REVISTA AMIUTEM

2025, Volúmen 13, Número 2, pp. 70-75

Sección: Entre Docentes

Fractales en Geogebra

Fractals in GeoGebra

Efraín de la Rosa Dávila[a]
Centro de Bachillerato Tecnológico Industrial y de Servicios (CBTis) No. 121; México
efrain.delarosa.cb121@dgeti.sems.gob.mx

Salvador Colima Rodríguez
Centro de Bachillerato Tecnológico Industrial y de Servicios (CBTis) No. 121; México
salvador.colima.cb121@dgeti.sems.gob.mx

Edgar Armando Torres Báez
Centro de Bachillerato Tecnológico Industrial y de Servicios (CBTis) No. 121; México
edgararmando.torres.cb121@dgeti.sems.gob.mx

Resumen:

En el marco del curso *Temas Selectos de Matemáticas I*, que corresponde al 5° semestre del Marco Curricular Común de la Educación Media Superior (MCCEMS) 2023 se llevó a cabo una actividad centrada en la construcción de fractales utilizando la plataforma GeoGebra en bachillerato. A los estudiantes se les explicó detalladamente la técnica para crear una herramienta nueva dentro del programa, basada en una figura inicial. Esta herramienta puede ser llamada cada vez que se requiera, lo cual permite repetir un patrón de forma controlada. El objetivo principal fue mostrar cómo esta repetición de patrones mediante la herramienta permite construir figuras con autosimilitud, una característica esencial de todo fractal. Para lograrlo, los alumnos trabajaron con transformaciones geométricas como la homotecia, que permite escalar figuras proporcionalmente, y aplicaron procesos de iteración, repitiendo la figura base en distintas escalas y posiciones.

Palabras clave: Fractal, Autosimilitud, Iteración, Homotecia

[a] Autor de correspondencia

Abstract:

As part of the Temas Selectos de Matemáticas I course, corresponding to the 5th semester of the MCCEMS 2023 program, an activity focused on constructing fractals using the GeoGebra platform was carried out in High School. Students were given a detailed explanation of the technique for creating a new tool within the program, based on an initial figure. This tool can be invoked whenever needed, allowing a pattern to be repeated in a controlled manner. The main objective was to demonstrate how this repetition of patterns through the tool enables the construction of figures with self- similarity, an essential characteristic of every fractal. To achieve this, students worked with geometric transformations such as homothety, which allows figures to be scaled proportionally and applied iteration processes, repeating the base figure at different scales and positions.

Keywords: Fractal, Self-similarity, Iteration, Homothety

Cómo citar / How to cite: de la Rosa Dávila, E., Colima Rodríguez, S., y Torres Báez, E. (2025). Fractales en GeoGebra. *Revista AMIUTEM*, *13*(2), 70–75.

Introducción

La fractalidad es una propiedad fundamental que describe objetos y fenómenos que exhiben autosimilitud a diferentes escalas. El término "fractal" fue acuñado por el matemático Benoît B. Mandelbrot en 1975. Lo tomó del adjetivo latino fractus, que significa "fragmentado" o "roto", derivado del verbo *frangere* ("romper"). Los fractales presentan dos características muy importantes:

Autosimilitud a diferentes escalas, significa que un patrón se repite indefinidamente, sin importar cuán cerca o lejos lo mires.

Complejidad infinita: aunque su regla de construcción es sencilla, genera estructuras muy complejas.

Durante el curso Temas Selectos de Matemáticas I, nos propusimos ir más allá de la teoría y como objetivos didácticos:

1. Comprender la fractalidad mediante la construcción en GeoGebra.
2. Desarrollar habilidades de iteración, autosimilitud y homotecia en contextos visuales.
3. Favorecer la experimentación matemática con herramientas digitales.

