REVISTA AMIUTEM

2025, Volúmen 13, Número 2, pp. 55-69

Sección: Entre Docentes

Aplicación del concepto de combinación en la métrica del taxista por medio de Geogebra

Application of the concept of combinations in the taxicab metric through GeoGebra

José Antonio Briceño Muro[a]
Centro de Estudios Tecnológicos industrial y de servicios (CBTis) No. 113; México
cinotla@hotmail.com
orcid.org/0009-0002-8225-5201

Arturo Leandro Valdivia
Instituto Tecnológico de Aguascalientes; México
arturo.lv@aguascalientes.tecnm.mx
orcid.org/0009-0000-3885-4632

Yareli Sandoval Sandoval
Centro de Estudios Tecnológicos industrial y de servicios (CBTis) No. 113; México
ysandoval@cetis113.edu.mx

Resumen:
El presente trabajo se desarrolla una propuesta didáctica que tiene como objetivo fortalecer el pensamiento matemático y computacional en los estudiantes, favoreciendo la vinculación entre las matemáticas y la vida cotidiana. La propuesta utiliza escenarios elaborados en GeoGebra donde se ponen en juego elementos geométricos y algebraicos para construir el concepto de combinación, el cual se utiliza como base para aplicarlo posteriormente en el análisis de los diferentes recorridos posibles entre dos puntos mediante la métrica del taxista. Este enfoque permite que los estudiantes comprendan cómo las matemáticas modelan situaciones reales de desplazamiento urbano. La propuesta se fundamenta en la metodología del Aprendizaje Basado en Problemas (ABP), que promueve una participación activa y el desarrollo de aprendizajes significativos. En relación con los principios de la Nueva Escuela Mexicana (NEM), se busca fomentar la autonomía en el aprendizaje y el pensamiento crítico a partir de situaciones contextualizadas. El uso de GeoGebra potencia la exploración y la formulación de conjeturas, aspectos esenciales para el desarrollo del pensamiento matemático.

Palabras clave: Combinación, GeoGebra, Métrica del Taxista, Simulación

[a] Autor de correspondencia

Abstract:
This paper presents an innovative teaching proposal designed to strengthen students' mathematical and computational thinking while fostering connections between mathematics and everyday life. The innovation lies in the use of interactive GeoGebra scenarios to build the concept of combinations, which is later applied to analyze the different possible routes between two points using the taxicab metric. This approach helps students understand how mathematics can model real urban travel situations. The proposal is grounded in Problem-Based Learning (PBL), which encourages active participation and the development of meaningful learning. In line with the principles of the New Mexican School (NEM), it seeks to promote learner autonomy and critical thinking through context-based experiences. The use of GeoGebra enhances exploration and conjecture formulation—essential components in the development of mathematical thinking.

Keywords: Combination, GeoGebra, Taxi Metric, Simulation

Cómo citar / How to cite: Briceño Muro, J., Valdivia, A., y Sandoval Sandoval, Y. (2025). Aplicación del concepto de combinación en la métrica del taxista por medio de GeoGebra. *Revista AMIUTEM*, *13*(2), 55–69. https://doi.org/10.65685/amiutem.v13i2.274

.

Introducción

La Nueva Escuela Mexicana (NEM), presentada en 2019 como parte de una reforma educativa nacional (SEP, 2019; SEP 2023), surge con la intención de transformar la educación en México hacia un modelo humanista, inclusivo y equitativo. En este marco, el Nuevo Marco Curricular Común de la Educación Media Superior (NMCCEMS 2023) busca unificar y actualizar la formación en este nivel, promoviendo aprendizajes significativos y contextualizados. Además, este modelo plantea la transversalidad como una estrategia para que se logre uno de los propósitos del NMCCEMS: un currículum integrado, para alcanzar una mayor y mejor comprensión de la complejidad del entorno natural y social.

En el caso de la Dirección General de Educación Tecnológica Industrial (DGETI), esta transformación se refleja particularmente en el área de matemáticas, donde se dejan a un lado los contenidos aislados para trabajar en progresiones situadas en contexto. De este modo, lo que anteriormente se impartía como asignaturas separadas como: Álgebra, Geometría, Cálculo y Probabilidad; ahora se integra en Unidades de Aprendizaje Curricular englobadas en Pensamiento Matemático y Temas Selectos de Matemáticas (SEP, 2023) cuyo propósito central es desarrollar el pensamiento matemático en los estudiantes. Lo anterior supone una problemática a la enseñanza tradicional, promoviendo el diseño de propuestas didácticas contextualizadas que integren conocimientos multidisciplinares y motiven al estudiante a desarrollar nuevos aprendizajes.

Por ejemplo, en el curso de Temas Selectos de Matemáticas I, esta reorganización curricular implicó no solo modificar la secuencia de contenidos, sino también proponer un enfoque divulgativo para abordar problemáticas complejas de manera motivadora. Algunos ejemplos de estos temas son la fractalidad, fenómenos caóticos, funciones lineales y no lineales, la conectividad y geometría fractal.

Los contenidos de probabilidad y estadística son un área de conocimientos que se ha abordado sin promover aprendizajes significativos, contextualizados o multidisciplinares tal como lo marca NEM, tradicionalmente el docente se enfoca en que el estudiante aprenda las fórmulas y los procedimientos que integran a cada conocimiento de la estadística o probabilidad privilegiando el cálculo antes que la comprensión (Insunza y Serrano, 2022). Dentro de esta área encontramos los conocimientos de combinatoria, donde aún los estudiantes universitarios con una preparación matemática no logran reconocer su utilidad al resolver problemas fuera de los contextos de selección (Guzmán et, al 2003), es decir, el uso de los conocimientos de combinatoria queda asociado a situaciones específicas con una definición procedimental. Por lo tanto, se carece de un aprendizaje significativo, contextualizado y multidisciplinar.

Para afrontar esta problemática se propone la aplicación de esta propuesta didáctica que aborda la aplicación de la métrica del taxista en contextos urbanos, esto como parte fundamental para construir gradualmente el concepto de combinación, posteriormente se aplica el concepto de combinación en las simulaciones construidas con GeoGebra sobre los diferentes recorridos posibles entre dos puntos. Esta propuesta aporta ideas innovadoras al centrar el aprendizaje en una situación real, donde los estudiantes utilizan recursos digitales para plantear y resolver estrategias, representando la problemática primero en un lenguaje matemático y posteriormente en un lenguaje de programación.

Se trata de una estrategia didáctica innovadora, ya que los alumnos pasan de resolver problemas ficticios de manera estática a reflexionar de forma dinámica sobre una situación contextual: las calles, el movimiento del vehículo y los posibles recorridos. Al analizar estas variables, así como el significado de ciertos movimientos y los elementos necesarios para la simulación, los estudiantes desarrollan una conciencia crítica y reflexiva de su propio aprendizaje.

El uso de simulaciones digitales permite generar entornos interactivos donde los estudiantes manipulan variables y experimentan situaciones cercanas a la realidad, favoreciendo un aprendizaje significativo. Además, como docentes, debemos reconocer que el uso de la tecnología es cada vez más relevante e importante en la actualidad y que su integración en nuestras áreas de conocimiento resulta fundamental para fortalecer la formación de los estudiantes en el presente futuro.

