas, para algunos de ellos es mejor hacer las operaciones por separado para llegar al resultado solo a través de las sumas y restas, como lo plantean.

En el inciso 3, que debían resolver la expresión que propusieron, se encontró solo una estrategia:

a) Utilizar la Jerarquía de Operaciones.

El único equipo que utilizó la Jerarquía de Operaciones y llegó al resultado correcto es el equipo 2, los otros dos hicieron las operaciones por separado y ambos llegaron a la solución, como se muestra en la tabla 2.

Tabla 2. Resultados de los equipos 2, 4 y 5, inciso 3.

Expresión aritmética y solución	
Equipo 2	$12,891 - 10,083 = 2,808$
Equipo 4	$(12,700 - ((3,850 \times 2) + (6 \times 76) + 191 + 1,927)) =$ $(12,700 - (7,700 + 456 - 191 + 1,927)) =$ $12,700 - 9,892 = 2,808$
Equipo 5	$12,700 - 7,700 = 5,000$ $5,000 - 456 = 4,544$ $4,544 + 86 + 105 = 4,735$ $4,735 - 1,927 = 2,808$

Expresión aritmética	Explique su procedimiento
$12700 - ((3850 \cdot 2) + (6 \cdot 76) + 191 + 1927).$ $12700 - (7700 + 456 - 191 + 1927)$ $12700 - 9892 = \underline{\underline{\$ 2808.00}}$	Primero nos basamos en la expresión aritmética y la fuimos desglosando.
Respuesta: <u> \$ 2808.00 </u>	

Figura 1. Respuesta a la pregunta 3 del equipo 4

Los equipos 1 y 3 dejaron ese inciso en blanco ya que ellos anteriormente ya habían realizado las operaciones y había llegado a un resultado incorrecto.

En el inciso 4 se les pedía utilizar la calculadora, y escribir paso a paso las operaciones que realizarían para encontrar el resultado a partir de la expresión aritmética. Aunque tres de los equipos utilizaron esta herramienta, solo se tiene la siguiente estrategia.

a) Utilizar la calculadora solo para realizar operaciones de suma y resta.

Los equipos 2, 4 y 5 se apoyaron de la calculadora solo para realizar operaciones de sumas, restas, multiplicaciones y divisiones y obtener el resultado correcto como se muestra en la siguiente tabla.

Tabla 3. Operaciones que realizaron en calculadora.

Equipo 2	$3,850 \times 2 = 7,700$ $3,854 \div 2 = 1,927$ $43 \times 2 = 86$ $86 \times 105 = 191$	$76 \times 6 = 456$ $7,700 + 456 + 1,927 = 10,083$ $35 \times 3 = 105$ $12,891 - 10,083 = 2,808$
Equipo 4	$3,850 \times 2 = 7,700$ $86 \times 105 = 191$ $3,854 \div 2 = 1,927$	$76 \times 6 = 456$ $456 - 191 = 265$ $7,700 + 226 + 1,927 = 9,892$ $12,700 - 9,892 = 2,808$
Equipo 5	$12,700 - 7,700 = 5,000$ $4,544 + 86 + 105 = 4,735$	$5,000 - 456 = 4,544$ $4,735 - 1,927 = 2,808$

Estos tres equipos llegan al resultado correcto y cada uno realizó las operaciones en diferente orden.

4. En caso de utilizar calculadora, escriban paso a paso las operaciones que realizarían para encontrar el resultado a partir de la expresión aritmética.

Procedimiento	Explique su procedimiento
$3850 \times 2 = 7,700$ $76 \times 6 = 456$ $3854 \div 2 = 1927$ $7700 + 456 + 1927 = 10,083$ $43 \times 2 = 86$ $35 \times 3 = 105$ $86 + 105 = 191$	Seguimos las operaciones con forme aparecieron en el problema
$ \begin{array}{r} 12,700 \\ + \quad 191 \\ \hline 12,891 \\ - 10,083 \\ \hline 2,808 \end{array} $	
Respuesta: Le sobró \$2,808	

Figura 2. Respuesta a la pregunta cuatro del equipo 2

Los demás equipos en esta opción dejaron el recuadro en blanco ya que ellos no utilizaron calculadora.