Referente teórico

En el *Marco Curricular Común de la Educación Media Superior* (MCCEMS, 2023; 2025) se enfatiza el desarrollo de competencias matemáticas, pensamiento crítico y uso de tecnología, además del aprendizaje activo y experimental. En este marco, la construcción de fractales mediante herramientas digitales como GeoGebra permite situar a los estudiantes en experiencias de aprendizaje que vinculan la visualización, la manipulación y la abstracción.

Desde la perspectiva de la teoría de los registros de representación semiótica propuesta por Duval (1988, 1993), comprender un objeto matemático implica operar con distintos sistemas de representación (gráfico, algebraico, verbal o simbólico) y, especialmente, lograr conversiones entre ellos. Los fractales, al combinar construcciones gráficas, transformaciones geométricas (como la homotecia) y patrones numéricos de iteración, constituyen un excelente contexto para desarrollar esta habilidad de conversión. En GeoGebra, el estudiante no solo observa el fractal, sino que lo construye y manipula, transitando entre los registros visual, algebraico y simbólico. De esta forma, se potencia la comprensión semiótica y noética, al representar un mismo concepto en diferentes formas interrelacionadas (Duval 1993).

Por otro lado, Piaget (1970) plantea que el desarrollo del pensamiento lógico y matemático se sustenta en dos tipos de abstracción: la empírica, derivada de las propiedades observables de los objetos, y la reflexiva, originada en la reflexión sobre las propias acciones mentales del sujeto. En el contexto de *GeoGebra*, la abstracción empírica se manifiesta cuando los estudiantes observan regularidades o patrones visuales, mientras que la abstracción reflexiva emerge cuando analizan las operaciones realizadas, por ejemplo, al aplicar una homotecia o una iteración, y comprenden las relaciones subyacentes entre las figuras (Piaget, 1970).

Ambas perspectivas teóricas se complementan: mientras Duval (1988, 1993) enfatiza la importancia de los registros de representación y las conversiones semióticas para construir significado, Piaget (1970) profundiza en los procesos cognitivos que permiten dicha conversión a través de la reflexión sobre la acción. En conjunto, ambas teorías sustentan que la comprensión matemática surge del tránsito entre lo concreto, lo simbólico y lo abstracto, favorecido por entornos digitales interactivos como GeoGebra.

Por tanto, la creación de fractales en GeoGebra favorece tanto la abstracción empírica a partir de la observación y exploración de patrones visuales, como la abstracción reflexiva al analizar las reglas y procesos que generan dichos patrones. Además, promueve el tránsito entre diversos registros de representación, fortaleciendo la construcción conceptual desde una perspectiva cognitiva y didáctica.

En este sentido, la geometría fractal se convierte en un puente entre la intuición visual y la formalización matemática, permitiendo a los estudiantes descubrir regularidades, identificar invariantes y reconocer la estructura recursiva de las figuras. Esto responde al propósito de los nuevos marcos curriculares: propiciar aprendizajes significativos, activos y tecnológicos que integren pensamiento crítico, visualización geométrica y creatividad.

Metodología

La experiencia que a continuación se describe en este trabajo muestra que, al crear fractales en GeoGebra, los estudiantes integran teoría matemática y habilidades digitales, logrando representaciones visuales complejas que refuerzan su comprensión conceptual y su capacidad de expresión creativa.

Una vez comprendida la creación y el uso de una nueva herramienta en GeoGebra, se les pidió a los estudiantes emplear su creatividad para construir sus propios fractales. A continuación, se describen algunos de los pasos seguidos para elaborar uno de los productos obtenidos, al que los estudiantes decidieron llamar *estrella de polígono regular*. Cabe mencionar que la mayoría de los participantes ya estaban familiarizados con el uso de GeoGebra; a los pocos que no, se les brindó primero una breve explicación sobre la construcción de polígonos y sobre la creación y utilización de nuevas herramientas. Además, el trabajo se desarrolló de manera colaborativa en equipos de dos a tres integrantes.

Inicialmente se crea un pentágono como el que se observa en la Figura 1, a continuación, se trazan segmentos entre vértices (diagonales) para formar una estrella y se obtiene un nuevo pentágono en el centro como se observa en la Figura 2.