Referente teórico

Métrica del taxista

La métrica del taxista se basa en calles cuadriculadas por lo que es importante definir como se representarían matemáticamente estas calles. En su artículo García, Ramírez y Rodríguez (2025) definen una trama cuadrada como el conjunto formado por todas las rectas verticales y horizontales que poseen una coordenada entera:

$$TC = (R \times Z) \cup (Z \times R)$$

Este conjunto es de gran utilidad porque representa las calles horizontales y verticales de una ciudad idealizada. La Figura 1 muestra un ejemplo de lo que es una trama cuadrada:

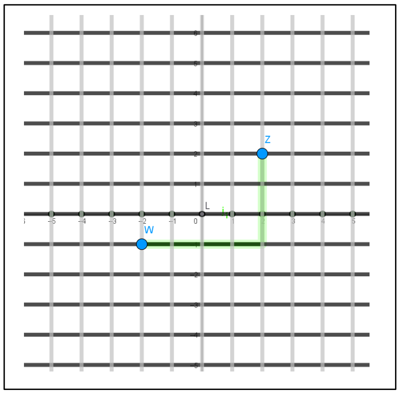


Figura 1. Trama Cuadrada

Fuente: Elaboración propia

La métrica del taxista, también conocida como métrica Manhattan, se basa en una forma de medir distancias que imita el movimiento de un vehículo o persona que se desplaza exclusivamente a lo largo de calles dispuestas en una cuadrícula, como en muchas ciudades. Este tipo de métrica considera únicamente desplazamientos horizontales y verticales.

Existen varios libros y autores que definen la métrica del taxista, Bonilla D., Parraguez M. & Solanilla L. (2014) definen como una función en $\mathbb{R}X\mathbb{R}$, si se tienen dos puntos en el plano $P = (x_1, y_1)\ y\ Q = (x_2, y_2)$, la distancia del taxista se calcula como:

$$d(P,Q) = |x_2 - x_1| + |y_2 - y_1|$$

Este tipo de distancia representa situaciones donde no es posible moverse en línea recta, sino que se debe seguir una red ortogonal, como las calles de una ciudad.

En contraste, la métrica euclidiana mide la distancia directa entre dos puntos, como una línea recta. Su fórmula es:

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Se utiliza cuando no hay restricciones en la trayectoria, lo cual en la realidad no es tan fácil de determinar, ya que los entornos reales suelen tener limitaciones como calles, edificios, construcciones u otras barreras que impiden moverse libremente en línea recta.

Del artículo que trabajan García, Ramírez y Rodríguez, (2025) podemos rescatar algunas de las propiedades que cuenta la métrica del taxista:

- Positividad: la distancia siempre resulta en un valor positivo, como se observa en su definición, al tratarse de una suma de dos valores absolutos, el resultado nunca puede ser negativo.
- Simetría: La distancia del punto P_1 al punto P_2 es la misma que del punto P_2 al punto P_1 .
- Interdependencia del camino: La distancia entre dos puntos no depende de la trayectoria específica, sino únicamente de las diferencias absolutas entre sus coordenadas. Es decir, hay múltiples caminos distintos que recorren la misma distancia mínima. En la siguiente imagen se muestra un ejemplo para los puntos A (0,0) y B (2,2). (Figura 2)

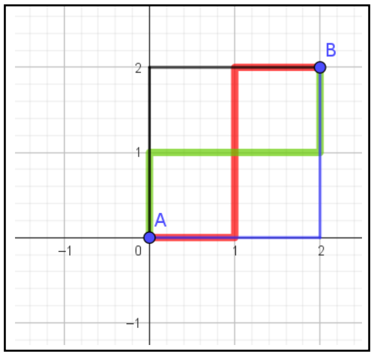


Figura 2. Múltiples recorridos

Fuente: Elaboración propia

La existencia de múltiples trayectorias mínimas entre dos puntos en una trama cuadrada, todas con la misma distancia según la métrica del taxista, plantea un escenario ideal para el análisis combinatorio. Esta propiedad no solo permite estudiar el concepto de distancia desde una perspectiva distinta a la euclidiana, sino también modelar, mediante GeoGebra, todos los caminos posibles entre dichos puntos. Esta visualización favorece la comprensión de conceptos como el conteo, la combinatoria y la optimización de rutas en un entorno urbano idealizado.

GeoGebra como herramienta de aprendizaje

GeoGebra se presenta como una herramienta interactiva que facilita la exploración de conceptos matemáticos de manera visual y dinámica. Al utilizarla para representar la métrica del taxista, los estudiantes pueden:

- Visualizar la trama cuadrada como representación de una ciudad ideal.

- Construir y contar diferentes trayectorias mínimas entre dos puntos.
- Comparar la métrica del taxista con la métrica euclidiana en términos gráficos.
- Comprender el concepto de distancia desde una perspectiva más tangible y contextualizada.

Esta estrategia didáctica favorece un aprendizaje activo, fomenta la intuición matemática y permite conectar el conocimiento formal con situaciones reales o simuladas. El desarrollo del trabajo consta de varias fases: en la primera se plantea una actividad para despertar el interés y motivación de los estudiantes mediante la construcción de una Applet en Geogebra que permita visualizar de manera dinámica el recorrido de un vehículo desde un punto inicial hacia un punto final. Si bien el calcular la distancia en la métrica del taxista es sencillo el poder realizar la simulación en Geogebra permitirá a los estudiantes experimentar con diferentes escenarios y manipular datos y observar resultados en tiempo real. Esta herramienta tecnológica, al integrar diversas representaciones visuales, contribuye a un aprendizaje más significativo y profundo del concepto de métrica como distancia, especialmente en contextos urbanos.

En este contexto, la herramienta GeoGebra adquiere relevancia como recurso pedagógico de tecnologías digitales, como parte de las actividades de aprendizaje representa una alternativa eficaz para el proceso de enseñanza, colocando al estudiante como protagonista. Es él quien construye la simulación, analiza los elementos que intervienen en ella, y busca comprender las relaciones entre los distintos componentes del modelo.

Como lo plantea Ryokiti, A. (2020), los simuladores digitales están diseñados para que el usuario haga uso de sus sentidos a través de la interacción: observar, manipular, analizar y volver a observar. En el contexto educativo, este proceso permite al estudiante formar conjeturas, realizar experimentos y generalizar conceptos a partir de la exploración del entorno virtual. En este sentido, el uso de simuladores como GeoGebra no es únicamente una cuestión tecnológica, sino una estrategia pedagógica que transforma el proceso de enseñanza-aprendizaje, al fomentar la manipulación y la visualización de los objetos matemáticos, se facilita el tránsito del pensamiento concreto al abstracto, promoviendo una comprensión más profunda y significativa de los conceptos. Por otra parte, Morales et al. (2022). explican que GeoGebra permite a los estudiantes a articular su pensamiento visual y analítico durante el aprendizaje, mejorando las habilidades de comunicación, fomenta la visualización y comprensión de los conceptos matemáticos y el razonamiento mientras los estudiantes aprenden.

Combinatoria en contextos urbanos

La métrica del taxista no solo plantea una forma alternativa de medir distancias, sino que introduce de manera natural problemas de conteo combinatorio. En una trama cuadrada, entre dos puntos cualesquiera $A = (x_1, y_1)$ y $B = (x_2, y_2)$, la distancia del taxista es fija, pero existen múltiples caminos que recorren esa distancia mínima.

Por ejemplo, si se desea ir de $A = (0, 0)$ a $B = (2, 2)$, el número total de trayectorias mínimas posibles que respetan la métrica del taxista puede determinarse utilizando el enfoque de permutaciones con repetición. En este caso, el trayecto mínimo consta de 2 movimientos horizontales (H) y 2 verticales (V), y cada trayectoria válida es una secuencia de estos movimientos, sin importar el orden específico.

El número total de trayectorias distintas es:

$$\binom{3+2}{2} = \binom{5}{2} = 10$$

En general, dados dos puntos $A = (x_1, y_1)$ y $B = (x_2, y_2)$ el número de caminos mínimos posibles se calcula como:

$$\binom{|x_2 - x_1| + |y_2 - y_1|}{|x_2 - x_1|}$$

Este tipo de problema permite introducir conceptos fundamentales de la combinatoria en un contexto visual y concreto. Al emplear GeoGebra, los estudiantes pueden explorar estos caminos, contarlos manual o automáticamente, y verificar la validez del enfoque teórico a través de simulaciones interactivas.

