



# REVISTA ELECTRÓNICA AMIUTEM

<http://revista.amiutem.edu.mx>

Publicación periódica de la Asociación Mexicana de Investigadores  
del Uso de Tecnología en Educación Matemática.

Volumen IV      Número 1      Fecha: Junio 2016

ISSN: 2395-955X

Directorio:

Rafael Pantoja R.

Director

Eréndira Núñez P.

Lilia López V.

Sección: Selección de artículos

Elena Nesterova

Alicia López B.

Sección: Experiencias Docentes

Christian Morales O.

Sitio WEB

Esnel Pérez H.

Lourdes Guerrero M.

Sección: Geogebra

ISSN: 2395-955X

## EL USO DE TECNOLOGÍA EN LA FORMACIÓN DE PROFESORES DE MATEMÁTICAS: UN ANÁLISIS DESDE EL TPCK Y EL MKT

Cesar Martínez Hernández, Lilia P. Aké Tec

Universidad de Colima (México)

*cmartinez7@ucol.mx, liliapatricia\_ake@ucol.mx*

Para citar este artículo:

Martínez, C. y Aké, L. P. (2016). El uso de tecnología en la formación de profesores de matemáticas: un análisis desde el TPCK y el MKT. Uso de tecnología y enseñanza de las matemáticas en el nivel superior en zacatecas. *Revista Electrónica AMIUTEM*. Vol. IV, No. 1. Publicación Periódica de la Asociación Mexicana de Investigadores del Uso de Tecnología en Educación Matemática. ISSN: 2395-955X. México.

Revista AMIUTEM, Año 4, No. 1, Enero - Junio 2016, Publicación semestral editada por la Asociación Mexicana de Investigadores del Uso de Tecnología en Educación Matemática A.C., Calle Gordiano Guzmán #6, Benito Juárez, C.P.49096, Ciudad Guzmán Jalisco, Teléfono: 3411175206. Correo electrónico: <http://www.amiutem.edu.mx/revista>, [revista@amiutem.edu.mx](mailto:revista@amiutem.edu.mx). Editor responsable: M.C. Christian Morales Ontiveros. Reserva derechos exclusivos al No. 042014052618474600203, ISSN: 2395.955X, ambos otorgados por el Instituto Nacional de Derechos de Autor. Responsable de la última actualización de este número, Asociación Mexicana de Investigadores del Uso de Tecnología en Educación Matemática A.C., Antonio de Mendoza No. 1153, Col. Ventura Puente, Morelia Michoacán, C.P. 58020, fecha de última modificación, 10 de julio de 2016.

Las opiniones expresadas en los artículos firmados es responsabilidad del autor. Se autoriza la reproducción total o parcial de los contenidos e imágenes siempre y cuando se cite la fuente y no sea con fines de lucro. No nos hacemos responsables por textos no solicitados.

## EL USO DE TECNOLOGÍA EN LA FORMACIÓN DE PROFESORES DE MATEMÁTICAS: UN ANÁLISIS DESDE EL TPCK Y EL MKT

Cesar Martínez Hernández, Lilia P. Aké Tec

Universidad de Colima (México)

*cmartinez7@ucol.mx, liliapatricia\_ake@ucol.mx*

**Palabras clave:** Formación de profesores, tecnología, MKT, TPCK.

### Resumen

Se expone una propuesta sobre el uso de tecnología en la formación de profesores de matemáticas, basada en la noción del Conocimiento Matemático para la Enseñanza (MKT) y en el Conocimiento Tecnológico Pedagógico del Contenido (TPCK o TPACK) a partir del análisis y discusión de un ejemplo del uso de GeoGebra, en el contexto de un programa de posgrado sobre formación-profesionalización de profesores de matemáticas.

### Introducción

La formación inicial del profesor de matemáticas es uno de los temas de investigación que ha cobrado interés en la comunidad de investigadores en la Educación Matemática (Llinares & Krainer, 2006). Respecto al uso de tecnología y el papel del profesor, las investigaciones se han centrado, principalmente, en su implementación en el aula, en las modificaciones de la práctica y en las concepciones sobre las ventajas de su uso (*e.g.*, Doerr, Arleback & O'neil, 2012; Johnston, 2010, Ruthven, Hennessy, & Brindley, 2004).