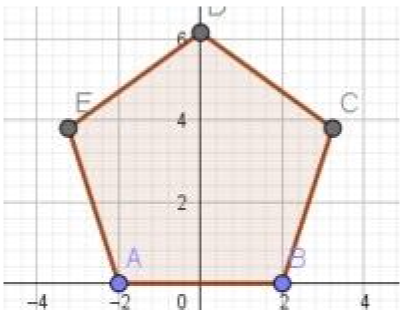

Figura 1. Polígono regular de 5 lados (pentágono)

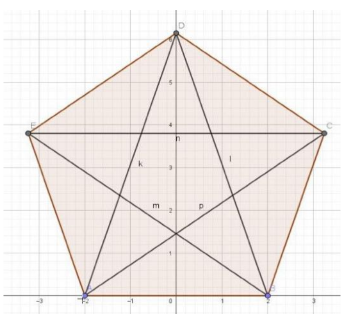

Figura 2. Diagonales trazadas

A cada pico de la estrella se le asigna un color para diferenciarlos como se observa en la Figura 3.

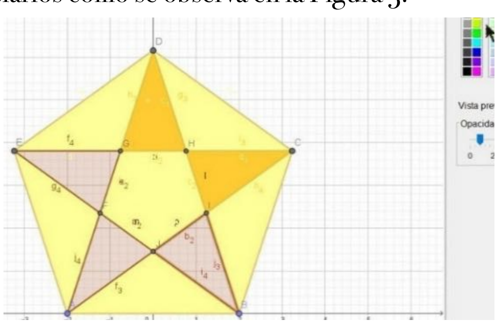

Figura 3. Asignar color a cada pico de la estrella

Una vez que se tiene el patrón se crea una "nueva herramienta" para poder usarla en el momento que se desee y repetir el proceso como se observa en la Figura 4 y Figura 5, hasta obtener lo que se observa en la Figura 6 como una especie de "anillo".

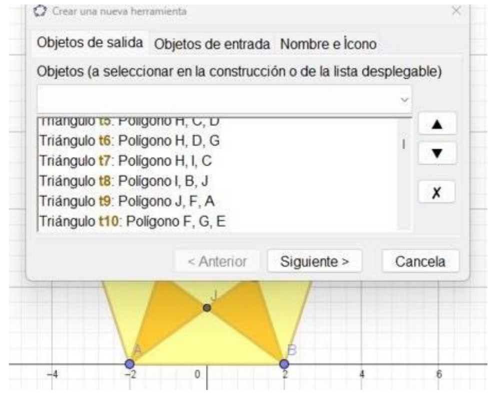

Figura 4. Creación de una nueva herramienta

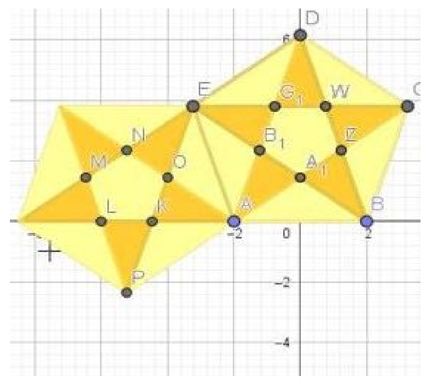

Figura 5. Usar la "nueva herramienta" patrón guardado

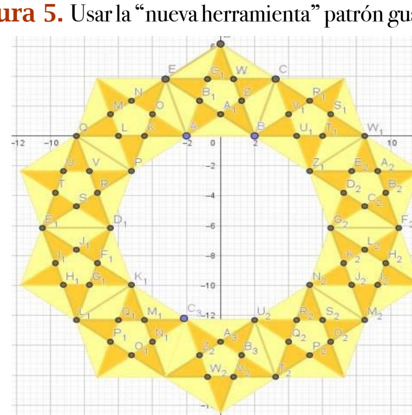

Figura 6. Patrón repetido

Posteriormente, se traza un pentágono central (Ver Figura 7) y en cada uno de los pentágonos formados en el centro de las estrellas, se repite el patrón inicial por medio del uso de la "nueva herramienta" creada como se observa en la Figura 8 y Figura 9.