Además, esta actividad estimula el pensamiento algebraico, promueve la generalización y proporciona una excelente oportunidad para introducir ideas de análisis de trayectorias, optimización y hasta problemas con restricciones (por ejemplo, calles bloqueadas o puntos prohibidos).

Aprendizaje Basado en Problemas

Las metodologías activas promovidas por la NEM se centran en la participación activa del estudiante dentro del proceso educativo. Vélez (2023) describe aspectos relevantes de estas metodologías, destacando que todas implican una ruptura con el enfoque tradicional, en el cual el estudiante deja de ser un receptor pasivo de contenidos y el docente asume el rol de facilitador del aprendizaje. Esta idea favorece nuestra propuesta pues se busca tener un cambio de paradigma en donde se transformen los roles de ambos actores docentes y estudiantes con el propósito de favorecer un aprendizaje más significativo.

La metodología que fundamenta nuestro trabajo es la del Aprendizaje Basado en Problemas, la cual permite que los conceptos matemáticos se construyan a partir de situaciones reales, esto no solo facilita su comprensión, sino que también favorece la conexión entre el conocimiento escolar y la vida cotidiana. Padilla y Flórez (2022) sitúan esta metodología dentro del enfoque constructivista, dado que promueve la construcción activa del conocimiento a través de la resolución de problemas relevantes. En este trabajo se propone que la métrica del taxista constituya la situación problemática que permita al estudiante construir y aplicar el concepto de combinación.

Otros autores, como Fernández C. & Aguado M. (2017), señalan que el ABP constituye un medio para que los estudiantes adquieran y apliquen conocimientos en la solución de problemas reales o ficticios. Por su parte, Ortiz y Cutimbo (2022) mencionan que el ABP potencia la construcción de nuevos conocimientos a partir del desarrollo de habilidades, destrezas y el aprendizaje autónomo, impulsando una comprensión profunda de las matemáticas. Contemplando estos fundamentos, la métrica del taxista se presenta como una herramienta idónea para la aplicación del ABP. Esta métrica se caracteriza por definir una distancia entre dos puntos cuya ruta mínima no es única, permitiendo analizar múltiples recorridos posibles. Esta multiplicidad de soluciones establece una situación problemática inherentemente rica que exige a los estudiantes resolver un desafío real y, a partir de ello, desarrollar y consolidar las habilidades, destrezas y el aprendizaje autónomo señalados por los autores.

El uso de GeoGebra en combinación con el ABP permite que los estudiantes desarrollen no solo habilidades matemáticas, sino también competencias digitales. Aunque el software se basa en conceptos matemáticos, su entorno ofrece una visualización dinámica que facilita la exploración y la comprensión conceptual. Merchán et al. (2025) destacan que el aprovechamiento de la tecnología educativa puede potenciar los beneficios del ABP mediante la simulación, la automatización y el uso de materiales que estimulan la exploración de ideas matemáticas.

Finalmente, Ortiz (2023) sostiene que el ABP promueve la autonomía y la responsabilidad al situar al estudiante en el centro de su propio proceso de aprendizaje. Asimismo, en sus conclusiones señala que la combinación del ABP con GeoGebra ofrece un enfoque dinámico, interactivo y contextualizado que favorece la comprensión de los conceptos matemáticos.

Metodología de la propuesta didáctica

Contexto y participantes

La propuesta se implementó en un grupo de cuarto semestre de la especialidad de programación, durante el ciclo escolar 2024–2025, en un bachillerato ubicado en Zacatecas. El grupo estuvo conformado por 18 estudiantes (4 mujeres y 14 hombres), quienes mostraban familiaridad con herramientas tecnológicas, pero el uso específico de GeoGebra era limitado.

La propuesta se aplicó en siete sesiones de 60 minutos, distribuidas en dos semanas. Las evidencias y resultados mostrados se obtuvieron mediante la observación participante.

Diagnóstico inicial

Antes de iniciar la implementación de la propuesta, se aplicó un diagnóstico inicial con el objetivo de identificar el dominio de los conceptos fundamentales sobre:

- El cálculo de distancias con la geometría euclidiana y la métrica del taxista.
- La representación y exploración de trayectorias mínimas mediante movimientos horizontales y verticales.
- El uso de conceptos de combinatoria específicamente la distinción de permutación y combinación.
- El dominio básico de funciones en GeoGebra como el insertar puntos y manipulación de elementos visuales.

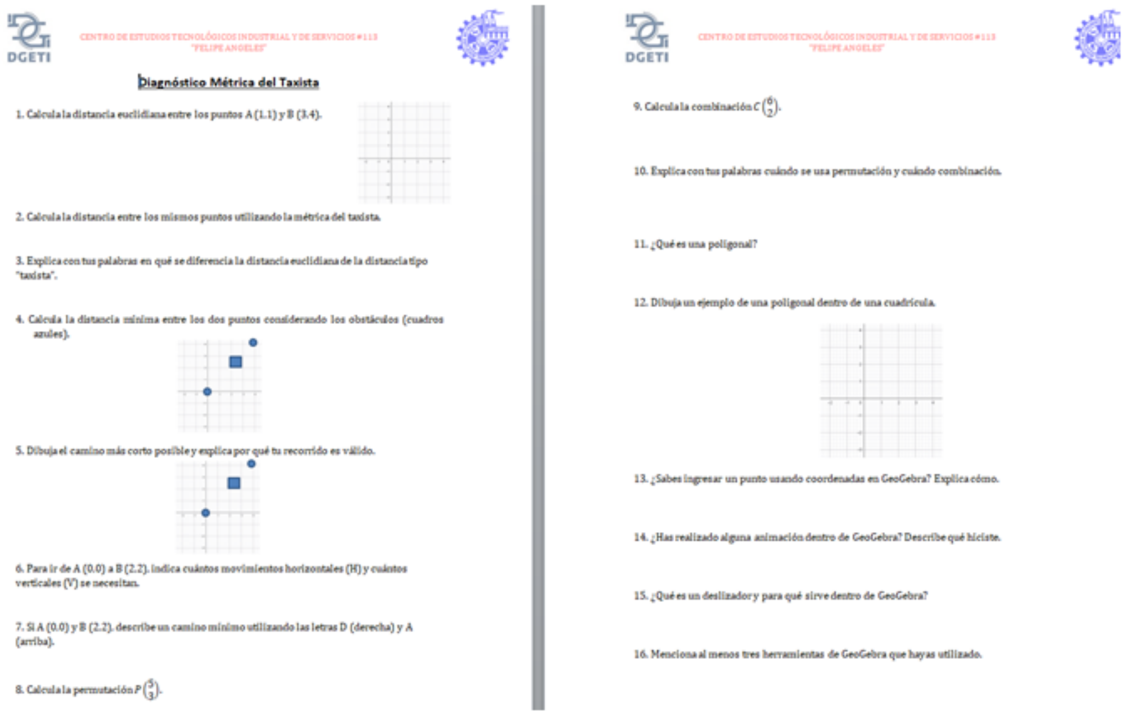
La Figura 3 muestra el instrumento utilizado para dicha evaluación. El análisis mostró que los estudiantes poseían nociones básicas para calcular distancias mediante geometría euclidiana, pero la mayoría desconocía la métrica del taxista. Tampoco distinguían entre permutación y combinación, y el uso de GeoGebra se limitaba a acciones muy básicas. Estos hallazgos justificaron el diseño de la propuesta didáctica.

Fases de la propuesta didáctica

Fase 1: Exploración

En esta primera sesión, el objetivo fue introducir de manera intuitiva el concepto de la métrica del taxista mediante la construcción de una animación básica en GeoGebra donde un vehículo se desplaza sobre calles ortogonales. Para ello se presentaron imágenes de ciudades con trazos ortogonales, lo que permitió vincular la problemática con un contexto real. Esta actividad permitió que los estudiantes comprendieran de manera visual e intuitiva por qué la distancia del taxista difiere de la euclidiana y cómo se modelan desplazamientos urbanos reales mediante herramientas digitales.