Si bien se reconoce la importancia del uso de tecnología en la enseñanza de las matemáticas, también se reconoce que ésta ha tenido un impacto limitado en el cambio de la práctica del profesor, lo cual, puede deberse al poco desarrollo de la comprensión del rol del profesor y su práctica en ambientes tecnológicos (Doerr, *et al.*, 2012), más aún, sobre el papel de la tecnología en su formación inicial. Respecto al uso de tecnología en la formación y en la práctica del profesor, varias investigaciones se sustentan en el denominado TPCK (*Technology-enhanced Pedagogical Content Knowledge*) (Niess, 2005; Niess, Lee, Sadri & Suharwoto, 2006), también conocido como *Technological Pedagogical Content Knowledge*, ahora conocido como TPACK (en este documento se utiliza indistintamente los acrónimos TPCK y TPACK) (Mishra & Koehler, 2006) que refiere al conocimiento que el profesor de matemáticas debe tener sobre el uso de la tecnología para la enseñanza.

Sobre el conocimiento del uso de tecnología para la enseñanza de las matemáticas, algunos investigadores (*e.g.*, Niess, 2005) han estudiado el TPCK desarrollado por futuros profesores de matemáticas y ciencias (en formación), en un programa que involucró el uso de dispositivos de recolección de datos (sensores), de acuerdo con esta investigación, la naturaleza de la disciplina y el cómo los profesores visualizan la tecnología son factores importantes en el desarrollo del TPCK. Por su parte, Niess et al. (2006) reportan sobre un programa diseñado para promover en ellos el TPCK para la enseñanza de las matemáticas con hoja de cálculo. Este modelo sobre el conocimiento del profesor para la enseñanza de las matemáticas, ha sido utilizado en contextos distintos al mundo anglosajón e intentado aplicarse en otras regiones.

En términos de Johnston (2010), el TPACK trata sobre el conocimiento que el profesor debe tener respecto a: la tecnología disponible, los criterios de evaluación de ésta y lineamientos para su uso apropiado. Sin embargo, este modelo no involucra el uso de tecnología para el desarrollo del conocimiento sobre el contenido matemático, que el futuro profesor debe poseer. En el contexto mexicano, los programas de formación del profesor de matemáticas son diversos, desde las escuelas normales para la educación básica y profesionistas universitarios para la educación media superior y superior.

Pocas instituciones del nivel universitario ofrecen programas de licenciatura sobre la enseñanza de las matemáticas. Además, es común que los programas universitarios de ingeniería y ciencias, incluyan como un perfil de egreso a la docencia. En este sentido, preguntas que cobran relevancia son: ¿cuál es el papel de la tecnología en la formación de futuros profesores de matemáticas en nuestro contexto? ¿Los programas de formación específicos de profesores y otros profesionales incluyen una visión del uso de tecnología para la enseñanza de las matemáticas, en qué sentido? Más aún, ¿De qué manera los futuros profesores de matemáticas utilizan tecnología para su propio aprendizaje matemático? ¿En la opinión de los futuros profesores, el uso de para su propio aprendizaje de las matemáticas les ofrece una visión más amplia del potencial de estas herramientas para la enseñanza? ¿Qué contenidos matemáticos, para su propio aprendizaje, deberían ser abordados por los profesores en formación mediante herramientas tecnológicas?

En el sentido de la distinción hecha por Sowder (2007) respecto al conocimiento necesario para la enseñanza (conocimiento para la práctica, conocimiento en la práctica y conocimiento de la práctica), la reflexión y discusión aquí planteada se enmarca dentro del primer tipo, en el cual el conocimiento del contenido matemático es fundamental, así como el conocimiento pedagógico de dicho contenido y, por supuesto, el conocimiento sobre el uso de tecnología. Para ello, lo planteado sobre el papel de la tecnología en la formación de profesores de matemáticas, se sustenta, por un lado en el TPACK, y por otro, en el llamado MKT (Mathematical Knowledge for Teaching), en el cual, el contenido matemático es el eje articulador.

### **Marco Teórico**

Entre los modelos teóricos que abordan la problemática sobre qué conocimientos pertenecen al conocimiento profesional del profesor de matemáticas y la relación con su práctica se encuentra el conocido como *Conocimiento Matemático para la Enseñanza (Mathematical Knowledge for Teaching, MKT)* (Ball, Thames, & Phelps, 2008; Hill, Ball & Schilling, 2008). Un Modelo similar al MKT, pero que incluye conocimiento sobre uso de tecnología es el TPACK (*Technological Pedagogical Content Knowledge*). Ambos tienen similitudes, la principal es que los dos toman como referencia base el trabajo de Shulman (1986) sobre el Conocimiento Pedagógico del Contenido (*Pedagogical Content Knowledge, PCK*). A partir de éste, el TPACK incluye la tecnología como componente distintivo, mientras que el MKT identifica subcategorías relacionadas con el contenido matemático dentro del PCK. A continuación, se presentan los dos modelos sobre el Conocimiento de los Profesores para la Enseñanza (de las Matemáticas y, con el uso de Tecnología).