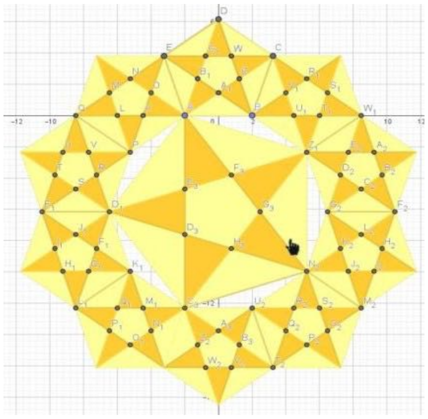

Figura 7. Pentágono central en "anillo".

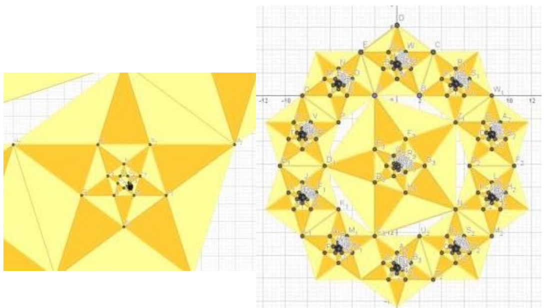

Figura 8 y 9. Uso de la nueva herramienta en los centros.

Primero se depura y se crea la "nueva herramienta", la cual servirá como patrón para las iteraciones posteriores. Para utilizarla correctamente, es necesario trazar un nuevo pentágono base, seleccionando con precisión el par de puntos adecuado; de no hacerlo, en cada iteración podría empalmarse la última "nueva herramienta". Una vez creado el pentágono y aplicada la herramienta, el diseño puede reutilizarse tantas veces como se requiera. Siguiendo este procedimiento, se obtiene el fractal final, cuya forma recuerda la trayectoria de un caracol, como se observa en la Figura 10.

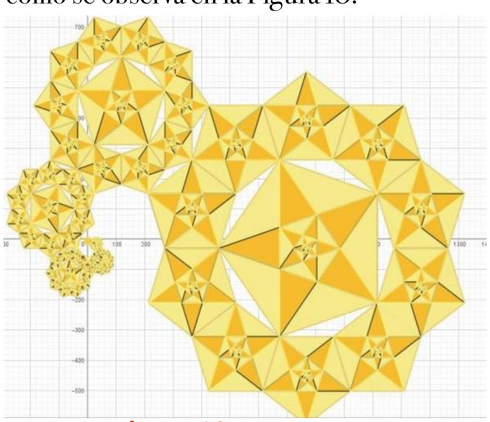

Figura 10. Fractal terminado

Resultados

Este trabajo constituye un ejemplo de cómo los estudiantes pueden descubrir las matemáticas desde una perspectiva visual, dinámica y creativa, aprovechando las posibilidades que ofrecen las herramientas tecnológicas como GeoGebra. La experiencia permitió observar no solo una comprensión más profunda de conceptos matemáticos complejos, sino también un cambio en la actitud de los alumnos hacia la disciplina. Es importante señalar que, durante el desarrollo del proyecto, los estudiantes mostraron una notable disposición, ya que fueron motivados constantemente a emplear su ingenio en la creación de sus propias "formas creativas".

Entre los principales logros obtenidos se destacan:

- Un mayor interés y motivación hacia el aprendizaje de las matemáticas.
- El desarrollo de competencias digitales, al emplear software especializado para la construcción y exploración de fractales.
- Una mejor comprensión de conceptos abstractos mediante la visualización y manipulación de objetos geométricos.