En la segunda sesión, de manera colaborativa, los estudiantes exploraron manualmente y en GeoGebra los posibles caminos mínimos entre dos puntos. Esta actividad condujo a una observación espontánea del grupo: aunque la distancia era única, el número de rutas mínimas no lo era, generando el primer acercamiento al razonamiento combinatorio.



DGETI

CENTRO DE ESTUDIOS TECNOLÓGICOS INDUSTRIAL Y DE SERVICIOS #113 "FELIPE ANGELES"

Diagnóstico Métrica del Taxista

1. Calcula la distancia euclidiana entre los puntos A (1,1) y B (3,4).

2. Calcula la distancia entre los mismos puntos utilizando la métrica del taxista.

3. Explica con tus palabras en qué se diferencia la distancia euclidiana de la distancia tipo "taxista".

4. Calcula la distancia mínima entre los dos puntos considerando los obstáculos (cuadros azules).

5. Dibuja el camino más corto posible y explica por qué tu recorrido es válido.

6. Para ir de A (0,0) a B (2,2), indica cuántos movimientos horizontales (H) y cuántos verticales (V) se necesitan.

7. Si A (0,0) y B (2,2), describe un camino mínimo utilizando las letras D (derecha) y A (arriba).

8. Calcula la permutación $P\binom{5}{3}$.

DGETI

CENTRO DE ESTUDIOS TECNOLÓGICOS INDUSTRIAL Y DE SERVICIOS #113 "FELIPE ANGELES"

9. Calcula la combinación $C\binom{6}{2}$.

10. Explica con tus palabras cuándo se usa permutación y cuándo combinación.

11. ¿Qué es una poligonal?

12. Dibuja un ejemplo de una poligonal dentro de una cuadrícula.

13. ¿Sabes ingresar un punto usando coordenadas en GeoGebra? Explica cómo.

14. ¿Has realizado alguna animación dentro de GeoGebra? Describe qué hiciste.

15. ¿Qué es un deslizador y para qué sirve dentro de GeoGebra?

16. Menciona al menos tres herramientas de GeoGebra que hayas utilizado.

Figura 3. Evaluación Diagnóstica
Fuente: Elaboración propia

Fase 2: Detección del patrón

Esta fase se desarrolló en la tercer y cuarta sesión donde el propósito fue que los estudiantes analizaran los caminos obtenidos para identificar regularidades en el número total de movimientos horizontales y verticales. A través de preguntas guía se promovió el razonamiento inductivo, la búsqueda de patrones y el reconocimiento de invariantes en las trayectorias. Los escenarios diseñados permitieron transitar gradualmente de casos simples a situaciones que exigían mayor generalización.

Fase 3: Formalización del concepto

La quinta sesión se vinculó con el lenguaje matemático formal. Partiendo de trayectorias mínimas entre dos puntos, los estudiantes dedujeron que cada ruta puede representarse como un secuencia ordenada de movimientos horizontales (D) y verticales (A). Esto permitió introducir la combinación con repetición como herramienta para contar tales trayectorias. A partir de ejemplos progresivos, se llegó a la deducción de la fórmula general. Este proceso constituyó un tránsito claro del pensamiento intuitivo al formal.

Fase 4: Construcción de Applet

Durante la sexta y séptima sesión los estudiantes aplicaron los conocimientos matemáticos y computacionales para construir una simulación dinámica en GeoGebra que mostrara todas las trayectorias mínimas entre dos puntos. Para ello se empleó la cuadrícula predeterminada de GeoGebra, definida como representación idealizada de una ciudad.

Los movimientos se parametrizan como: Movimiento a la derecha (1,0) y el movimiento hacia arriba (0,1). La secuencia ordenada de estos vectores permitió construir rutas mediante sumas sucesivas de coordenadas. Con apoyo de Python que facilitó la generación automática de combinaciones mediante la biblioteca *itertools* los estudiantes importaron las secuencias de movimientos a GeoGebra.

Para completar esta Applet, se incorporaron dos deslizadores: uno que permita seleccionar cualquiera de los caminos generados, y el otro controla la visualización progresiva del recorrido, mostrando cada desplazamiento cuadra por cuadra. De esta forma, la herramienta no sólo ilustró todas las trayectorias posibles, sino que también facilitó una exploración interactiva del problema, fortaleciendo la comprensión geométrica, combinatoria y computacional del concepto de métrica del taxista.

Esta fase integró razonamiento matemático, pensamiento computacional y modelación geométrica.

Desarrollo y aplicación de la propuesta

Durante la primera sesión se evidenció que los estudiantes comprendieron rápidamente la métrica del taxista y pudieron aplicarla para calcular distancias en el entorno representado. Aunque en el diagnóstico previo se anticipaba que habría dificultades en el manejo de GeoGebra, especialmente en el uso de herramientas básicas como el trazado de puntos y segmentos, esto no ocurrió. Por el contrario, los estudiantes interactuaron con el software de manera eficiente, lo cual facilitó el desarrollo de la propuesta y permitió profundizar en la interpretación geométrica del recorrido. La figura 4 muestra un ejemplo de las simulaciones elaboradas por los estudiantes.

En la segunda sesión, el proceso de implementación se desarrolló en un ambiente de alta participación estudiantil. Una pregunta que surgió de manera espontánea "¿Cuántos caminos totales puede haber entre dos puntos utilizando la métrica del taxista?" actuó como detonante del razonamiento combinatorio. En un inicio, se había considerado dejar este cuestionamiento como una actividad de aula invertida para que los estudiantes investigaran por su cuenta; sin embargo, durante la discusión colectiva, uno de los estudiantes propuso consultar una inteligencia artificial. La respuesta simbólica obtenida permitió transitar de hipótesis intuitivas a una expresión matemática formal, evidenciando tanto el interés del grupo como su disposición para buscar la solución general.

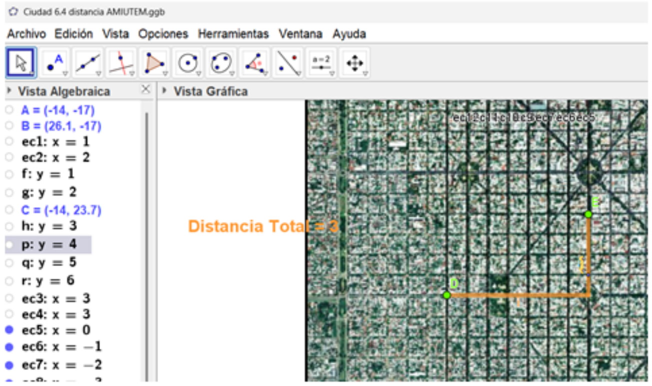


Figura 4. Simulación desplazamiento de coche

Fuente: Elaboración propia

Este episodio refleja la participación activa de los estudiantes, así como el aprovechamiento pertinente de la tecnología en beneficio del aprendizaje. Además muestra como la situación problemática los condujo de manera natural hacia la construcción de un nuevo concepto matemático. En ese sentido, la experiencia se alinea con los principios del aprendizaje basado en problemas (ABP), al promover la construcción activa del conocimiento mediante la resolución de problemas relevantes y el uso de herramientas tecnológicas en la exploración de nuevas ideas matemáticas, tal como lo señalan Padilla y Flórez (2022) y Merchán (2025).

En la tercera y la cuarta sesión, los estudiantes realizaron exploraciones tanto manuales como con apoyo de GeoGebra para identificar patrones y trayectorias. A continuación se presentan algunas de estas producciones. Se observó que, al construir los caminos, algunos alumnos los trazaron de manera directa colocando puntos y segmentos conforme avanzaban (Figura 5). Sin embargo, este procedimiento se volvía repetitivo, pues para representar nuevos caminos era necesario duplicar o reconstruir puntos previamente usados. Otros estudiantes optaron por una estrategia distinta: primero ubicaron todos los puntos involucrados y después unieron únicamente los segmentos correspondientes a cada camino (Figura 6). Finalmente, hubo quienes identificaron la herramienta *Poligonal* de GeoGebra, que permite dibujar un camino completo seleccionado únicamente por los puntos por los que pasa, sin necesidad de trazar segmento por segmento; esta funcionalidad facilitó la construcción eficiente de los recorridos (Figura 7).