### ***Conocimiento Tecnológico Pedagógico del Contenido (TPCK)***

En la actualidad es ampliamente difundido en la comunidad de Matemática Educativa, que las herramientas tecnológicas sean parte del escenario de aula para la enseñanza, en nuestro caso de las matemáticas. Sin embargo, de acuerdo con Niess (2005), pocos profesores en su práctica enseñan el contenido específico de su área mediante el uso de tecnología, esto puede deberse a que el enfoque de “los programas de preparación de futuros profesores de ciencias y matemáticas pretenden desarrollar en ellos, con amplitud y profundidad, el conocimiento del contenido de ciencias y matemáticas” (Niess, p. 510) sin tomar en cuenta el uso de tecnología.

Basado en el constructo desarrollado por Shulman (1986), conocido como Conocimiento Pedagógico del Contenido (PCK), es decir la intersección del conocimiento específico del área con el conocimiento pedagógico sobre dicho contenido, Niess plantea que los futuros profesores (y eventualmente los profesores en servicio) deben también desarrollar un sentido del uso de tecnología respecto al conocimiento específico; es decir, sobre qué significa enseñar con herramientas tecnológicas. Así, se trata de un Conocimiento Tecnológico y Pedagógico del Contenido.

En este sentido, Niess propone que el futuro profesor debe desarrollar a la par, sólidos conocimientos de contenidos específicos de su área y sobre tecnología, además de conocimientos sobre la enseñanza y aprendizaje, ya que usualmente el profesor en formación aprende sobre tecnología desligado de su aprendizaje del área específica y pedagógica. En general, aprende una componente (contenido específico, pedagógico o tecnológico) desligado de los otros dos. De esta manera, Niess (2005) identifica el TPCK como la integración del desarrollo de los tres tipos de conocimiento: sobre el contenido, sobre tecnología y sobre la enseñanza y aprendizaje.

De acuerdo con Niess (2005, p. 511), el TPCK se puede caracterizar mediante las siguientes cuatro componentes: una amplia concepción sobre qué significa enseñar cierto contenido específico mediante la integración de tecnología en el aprendizaje; conocimiento sobre estrategias instruccionales y representaciones para la enseñanza de tópicos particulares con tecnología; conocimiento sobre la comprensión, pensamiento y aprendizaje de los estudiantes con tecnología para tópicos específicos y, conocimiento sobre el currículo y materiales que integran tecnología y el aprendizaje de contenidos específicos. En este sentido, Niess plantea que el profesor debe reconsiderar su conocimiento del contenido específico de su área y el impacto de la tecnología en el desarrollo de dicho conocimiento tanto para la enseñanza como para el aprendizaje.

Por su parte Mishra y Koehler (2006) y Koehler y Mishra (2009) caracterizan el TPCK (o TAPCK) como el conocimiento del profesor para la integración de tecnología. De acuerdo con estos investigadores se trata de una compleja interacción de tres elementos del ambiente de aprendizaje: el conocimiento del contenido, la pedagogía y la tecnología. “Dicha interacción, produce los tipos de conocimiento flexibles necesarios para la integración exitosa de tecnología en la enseñanza” (Koehler & Mishra, 2009, p. 60). En la figura 1, se muestra el esquema que proponen Koehler y Mishra (2009) para identificar los tres tipos de conocimiento y sus interacciones de que se compone el TPCK.

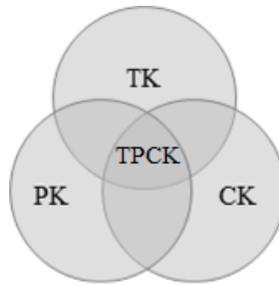


Figura 1. TPCK y sus componentes (Koehler & Mishra, 2009, p. 61).

En la Figura 1 se observa que el TPCK (o TPACK) es la integración de tres tipos de conocimiento: conocimiento de contenido (Content Knowledge, KC), conocimiento pedagógico (Pedagogical Knowledge, PK) y conocimiento tecnológico (Technological Knowledge, TK). El CK, se refiere al conocimiento del contenido específico a enseñar. El PK es el conocimiento sobre los procesos y métodos de enseñanza y aprendizaje, implica comprender cómo los estudiantes aprenden, habilidades sobre técnicas utilizadas en el aula, planeación y evaluación. El TK es el conocimiento sobre tecnologías estándar y nuevas tecnologías, dado que éstas cambian rápidamente en el tiempo, éste tipo de conocimiento debe ser también cambiante (Mishra & Koehler, 2006).