En el inciso 5, los equipo 2, 4 y 5 dicen que sus respuestas sí coinciden porque los procedimientos son los mismos.

Situación de validación

Para esta fase, la profesora eligió a propósito un alumno del equipo 1, cuya respuesta era incorrecta. La joven pasó a exponer cuál cantidad les daba como resultado de la actividad, y los demás alumnos comenzaron a cuestionarle su respuesta, y le hicieron ver el punto de vista de otros equipos. Al final aceptaron los integrantes del equipo 1 que efectivamente habían cometido errores, por no utilizar los signos de agrupación y la jerarquía de operaciones. A continuación se presentan fragmentos del diálogo de los equipos.

Ma. Jóvenes para terminar la primera actividad les pido que pase al pizarrón una

persona del equipo 1 que guste exponernos, cuál fue su procedimiento para llegar al resultado, además, cómo escribieron su expresión matemática y cómo la resolvieron.

Equipo 1: Yo paso maestra //comenta A11//

A11: Bueno para la pregunta 1, lo que nosotros hicimos fue que partimos de un saldo inicial de 12,700 que nos lo da el problema y le fuimos sumando y restando dinero según las acciones, hasta llegar a la última cuenta que reveló que le queda un saldo de \$881.00.

Equipo 4: A14: A11, tu resultado está mal porque nosotros también lo hicimos así, pero a nosotros nos da \$2808.

Equipo 3: A23: A nosotros nos da un resultado de 1641

Entonces comienza la discusión entre ellos ya que 3 equipos daban su resultado y eran cantidades diferentes. Por lo que le piden a la integrante del equipo uno que escriba su expresión matemática para verificar si las operaciones que estaban realizando estaban correctas.

A11: Maestra, nosotros escribimos la expresión así: Tenía $12,700 - 7700 - 380 - 76 + 86 + 105 = 4,353$ pero a esto le restamos lo del videojuego que eran 3,854 y nos quedaron 881.

A14: A11, para empezar, en esa expresión no veo ningún paréntesis que agrupe los números y si te fijas al leer en texto claramente podemos plasmar los paréntesis y me llama la atención porque en ninguna parte del texto te da la cantidad de 3,854 ¿de dónde sacaron esa cantidad?

Luego de esto, los integrantes del equipo 1 se dieron cuenta que habían tomado un dato mal, pero aun así, les faltó incluir los signos de agrupación, hecho que les fue señalado por varios equipos, esto hizo que los integrantes del equipo 1 reflexionaran sobre la importancia de los signos de agrupación.

De esta manera se da la confrontación entre ellos hasta que al final escriben la expresión correcta en el pizarrón y todos quedan conformes con el resultado al que llegaron.



Figura 3. Equipo uno presenta sus resultados

Una vez que los alumnos llegan a un acuerdo, la maestra agradece la participación de todos y les pide que al día siguiente puedan continuar con la actividad dos.

En la segunda actividad, a diferencia de la primera, se solicitaba que eligieran de tres expresiones, aquélla que consideraban correcta para responder al problema. Posteriormente, que la resolvieran paso a paso y si usaban calculadora, que describieran las operaciones que realizarían para encontrar el resultado.

Se esperaba que con el uso de la calculadora los jóvenes se vieran forzados a escribir sus operaciones incluyendo los signos de agrupación. Sin embargo, se observó que, al igual que en la actividad 1, solamente la utilizaron para realizar sumas, restas, multiplicaciones y divisiones, según se requería, de manera separada. Por ejemplo, el equipo 3, que eligió una respuesta incorrecta (c) $7(70) - 25 + \left\{ 2 \left[6(85) - \frac{500}{2} \right] \right\}$, al hacer las operaciones con la calculadora se observa que no tomaron en cuenta la jerarquía de operaciones. Pues, como se puede notar, no respetan el hecho de que el 2 que está antes del corchete, debe multiplicar a ambos miembros de la resta, y no solo al primero.