Posteriormente en la quinta sesión, se trabajó la formalización del concepto de combinación y en su vínculo con los posibles recorridos dentro de la métrica del taxista. Para ello, se inició preguntando cuántos caminos podían construirse cuando la distancia en la métrica del taxista era 1, y los estudiantes lo dibujaron en sus cuadernos. Luego se repitió el proceso para distancias 2, 3 y así sucesivamente, hasta que lograron identificar una expresión general que determinara el número de caminos posibles para cualquier distancia n, llegando así a la fórmula de combinación.

La sexta y séptima sesión se dedicaron al desarrollo de una Applet final en GeoGebra con el propósito de representar visualmente todos los diferentes caminos posibles entre dos puntos. Los estudiantes observaron que las estrategias iniciales resultaban funcionales cuando las distancias eran cortas y el número de caminos era reducido. Sin embargo, al aumentar la distancia entre los puntos, la cantidad de trayectorias creció de manera considerable y los procedimientos empleados dejaron de ser eficiente.

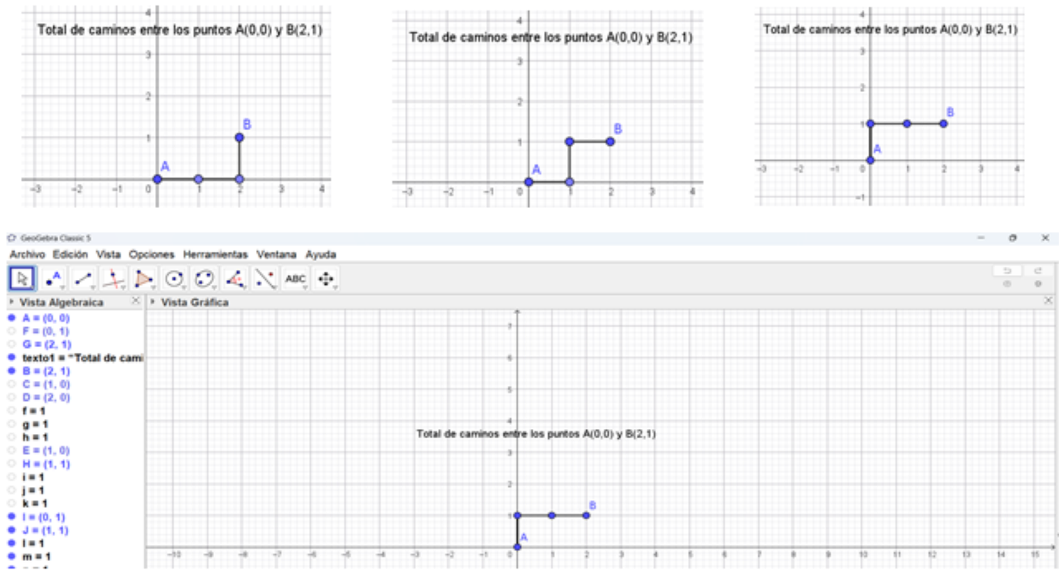


Figura 5. Evidencias Alumnos 1
Fuente: Elaboración propia

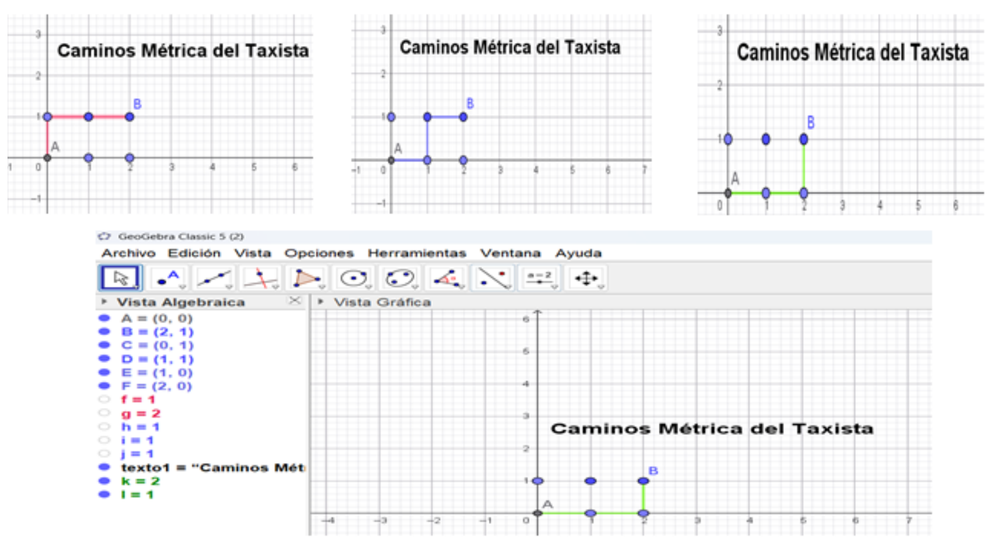


Figura 6. Evidencias Alumnos 2
Fuente: Elaboración propia

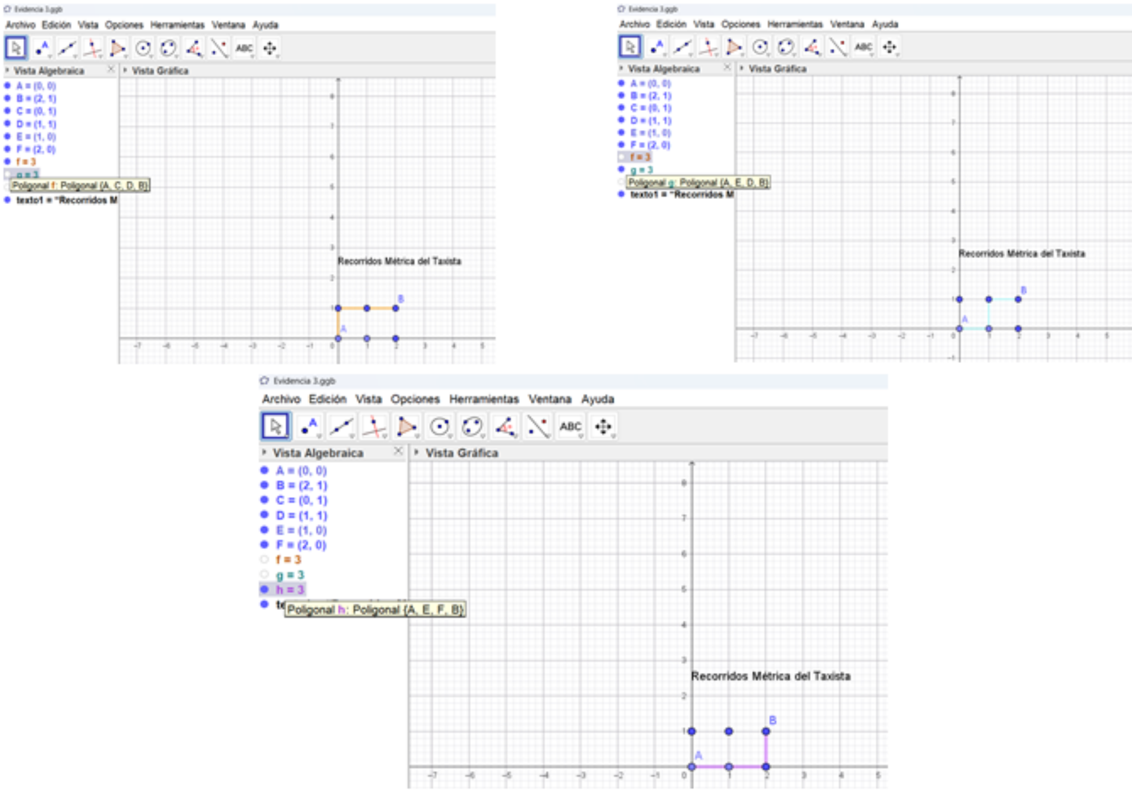


Figura 7. Evidencias Alumnos 3
Fuente: Elaboración propia

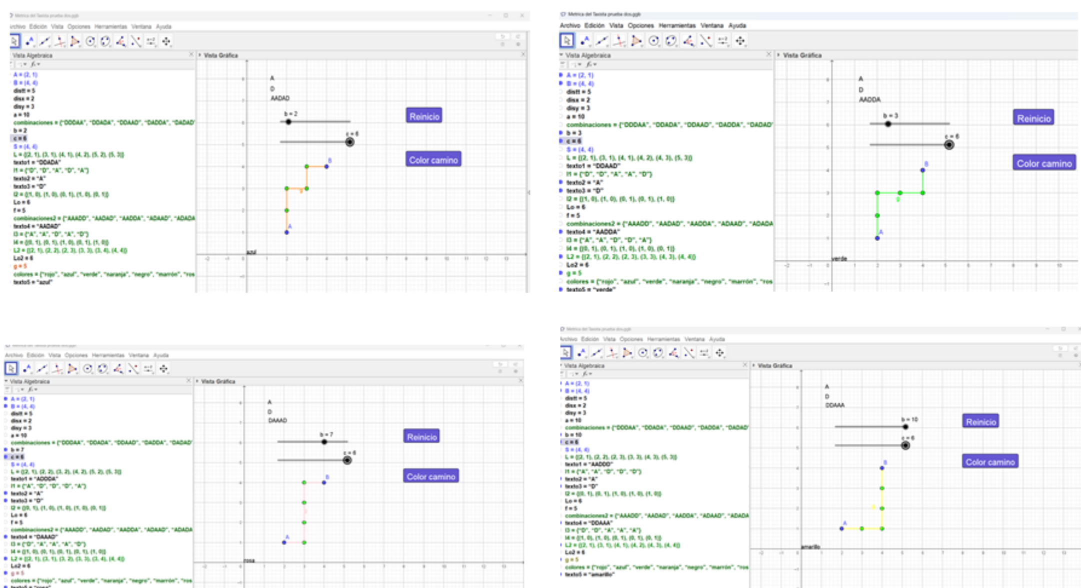


Figura 8. Recorridos con deslizadores
Fuente: Elaboración propia

Ante esta situación, se propuso buscar una alternativa más rápida y adecuada para generar y representar todos los caminos. El análisis comenzó a partir de los movimientos horizontales y verticales necesarios para desplazarse entre dos puntos, lo cual permitió reconocer que los caminos posibles correspondían a las distintas combinaciones de dichos movimientos. Se intentó generar esta lista directamente en GeoGebra, pero la herramienta no disponía de una funcionalidad que permitiera automatizar este proceso.