Lo importante, además de la distinción de estos tres tipos de conocimiento es la interacción de uno con otro y la integración de estas tres interacciones. De esta manera, Mishra y Koehler (2006) identifican en el modelo que proponen las siguientes intersecciones:

- *PK-CK (PCK, Conocimiento Pedagógico del Contenido)*, coincide respecto a lo planteado por Shulman (1986), de hecho éste trabajo es la base sobre la que es construido el modelo TPCK.
- *TK-CK (TCK, Conocimiento Tecnológico del Contenido)*, es el conocimiento sobre la manera en que la tecnología y el contenido específico se relacionan recíprocamente.
- *TK-PK (TPK, Conocimiento Tecnológico Pedagógico)*, es el conocimiento sobre tipos de tecnología y cómo implementarlas en la enseñanza y el aprendizaje, y sobre cómo la enseñanza puede cambiar por el uso de tecnología.

De esta manera, el TPCK es un conocimiento que va más allá de sus tres componentes, refiere a la comprensión de representaciones y conceptos con el uso de tecnología; a técnicas pedagógicas que hacen uso de tecnología en formas constructivas para la enseñanza de un contenido, a comprender la complejidad del uso de tecnologías, en el sentido de identificar qué conceptos se complican y cuáles se facilitan para su aprendizaje en ambientes tecnológicos, y cómo ésta ayuda a superar dificultades que los alumnos enfrentan en dicho aprendizaje (Mishra y Koehler (2006, p. 1028-1029). Como lo plantean estos autores, el componente del uso de tecnología, debería ser distintivo en la práctica del profesor, dados los avances de ésta y su cada vez mayor disponibilidad. Pero además es un conocimiento que no es estático, ya que evoluciona con el tiempo, debido a los cambios cada vez más acelerados de las nuevas tecnologías.

Como fue mencionado, la base del TPACK es el constructo desarrollado por Shulman (1986), el PCK, en el cual integran el componente del uso de tecnología. Sin embargo, otros investigadores a partir de dicho constructo han identificado subcategorías del Conocimiento Pedagógico del Contenido, propio del área de las matemáticas.

### ***Conocimiento Matemático para la Enseñanza (MKT)***

El *conocimiento matemático y conocimiento sobre enseñanza de las matemáticas* son dos aspectos diferentes, el primero es el conocimiento de la disciplina, mientras que el segundo obedece al campo del *conocimiento profesional* del profesor de matemáticas (da Ponte y Chapman, 2006, p. 462). A partir de los trabajos de Shulman (1986), Ball y su equipo de trabajo (Ball, 2000; Ball, Thames, & Phelps, 2008; Hill, Ball & Schilling, 2008) proponen la noción de *Conocimiento Matemático para la Enseñanza (MKT)*, ésta tiene que ver con lo que los maestros necesitan conocer y ser capaces de hacer, para una enseñanza efectiva y los requisitos de ésta en términos de la comprensión del contenido matemático.

Ball *et al.* (2008, p. 395) definen el MKT como “el conocimiento matemático necesario para llevar a cabo el trabajo de enseñar matemáticas”. El MKT implica identificar el conocimiento matemático demandado en el trabajo que hacen los profesores. Ball, *et al.* (2008, pp. 399-400) caracterizan el MKT como compuesto por dos grandes categorías: el *Conocimiento del contenido matemático* y el *Conocimiento pedagógico del contenido matemático*.

En cada una de estas categorías, estos investigadores identifican tres subdominios, tres relativos a la primera categoría y tres relativos a la segunda:

- *Conocimiento Común del Contenido [matemático] (Common Content Knowledge, CCK)*, descrito por los autores como “aquel conocimiento que es usado en el trabajo de enseñanza en formas comunes a como se utiliza en muchas otras profesiones u ocupaciones que también usan matemáticas” (Hill, Ball & Schilling, 2008, p. 377), por lo tanto, no es propio a la actividad de enseñar pero es un conocimiento fundamental.
- *Conocimiento Especializado del Contenido [matemático] (Specilized Content Knowledge, SCK)*, se refiere al conocimiento matemático propio a la enseñanza; necesario para la enseñanza. Este conocimiento “permite ofrecer explicaciones matemáticas de las reglas y los procedimientos que comúnmente se encuentran en la enseñanza, así como también analizar y comprender los métodos inusuales que permiten resolver un problema” (Hill, Ball & Schilling, 2008, p. 378).
- *Conocimiento en el Horizonte Matemático (Knowledge at the Mathematical Horizon)*, de acuerdo con Ball y Bass (2009), éste se entiende como una toma de conciencia del gran paisaje matemático en el que la experiencia y la instrucción presentes están situadas.
- *Conocimiento del Contenido y los Estudiantes (Content Knowledge and Students, CKS)*, este tipo de conocimiento combina el conocimiento acerca de los estudiantes y el conocimiento de las matemáticas, se refiere a la interacción entre la comprensión de un contenido matemático específico y familiaridad con el pensamiento matemático de los estudiantes sobre dicho contenido (Ball, Thames, & Phelps, 2008, pp. 399-400).