Como reflexión final, se reconoce la importancia de:

- Integrar el uso de software matemático en los procesos de enseñanza-aprendizaje.
- Favorecer aprendizajes significativos a través de experiencias prácticas y visuales.
- Promover la autonomía y la creatividad en el estudiante como ejes del aprendizaje activo.

Reflexión (conclusión) de los estudiantes:

- "La experiencia de construir fractales manualmente y mediante el uso de herramientas como GeoGebra nos permitió aplicar y visualizar las transformaciones geométricas de rotación, translación y de escalado, y se pudo observar cómo, al repetir un mismo proceso, se generaron figuras más complejas y bellas".
- "En síntesis, este proyecto no solo reforzó nuestro aprendizaje sobre geometría y matemática, sino que también nos mostró la estrecha relación entre ciencia, arte y tecnología, y como los fractales nos ayudan a entender mejor las estructuras naturales como los diseños creados por el ser humano".

A continuación, se muestran algunas evidencias de otros fractales creados por los estudiantes: en la Figura 11 se muestran tréboles y en la Figura 12 se muestran remolinos.

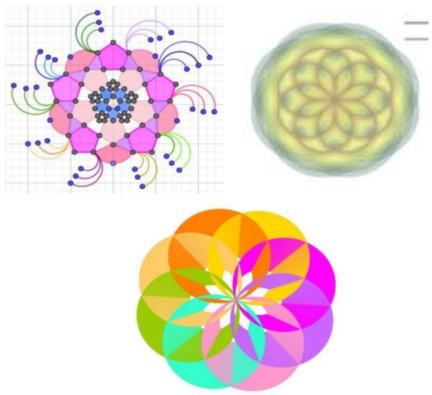

Figura 11. Tréboles creados en GeoGebra

Figura 12. Remolino

Conclusiones

La actividad permitió que los estudiantes no solo comprendieran los fundamentos matemáticos de los fractales –como la autosimilitud, la homotecia y la iteración–, sino que también desarrollaran habilidades tecnológicas y creativas mediante el uso de GeoGebra. La creación de herramientas personalizadas dentro del software favoreció la comprensión visual y conceptual de la fractalidad, facilitando la repetición controlada de patrones a diferentes escalas.

El fractal presentado en este trabajo es solo uno de varios ejemplos elaborados por los estudiantes, cada uno con enfoques, figuras base y niveles de complejidad distintos. Todos reflejan la apropiación del conocimiento matemático a través de un enfoque activo y visual, que promueve tanto el razonamiento geométrico como la expresión creativa.

Este tipo de experiencias demuestra el potencial didáctico de herramientas digitales en la enseñanza de las matemáticas, y puede ser replicado o adaptado para abordar otros contenidos relacionados con geometría, simetría, modelación o arte matemático y modelación de fenómenos naturales.

Referencias

1. Duval, R. (1988). *Graphiques et équations: L'articulation de deux registres*. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives, 1*, p. 235–253.
2. Duval, R. (1993). *Registres de représentations sémiotiques et fonctionnement cognitif de la pensée*. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives, 5*, p. 37–65.
3. Falconer, K. J. (2003). *Fractal geometry: Mathematical foundations and applications* (2nd ed.). John Wiley & Sons
4. Gutiérrez, J., & Montes, A. (2005). Fractales: una herramienta para el desarrollo del pensamiento geométrico. *Revista Educación Matemática*, 17(3), p. 55–77.
5. Mandelbrot, B. B. (1982). *The fractal geometry of nature*. W. H. Freeman and Company.
6. Peitgen, H.-O., Jürgens, H., & Saupe, D. (2004). *Chaos and fractals: New frontiers of science* (2nd ed.). Springer.
7. Piaget, J. (1970). *La psicología de la inteligencia*. Buenos Aires, Argentina: Paidós

Artículo recibido: 10 de octubre de 2025
Dictaminado: 10 diciembre 2025
Aceptado: 30 diciembre 2025