Por ello, se sugirió el uso de Python lenguaje que los estudiantes ya trabajan en su especialidad, el cual ya cuenta con librerías que permiten obtener permutaciones y combinaciones de manera eficiente. Una vez generada la lista de caminos con Python, esta se exportó a GeoGebra para ser representada visualmente. Haciendo uso de dos deslizadores o botones con código, los estudiantes pudieron recorrer cada una de las trayectorias como se muestra en la Figura 8.

Si bien el trabajo con los estudiantes se centró en la construcción de simulaciones básicas, posteriormente el proyecto se amplió con el propósito de mejorar la visualización gráfica de los recorridos y explorar posibilidades técnicas adicionales que no se habían considerado en las sesiones por lo que se decidió continuar trabajando con el proyecto para lograr una representación más clara y eficiente de los caminos. Esto ya fue como trabajo complementario y con la guía del docente.

Para ello, fue necesario aplicar algunos conocimientos básicos de programación en JavaScript, lenguaje base que GeoGebra utiliza para interactuar con objetos dinámicos. A través de un script en JavaScript fue posible recorrer cada uno de los caminos generados previamente (por ejemplo, desde Python), transformar los vectores en coordenadas absolutas acumuladas, y construir, de manera automatizada, una lista con todas las trayectorias posibles entre dos puntos, como se muestra en la Figura 9.

La Figura 10 muestra cómo se visualizan los diferentes caminos después de las últimas modificaciones mencionadas.

Además, la Applet completa puede consultarse en la siguiente liga: https://www.geogebra.org/m/ksxcgu9q

En conjunto, esta propuesta integra conceptos de combinatoria, al generar todas las rutas posibles, fundamentos de geometría analítica, al representar movimientos como coordenadas, y nociones de programación computacional. Su desarrollo favorece el uso de herramientas digitales para modelar, explorar y visualizar situaciones matemáticas de manera interactiva, clara y significativa. Las siguientes imágenes se muestran como evidencia de los diferentes trabajos finales obtenidos tras la implementación del proyecto (Figura 11):

Una vez concluida la implementación de la propuesta, se procedió a evaluar su impacto mediante la comparación entre el diagnóstico inicial y el postest, cuyos resultados se describen a continuación.