- *Conocimiento del Contenido y la Enseñanza (Content Knowledge and Teaching, CKT)*, éste combina conocimiento acerca de la enseñanza y conocimiento de las matemáticas, la actividad de enseñar involucra conocimiento matemático para el diseño de la instrucción. Es decir, éste tipo de conocimiento se refiere un concepto o procedimiento matemático particular y la familiaridad con principios didácticos para la enseñanza de dicho contenido (Ball, Thames, & Phelps, 2008, pp. 399-400).
- *Conocimiento del Currículo*: es aquel que implica un conocimiento del currículo sobre el contenido matemático (e.g., metas educativas, las evaluaciones, los temas que se imparten normalmente en los niveles educativos, etc.) (Ball & Bass, 2009).

De acuerdo con Ball y sus colaboradores, las primeras tres categorías (*CCK*, *SCK* y *Conocimiento en el horizonte matemático*) forman parte del dominio que Shulman identifica como Contenido Matemático, mientras que las segundas tres (*CKS*, *CKT* y *Conocimiento del Currículo*) pertenecen al dominio del Conocimiento Pedagógico del Contenido. Como puede observarse en las definiciones de las categorías del MKT, el eje articulador es el área específica de las matemáticas. Sin embargo, en ninguna se explicita el uso de tecnología como tal, pero puede entenderse que está de manera implícita. En el siguiente apartado se discute la pertinencia de tomar los dos modelos (MKT y TPACK) sobre el conocimiento de los profesores de matemáticas cuando utiliza tecnología.

### La formación del profesor de matemáticas desde el TPACK y el MKT

Hasta este momento, han sido descritos el TPACK y el MKT como dos modelos que caracterizan el conocimiento que deben poseer y mostrar los profesores; el primero, relacionado con la tecnología para la enseñanza de algún contenido en específico, y el segundo, con la enseñanza de las matemáticas, en particular. A partir de estos encuadres teóricos, ¿cuál es la pertinencia y viabilidad de integrarlos para discutir el papel de la tecnología en la formación (inicial y continua) de profesores de matemáticas?

Tanto el MKT como el TPACK toman como referencias el Conocimiento del Contenido y el Conocimiento Pedagógico del Contenido. Mientras que el MKT distingue subcategorías en cada dominio, el TPACK involucra la tecnología en cada uno de estos dominios. En este sentido, es posible entonces, para explicitar el uso de tecnología en el MKT integrarle elementos del TPACK, o viceversa. En un primer intento por integrar ambos modelos, se tomará como base el MKT, sus dos dominios principales y las seis subcategorías, para integrarlo con dos dominios del TPACK.

Es decir, se parte de la idea, por un lado, de intersectar el dominio del Conocimiento del Contenido (formado por tres subcategorías, relativo al MKT) con el dominio del Conocimiento Tecnológico del Contenido (relativo al TPACK). Por otro, intersectar el Conocimiento Pedagógico del Contenido (PCK, con sus tres subcategorías, relativo al MKT) con el Conocimiento Tecnológico Pedagógico (TPK, relativo al TPACK). La siguiente figura 2 muestra dos esquemas que ilustran lo comentado.



Figura 2. Integración de dominios del MKT con dominios del TPACK.

A partir de lo ilustrado en la figura 2 y dado que el Conocimiento del Contenido ( $CK_{MKT}$ ) se compone del Conocimiento Común del Contenido (CCK), el Conocimiento Especializado del Contenido (SCK) y del Conocimiento en el Horizonte Matemático, cada una de estas componentes se relaciona entonces con el Conocimiento Tecnológico del Contenido ( $TCK_{TPCK}$ ). Como fue mencionado en secciones anteriores, el TCK es el conocimiento sobre la manera en que la tecnología y el contenido específico se relacionan recíprocamente. Por ejemplo, dado un contenido matemático, éste puede ser abordado mediante cierto tipo de tecnología o no y viceversa, dado un tipo de tecnología, ésta puede ser utilizada para ciertos contenidos matemáticos, o bien para ninguno (Mishra & Koehler, 2006).

En este sentido, la intersección del  $CK_{MKT}$  con  $TCK_{TPCK}$  implica el conocimiento de la manera en que la tecnología se relaciona con el Conocimiento Común, el Especializado y en el Horizonte, y viceversa. De la misma manera, respecto al  $PCK_{MKT}$ , compuesto por el Conocimiento del Contenido y los Estudiantes (CKS), el Conocimiento del Contenido y la Enseñanza (CKT) y Conocimiento del Currículo, implica identificar la relación con el Conocimiento Tecnológico Pedagógico (TPK). Es decir, conocimientos sobre tipos de tecnología y su relación con el contenido y los estudiantes; con el contenido y la enseñanza y, con el currículo.