$$\begin{array}{l}
 7 \times 70 - 25 \\
 6(85)(2) - 250 \\
 = 1\ 215
 \end{array}$$

Figura 13. Equipo 3 presenta sus resultados

Un aspecto importante fue que a través de la fase de validación que se propone en la teoría de situaciones didácticas, fue que los alumnos de este equipo se dieron cuenta de que no habían considerado la jerarquía de operaciones y el uso de signos de agrupación, y que además, no habían elegido de manera adecuada la expresión para resolver el problema, por ejemplo, el alumno A14 se enfrenta al alumno A23 comentando:

A14: Yo creo que estás mal.

A23: ¿Por qué?

A14: Lee el problema bien y te darás cuenta que le pagan 75 menos 25 de comida por los siete días.

A23: Mmmm, maestra, tiene razón A14, es que yo me equivoqué porque no me había fijado que la comida es por siete días, yo pensé que solo era por un día.

Conclusiones

Es importante mencionar que nos damos cuenta del papel importante que tiene el permitir a los alumnos del nivel superior experimentar y argumentar entre ellos mismos sus soluciones, ya en nuestra propuesta, entre todo el grupo aportaron ideas al estudiante que se encontraba en el pizarrón, hasta que todos quedaron de acuerdo. De esto rescatamos que la manera en que estos estudiantes construyeron su conocimiento no es a través de darles la

teoría directamente, si no que se apropiaron de éste conocimiento al enfrentarse con los problemas propuestos, por su puesto, con la guía del profesor.

Por otro lado podemos decir que después de haber realizado las dos actividades, la mayoría de los estudiantes reflexionaron acerca del uso de la Jerarquía de Operaciones y los signos de agrupación, al realizar las operaciones en las expresiones aritméticas y así evitar los errores en el resultado final.

Una de las sugerencias que se tiene para futuras experimentaciones es que se les permita usar la calculadora solamente para introducir toda la expresión que resuelva el problema. Esto les llevaría a reflexionar desde ese momento sobre la manera en que deberían introducir los datos para obtener el resultado adecuado.

Si bien es cierto, no podemos aplicar diariamente en clases Situaciones Didácticas, por el tiempo y programas a los que estamos sujetos como maestros, pero ésta nos brinda una herramienta muy importante para abordar posteriormente ciertos temas de interés. Es importante retomar este tipo de actividades y poderlo aplicar con los alumnos de nivel superior, porque al aplicar esta estrategia de enseñanza vemos cómo los alumnos se apropian del conocimiento y en ningún momento tuvieron miedo defender cada uno de ellos sus ideas, pero sí confirmamos que aprenden de una manera diferente, porque ellos son quien manejan la situación y no el docente como tradicionalmente se hace.

Referencias bibliográficas

- Artigue, M. (1998). Ingeniería didáctica. En P. Gómez (Ed.). *Ingeniería didáctica en educación matemática* (pp. 33-59). Colombia: Iberoamérica.
- Bello, I. (1999). *Álgebra elemental*. Tampa, Florida: International Thomson Editores, S.A. de C.V.
- Brousseau, G. (1986). Fundamentos y métodos de la didáctica de las matemáticas. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 33-115.
- Gálvez, G. (1994). La didáctica de las Matemáticas, en C. Parra, e I. Saiz, *Didáctica de Matemáticas*, Aportes y Reflexiones 39-50. Paidós: Buenos Aires.
- Maciel, C. I. (2015). *La jerarquía de operaciones en el nivel medio superior. Una experiencia con situación didáctica*. Tesis de Maestría no publicada. Universidad Autónoma de Zacatecas. México.
- Panizza, M. (2004). Conceptos Básicos de la Teoría de Situaciones Didácticas. *En Enseñar Matemáticas en el nivel inicial y el primer ciclo de la E.G.B.; análisis y propuesta*, 59-71. Buenos Aires: Paidós.