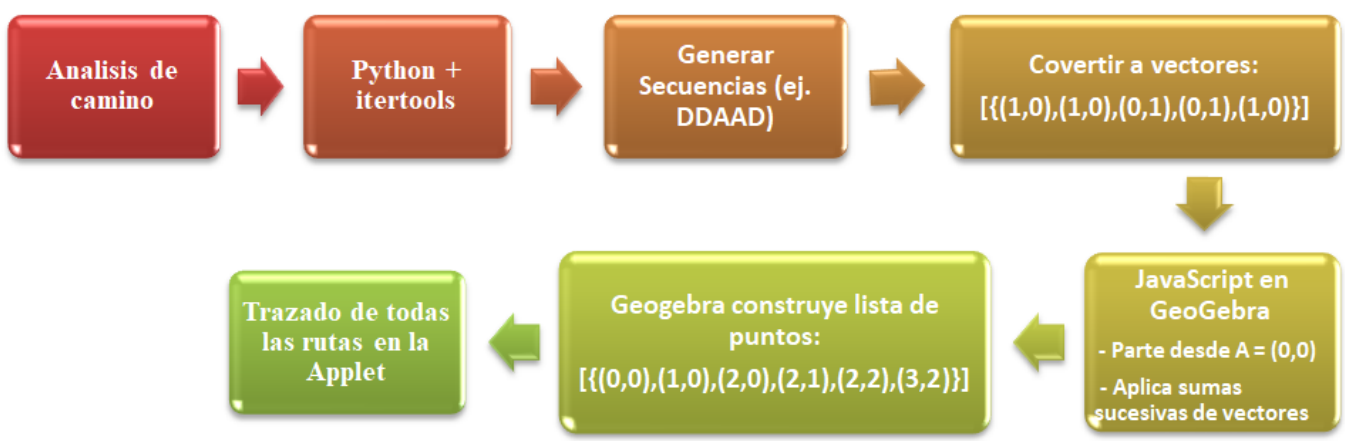


Figura 9. Secuencia para la simulación de recorridos
Fuente: Elaboración propia

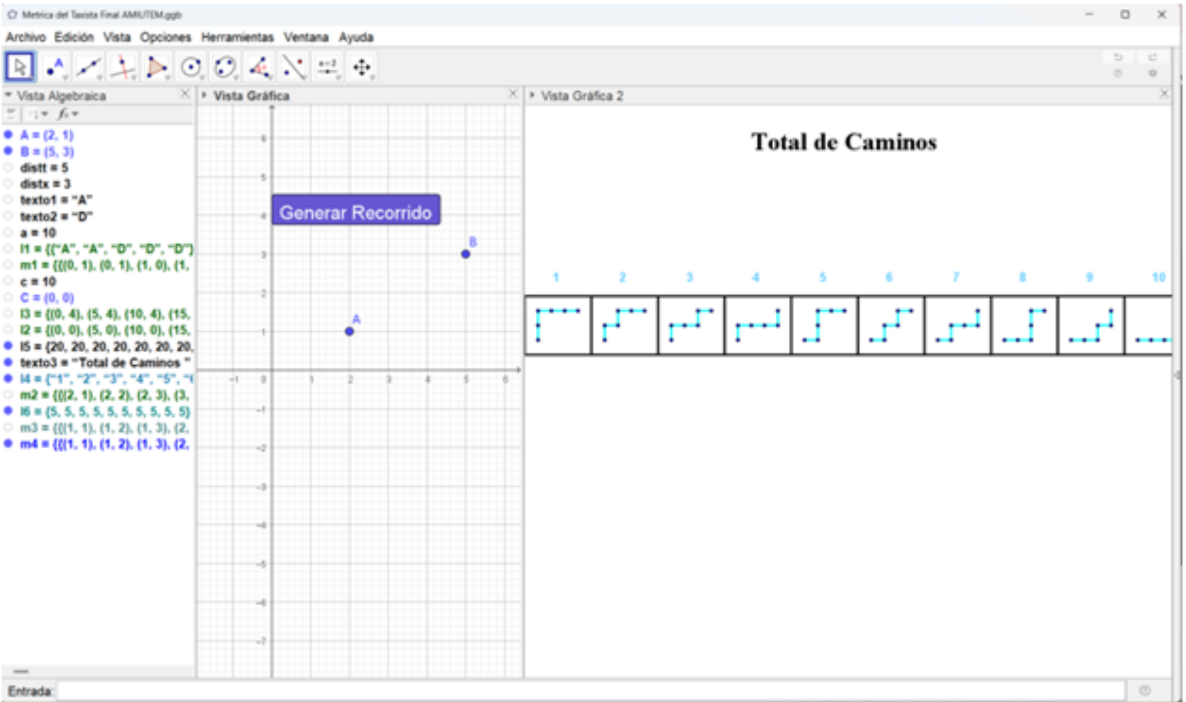


Figura 10. Ejemplo de una Applet finalizada
Fuente: Elaboración propia

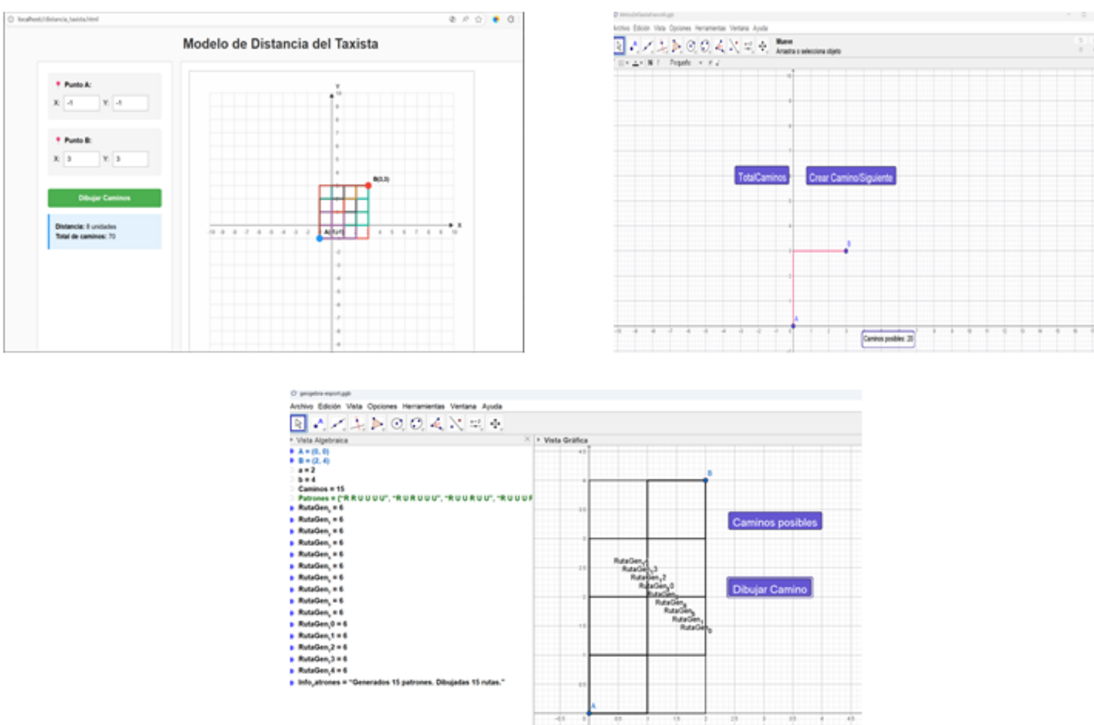


Figura 11. Resultados de applets finales
Fuente: Elaboración propia

Resultados

Comparación diagnóstico vs postest

El diagnóstico inicial mostró que el 78% calculaba correctamente la distancia euclidiana, pero solo el 33% sabía determinar la distancia con la métrica del taxista. Únicamente el 23% distinguió entre ambas métricas. El 83% no recordaba la diferencia entre permutación y combinación. Aunque habían usado GeoGebra en semestres previos, solo el 78% describió elementos básicos del software.

Tras la implementación, el postest evidenció avances significativos: el 89% calculó correctamente la distancia con la métrica del taxista y explicó adecuadamente la diferencia con la métrica euclidiana. El 78% resolvió problemas empleando combinaciones y el 84% representó rutas mínimas en GeoGebra. La mayoría elaboró simulaciones simples que les permitieron visualizar y comparar las trayectorias.

Los resultados obtenidos indican un progreso notable en el dominio conceptual y en el uso de herramientas digitales, particularmente en el cálculo de distancias, la distinción entre métricas y el empleo de combinaciones para el conteo de trayectorias.

La propuesta didáctica permitió consolidar aprendizajes clave en tres áreas principales:

1. Comprensión matemática. Los estudiantes lograron identificar y aplicar la métrica del taxista en problemas contextualizados, reconocieron las diferencias con la métrica euclidiana y emplearon el razonamiento combinatorio para calcular la cantidad de trayectorias mínimas entre dos puntos.
2. Representación y visualización. Las simulaciones en GeoGebra facilitaron la exploración gráfica de recorridos, la identificación de patrones en las trayectorias y la representación clara de los movimientos horizontales y verticales.
3. Competencias tecnológicas. El uso de GeoGebra, Python y JavaScript permitió a los estudiantes traducir procedimientos matemáticos en representaciones digitales, favoreciendo la apropiación de herramientas de modelación y fortalecimiento del pensamiento computacional.

En conjunto, estos resultados muestran que la propuesta contribuyó al desarrollo de habilidades matemáticas, digitales y de análisis. La implementación de la propuesta permitió observar cómo los estudiantes transitaron de un razonamiento intuitivo hacia una comprensión formal de la métrica del taxista y la combinatoria. Este proceso coincidió con lo señalado por Padilla y Flórez (2022), quienes afirman que el ABP favorece la construcción del conocimiento a partir de situaciones problema auténticas. En este caso, la búsqueda de caminos mínimos funcionó como detonador para que el grupo explorara, argumentara y finalmente formalizara el concepto de combinación.

La experiencia también confirmó los principios de la Nueva Escuela Mexicana, particularmente en lo referente al aprendizaje situado y colaborativo. El uso de una "ciudad ideal" como contexto permitió que los estudiantes conectaran el contenido matemático con su entorno cotidiano, favoreciendo un aprendizaje significativo. Además, la interacción entre pares, las discusiones espontáneas y la toma de decisiones colectivas evidenciaron el papel central del estudiante en la construcción de su propio conocimiento.