En seguida, se presenta una breve discusión con base en lo planteado en la sección precedente; en particular sobre la interacción  $CK_{MKT}$  - $TCK_{TPCK}$ , mediante un ejemplo de un contenido matemático del nivel superior y el uso de Tecnología en el contexto de la formación-profesionalización de profesores de Matemáticas.

### **La tecnología en el contexto de la profesionalización de profesores de matemáticas**

Para discutir, brevemente, la interacción entre el MKT y el TPCK en la profesionalización de profesores de matemáticas, el presente trabajo se enfoca en la interacción entre del Conocimiento Tecnológico del Contenido [matemático] con el Conocimiento Común del Contenido a partir de una Actividad matemática sobre el trazado de tangentes en el contexto del Teorema del Valor Medio reportado en un estudio previo sobre uso de tecnología por Martínez y Ulloa (2015).

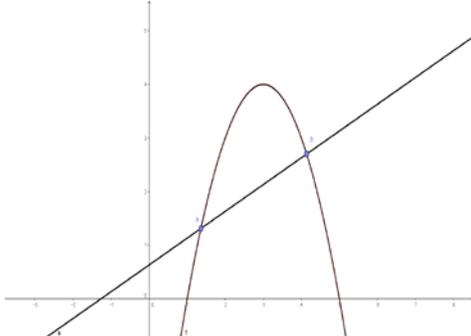
En dicha actividad, los participantes fueron 16 alumnos de un posgrado en enseñanza de las matemáticas, todos con grado de licenciatura relacionadas o afín con las matemáticas. Por lo que la población participante contaba con el Conocimiento Común del Contenido matemático abordado, pero con poca experiencia, algunos nula, sobre el uso de tecnología para la enseñanza, es decir, pobre Conocimiento Pedagógico del Contenido y el uso de Tecnología. Debido a este antecedente, la reflexión aquí planteada sobre el trabajo de estos estudiantes de posgrado, se centra en la interacción del uso de Tecnología (GeoGebra como herramienta para el trazado de tangentes) y su Conocimiento Común.

#### ***El Conocimiento Común y el uso de Tecnología***

Para identificar el tipo de interacción entre el uso de Tecnología y el Conocimiento Común de la población participante, se analizó el trabajo llevado a cabo por ellos en una actividad sobre el trazado de tangentes, mediante GeoGebra, en el contexto del Teorema del Valor Medio. La forma de trabajo fue en equipos (ocho en total); en este documento se reporta el trabajo de solo dos de ellos, a manera de ejemplificar la interacción entre el MKT

y el TPCK. La figura 3 muestra una reproducción de la parte central la Actividad desarrollada, para los propósitos de este reporte.

Dada la función  $f(x) = -(x - 3)^2 + 4$ , ¿es posible trazar una recta tangente a la curva y paralela a la recta secante dada, en el intervalo determinado por las abscisas de los puntos de intersección entre la curva y la secante? Explique su respuesta



De ser posible trazar la recta tangente, utilice las vistas Algebraicas y Gráfica de GeoGebra para introducir la función dada y trazar las rectas secante y tangente. Explique su respuesta.

Figura 3. Reproducción de la actividad planteada en Martínez y Ulloa (2015) sobre el trazado de tangentes en el contexto del Teorema del Valor Medio.

El tipo de respuestas ofrecidas por los estudiantes dan muestra del Conocimiento Común del Contenido Matemático, por ejemplo, a la pregunta sobre la posibilidad trazar la recta tangente, los estudiantes hacen alusión a la continuidad de la función, algunos de manera explícita, otros, de manera implícita. Las siguientes son las respuesta de dos de los Equipos a este respecto.

1c) ¿Existe una recta que sea paralela a la recta secante anterior y tangente a la curva de la función dada en el intervalo  $(x_1, x_2)$ ?  
 Explique

Si, porque la función es continua en el intervalo

Si, ya que la recta que pasa por A y B la podemos ir "recorriendo" hasta que solo toque un punto de la función. (que nosotros denominamos "P").

Figura 4. Respuestas de dos Equipos sobre la posibilidad de trazar una recta tangente.

En esta primera parte, podemos argumentar a partir de las respuestas de los equipos, acerca del CCK, en este caso la *continuidad* de la función, sin embargo, lo importante es identificar la relación recíproca entre este Contenido Matemático que involucra la actividad planteada y el uso de GeoGebra. En el trabajo llevado a cabo por los estudiantes, si bien, algunos no dieron una solución exacta, sino aproximaciones, lo importante es observar la relación recíproca entre el CCK y la Tecnología, es decir, si los participantes en sus

acciones identifican la tecnología como una herramienta que les permite abordar el Contenido Matemático (el trazo de la recta tangente, sustentado en su noción de continuidad de la función dada), y viceversa, si dado el problema a resolver, éste puede ser abordado mediante GeoGebra.

A los participantes les fue dado el problema y desde el principio se les preguntó, si mediante GeoGebra era posible abordar y resolver la tarea planteada. Todos, por el trabajo llevado a cabo en GeoGebra, identifican que sí es posible resolver la tarea o al menos dar una aproximación. Los distintos Equipos buscan diferentes rutas de resolución de la tarea, por ejemplo, el uso de deslizadores, cálculos directos a partir de las condiciones planteadas y trazos auxiliares.

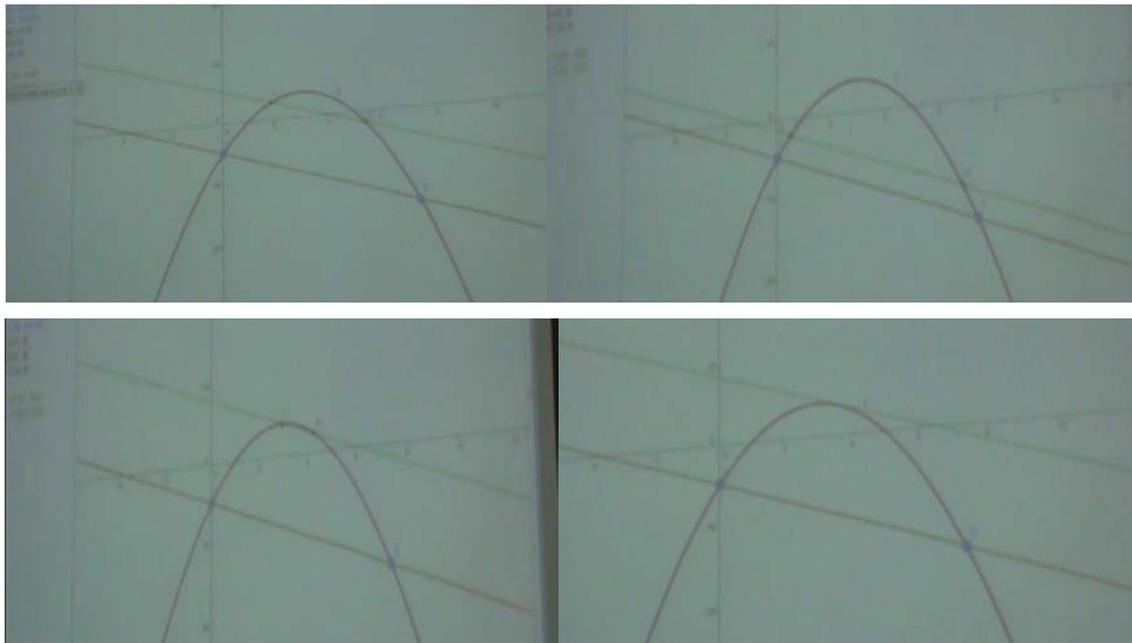


Figura 5. Trabajo en GeoGebra desarrollado por uno de los Equipos mediante el uso de deslizadores.

Todos los participantes identificaron el potencial de la tecnología para abordar el problema. La figura 5 muestra parte del trabajo de uno de los Equipos que utilizó deslizadores como herramienta principal de GeoGebra. Otros, utilizaron el arrastre directo, hicieron cálculos a partir de las condiciones planteadas y algunos más utilizaron trazos auxiliares. De esta manera, se puede observar que los participantes identifican una relación entre el Conocimiento del Contenido Común (CCK) o parte de éste con la tecnología propuesta.

### Conclusiones

Se ha planteado la posibilidad de integrar los modelos MKT y TPK en la formación y profesionalización de profesores de matemáticas, a partir de un breve análisis sobre la intersección de la componente conocida como *Conocimiento Común del Contenido* con la componente *Conocimiento Tecnológico del Contenido*. La intersección con las demás componentes, el Conocimiento Especializado y en el Horizonte, así como con las tres componentes del PCK con el TPK, merecen un amplio y profundo análisis así como el desarrollo de instrumentos adecuados de recolección de datos.

La idea fundamental del presente trabajo es mostrar la pertinencia de utilizar el MKT y TPCK (o TPACK) como modelos que permiten abordar la formación de profesores de matemáticas y el papel de la tecnología en ello. En particular, se ha enfocado la breve discusión en el Contenido Común de los profesores de matemáticas y la influencia que puede tener la tecnología, a partir de lo planteado por Niess (2005) respecto a que, con las nuevas tecnologías, los profesores en formación y en profesionalización continua, deben tener oportunidad o incluso el reto de reconsiderar su Conocimiento sobre el Contenido [matemático] y el papel que puede jugar la tecnología en el desarrollo de este tipo de conocimiento.