Un momento especialmente revelador fue la propuesta espontánea de un estudiante de consultar una herramienta de inteligencia artificial para contrastar sus conjeturas. Tal como lo plantean Merchán et al. (2025), las tecnologías emergentes pueden enriquecer la exploración matemática cuando se integran de forma crítica y orientada. La incorporación de GeoGebra, Python y JavaScript contribuye al desarrollo de competencias digitales y de pensamiento computacional, al transformar procedimientos matemáticos en simulaciones dinámicas que vinculan la teoría con entornos reales.

No obstante, la experiencia también puso de manifiesto áreas de oportunidad. Algunos estudiantes requirieron acompañamiento adicional para manejar el software, lo que coincide con la necesidad de equilibrar la autonomía promovida por el ABP con intervenciones docentes que orienten el proceso sin limitarlo. Asimismo, los tiempos destinados a las simulaciones resultaron ajustados, lo que sugiere la pertinencia de ampliar las sesiones para consolidar aprendizajes más profundos.

Finalmente, esta experiencia reafirmó que el papel del docente en el ABP cambia de transmisor a mediador. Guiar, acompañar y generar condiciones para que los estudiantes cuestionen, exploren y se apropien de los conceptos no solo beneficia su aprendizaje, sino que transforma la práctica docente hacia un enfoque más reflexivo, flexible y centrado en el estudiante.

Conclusiones

Durante las actividades se observó una participación constante y un ambiente de descubrimiento compartido. La búsqueda del número total de caminos generó un proceso colaborativo en el que los estudiantes ejercitaron su creatividad, razonamiento lógico y pensamiento matemático, especialmente en la fase de simulación digital. Aunque la simulación completa, descrita en el trabajo, excedía el nivel programático de la mayoría de los estudiantes, las exploraciones realizadas fueron suficientes para que valoraran el potencial del software al representar movimientos, visualizar combinaciones y comparar rutas.

Si bien, el objetivo en el aula se centró en simulaciones simples, estas resultaron significativas para facilitar la visualización de trayectorias y fortalecer la comprensión del concepto de combinación en un contexto auténtico. La integración de GeoGebra no solo contribuyó al desarrollo del pensamiento matemático y computacional, sino que también fomentó la autonomía y el interés de los estudiantes por construir sus propios modelos a partir de problemas reales o simulados. La métrica del taxista es un recurso didáctico con amplias aplicaciones en matemáticas y computación, ya que permite contextualizar el aprendizaje de conceptos abstractos en situaciones cercanas a la vida cotidiana. La propuesta presentada favorece la comprensión de la métrica del taxista como alternativa a la euclidiana.

Desde el punto de vista pedagógico, la estrategia fomenta habilidades como el pensamiento crítico, la resolución de problemas, la creatividad y la colaboración, en concordancia con los principios de la Nueva Escuela Mexicana. Al mismo tiempo, representa una oportunidad para que los docentes se actualicen en metodologías innovadoras que trascienden lo tradicional, colocando al estudiante en el centro del proceso. Aunque la metodología propone fases orientadas al profesor, cada actividad plantea problemas abiertos que requieren que los alumnos construyan sus propias soluciones y propongan simulaciones de los recorridos, favoreciendo así la autonomía y el aprendizaje significativo.

Finalmente, si bien la propuesta se desarrolló en el marco de una ciudad idealizada, abre la puerta a extensiones más complejas, como trayectos con obstáculos, análisis de costos o la optimización de rutas múltiples (por ejemplo, recorridos de recolección o distribución). Estas proyecciones permiten no solo enriquecer el aprendizaje matemático, sino también conectar la enseñanza con problemas reales, fortaleciendo la formación integral de los estudiantes en un mundo cambiante.

Referencias

1. Alvarez-Matute, J. F., Garcia-Herrera, D. G., Erazo-Álvarez, C. A., & Erazo-Álvarez, J. C. (2020). GeoGebra como estrategia de enseñanza de la Matemática. *EPISTEME KOINONIA*, *3*(6), 211–230. https://doi.org/10.35381/e.k.v3i6.827
2. Bonilla-Barraza, D., Parraguez-González, M., y Solanilla-Chavarro, L. (2014). Al fin de cuentas, ¿qué es una recta en la Geometría del Taxista? Revista Tumbaga, 2(10), 53–68. https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=5560023
3. Fernández, Carina Lorena, y Aguado, María Inés. (2017). Aprendizaje basado en problemas como complemento de la enseñanza tradicional en Fisicoquímica. *Educación química*, *28*(3), 154-162. https://revistas.unam.mx/index.php/req/article/view/63996
4. García, A, Ramírez R. y Rodríguez M. (2025). Reposando el concepto de triangulo mediante la métrica del taxista. SUMA, 108, 79-88. https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=10116137
5. Inzunza, S., y Serrano Enciso, S. (2022). Alfabetización y razonamiento estadístico de estudiantes mexicanos al concluir el bachillerato. Revista Chilena De Educación Matemática, 14(3), 101–117. https://doi.org/10.46219/rechiem.v14i3.101
6. Merchán Lalvay, C. H., Chinachi Aman, E. J., Ramos Llagua, E. F., Litardo Villamar, S. P., Villamar Holguin, R. del R., y Basurto Chavarría, H. E. (2025). *Impacto del Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) en la resolución de ecuaciones algebraicas en estudiantes de bachillerato: Un enfoque desde la enseñanza activa de las matemáticas*. *Revista Científica de Salud y Desarrollo Humano*, 6(2), 83–104. https://doi.org/10.61368/r.s.d.h.v6i2.577
7. Morales Chicana, L., Zuta Velayarse, L. M., Solis Trujillo, B. P., Fernández Otoya, F. A., y García González, M. (2023). *El uso del Software GeoGebra en el aprendizaje de las matemáticas: Una revisión sistemática*. Revista Referencia Pedagógica, 4(1), 1–13. https://rrp.cujae.edu.cu/index.php/rrp/article/view/324
8. Ortiz Cuñado, Á. (2023). Impacto del aprendizaje basado en problemas y el uso de GeoGebra en el aprendizaje de las derivadas en estudiantes del primer curso de bachillerato [Trabajo de fin de máster, Universidad de Burgos]. Repositorio Institucional UBU. https://riubu.ubu.es/handle/10259/9530
9. Ortiz Díaz, J. A., y Cutimbo Lozano, G. F. (2022). Aprendizaje basado en problemas: una metodología aplicada a la asignatura universitaria Matemática Básica. *Revista Tecnología, Ciencia Y Educación*, (22), 155–172. https://doi.org/10.51302/tce.2022.820

10. Padilla Doria, L. A., y Flórez Nisperuza, E. P. (2022). El aprendizaje basado en problemas (ABP) en la educación matemática en Colombia. Avances de una revisión documental. Revista Boletín Redipe, 11(2). https://doi.org/10.36260/rbr.v11i2.1686
11. Roa Guzmán, R., Batanero Bernabeu, C., y Díaz Godino, J. (2003). *Estrategias generales y estrategias aritméticas en la resolución de problemas combinatorios.* Educación Matemática, 15(2), 5-25. Disponible en: http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=40515201
12. Ryokiti, A. (2020). *Desarrollando Simuladores con GeoGebra*. En **Memorias de la II Jornada Ecuatoriana de GeoGebra** (pp. 27–38). Organización de Estados Iberoamericanos. Recuperado de https://oei.int/oficinas/ecuador/publicaciones/memorias-de-la-ii-jornada-ecuatoriana-de-geogebra-2/
13. Secretaría de Educación Pública [SEP]. (2019). *Nueva Escuela Mexicana. Fundamentos y orientaciones*. SEP.
14. Vélez, E. (2023). *Perspectivas metodológicas para desarrollar el pensamiento crítico en los estudiantes de la básica media.* Universidad Laica Eloy Alfaro de Manabí. Obtenido de https://repositorio.uleam.edu.ec/bitstream/123456789/4852/1/ULEAMPLL-018.pdf

Artículo recibido: 15 de septiembre de 2025
Dictaminado: 21 diciembre 2025
Aceptado: 30 diciembre 2025