De esta manera, las preguntas que surgen a partir de este breve análisis y discusión aquí planteada, son varias, entre otras, ¿qué caracteriza la interacción de cada una de las categorías del MKT cuando se involucra el uso de tecnología? ¿El conocimiento sobre el uso de tecnología, es un tipo de conocimiento especializado, común, en el horizonte, o bien de carácter pedagógico? ¿Debe la tecnología jugar un papel transversal respecto a las seis categorías del MKT? ¿Cuál es el rol que juega la tecnología en los programas de formación inicial de profesores de matemáticas? ¿Qué oportunidades tiene el futuro profesor de matemáticas, en el contexto Mexicano, de experimentar durante su formación el desarrollo de su conocimiento matemático mediante el uso de tecnologías? ¿Qué oportunidades tiene el profesor en servicio durante sus cursos de profesionalización, de utilizar tecnología para el desarrollo de su conocimiento especializado?, entre otras. Lo aquí planteado es una invitación para abordar estas y otras interrogantes respecto al papel de las nuevas tecnologías en la formación inicial y continua del profesor de matemáticas.

### Referencias bibliográficas

- Ball, D. L. (2000). Bridging practices: Intertwining content and pedagogy in teaching and learning to teach. *Journal of Teacher Education*, 51, 241-247.
- Ball, D., & Bass, H. (2009). *With an eye on the mathematical horizon: Knowing mathematics for teaching to learners' mathematical futures*. Paper presentado en el 43rd Jahrestagung Für Didaktik Der Mathematik. Recuperado el 15 de junio, 2015 de [http://www-personal.umich.edu/~dball/presentations /032309\\_oldenburg.pdf](http://www-personal.umich.edu/~dball/presentations /032309_oldenburg.pdf)
- Ball, D., Thames, M., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching. What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407.
- Doerr, H., Arleback, J. & O'neil, A. (2012). Teaching practices, technology and student learning. En L. R. Van Zoest, J-J. Lo & J. L. Kratky (Eds.), *Proceedings of the 34th Annual Conference of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, PME-NA 2012* (pp. 1065-1072). Kalamazoo, MI: Western Michigan University.
- Hill, H., Ball, D. & Schilling, S. (2008). Unpacking pedagogical content knowledge: Conceptualizing and measuring teachers' topic-specific knowledge of students. *Journal for Research in Mathematics Education*, 39, 372-400.
- Johnston, C. (2010). Pre-service elementary teachers' evaluation of technology tools for mathematical learning: A reflective model. En J. Yamamoto; J. Kush; R. Lombard & J. Hertzog (Eds.), *Technology Implementation and Teacher Education: Reflective Models* (pp. 259-277). USA: Information Science Reference.

- Koehler, M. J., & Mishra, P. (2009). What is technological pedagogical content knowledge? *Contemporary Issues in Technology and Teacher Education*, 9(1), 60-70.
- Llinares, S. & Krainer, K. (2006). Mathematics (Student) Teachers and Teacher Educators as Learners. En A. Gutierrez & P. Boero (Eds.), *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education* (pp. 429-460). UK: Sense Publishers.
- Martínez, C. & Ulloa, R. (2015). Dynamic geometry software and the tracing of tangents in the context of the mean value theorem. *Proceedings of the 37th Annual Conference of the PME-NA*. East Lansing, MI: Michigan State University.
- Mishra, P., & Koehler, M.J. (2006). Technological pedagogical content knowledge: A framework for integrating technology in teacher knowledge. *Teachers College Record*, 108(6), 1017-1054.
- Niess, M. L. (2005). Preparing teachers to teach science and mathematics with technology: Developing a technology pedagogical content knowledge. *Teaching and Teacher Education*, 21, 509-523
- Niess, M. L., Lee, K., Sadri, P. & Suharwoto, G. (2006). *Guiding inservice mathematics teachers in developing TPACK*. Paper presentado en el Congreso Anual de la Asociación Americana de Investigación Educativa (American Education Research Association). San Francisco, CA. Recuperado el 30 de noviembre, 2015 de [http://eusesconsortium.org/docs/AERA\\_paper.pdf](http://eusesconsortium.org/docs/AERA_paper.pdf).
- Ruthven, K., Hennessy, S. & Brindley, S. (2004). Teacher representations of the successful use of computer-based tools and resources in secondary-school English, mathematics and science. *Teacher and Teaching Education*, 20, 259-275.
- Sowder, J. T. (2007). The mathematical education and the development of teachers. En F. K. Lester, Jr. (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning, Vol. 1* (pp. 157-224). Charlotte, NC: Information Age Publishing.
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.