

Pensamiento matemático evidenciado a través de la modelización matemática mediada con tecnología

Mathematical thinking evidenced through technology-mediated mathematical modeling

Mónica del Rocío Torres Ibarra^a

Universidad Autónoma de Zacatecas; México

mtorres@matematicas.reduaz.mx

 orcid.org/0000-0003-4038-7038

Edgar Esaúl Saucedo Becerra

Tecnológico Nacional de México; México

esaul.saucedo.itz.edu.mx

 orcid.org/0000-0002-3114-2197

Elvira Borjón Robles

Universidad Autónoma de Zacatecas; México

elvirabr@uaz.edu.mx

 orcid.org/0000-0003-2155-6342

Resumen:

El pensamiento matemático va más de resolver problemas de aritmética y álgebra, este constituye un enfoque analítico que permite comprender la realidad a través de estrategias que permitan comprender, analizar y resolver problemas utilizando las formas de razonar propias de la matemática, tales como la lógica y búsqueda de patrones. Este trabajo presenta una caracterización y comparación del pensamiento matemático que se promueve en dos diferentes grupos de estudiantes del nivel superior, en donde se les plantea una situación problema que tiene como base la Serie de Fibonacci; se espera que los estudiantes formulen modelos matemáticos que les permita dar sentido a tres situaciones problema, involucrando para ello el uso de herramientas tecnológicas como un simulador virtual, además de aquellas que habitualmente utilizan: GeoGebra (grupo A) y Programación en Java (grupo B). La propuesta es implementada mediante la modelización matemática, entendida como un proceso cíclico. Los resultados revelan que el pensamiento numérico es el pilar que prevalece en mayor medida en ambos grupos, además de que es posible identificar que en el grupo A mayoritariamente basa sus estrategias en el pilar algebraico, mientras que en el grupo B predomina fuertemente el pilar variacional.

Palabras clave: Pensamiento Matemático, Modelación Matemática, Simuladores, GeoGebra, Java

^a Autora de correspondencia

Abstract:

Mathematical thinking goes beyond solving arithmetic and algebra problems; it constitutes an analytical approach that allows us to understand reality through strategies that enable us to comprehend, analyze, and solve problems using mathematical reasoning methods, such as logic and pattern recognition. This work presents a characterization and comparison of the mathematical thinking fostered in two different groups of higher education students. These students are presented with a problem situation based on the Fibonacci sequence. They are expected to formulate mathematical models that allow them to make sense of three problem situations, involving the use of technological tools such as a virtual simulator, in addition to those they typically use: GeoGebra (group A) and Java programming (group B). The proposal is implemented through mathematical modeling, understood as a cyclical process. The results reveal that numerical thinking is the most prevalent pillar in both groups, and it is also possible to identify that in group A, the strategies are mostly based on the algebraic pillar, while in group B, the variational pillar strongly predominates.

Keywords: Mathematical Thinking, Mathematical Modeling, Simulators, GeoGebra, Java

Cómo citar / How to cite: Torres Ibarra, M., Saucedo Becerril, E., y Borjón Robles, E. (2025). Pensamiento matemático evidenciado a través de la modelización matemática mediada con tecnología. *Revista AMIUTEM*, 13(2), 5-14. <https://doi.org/10.65685/amiutem.v13i2.269>

Introducción

El pensamiento matemático es ese tipo de pensamiento que se pone en juego al hacer matemáticas, a su vez permite aumentar la complejidad de las ideas que se pueden manejar y extiende la capacidad de comprensión; es parte de un ambiente científico en el cual los conceptos y las técnicas matemáticas surgen y se desarrollan en la resolución de tareas (Cantoral, et al., 2005, citados en Mendoza, et al., 2020).

Así pues, este trabajo tiene el objetivo de presentar una caracterización de formas de desarrollar el pensamiento matemático, mediante la modelización matemática, para lograrlo se hace una comparativa de dos diferentes grupos de estudiantes, a los cuales se les presenta una misma situación problema, de forma que en la búsqueda de la solución implementen sus modelos matemáticos y los validen utilizando las herramientas digitales como un simulador común (PhET, 2024), GeoGebra para el grupo A y el lenguaje de programación Java en el grupo B, que en conjunto potenciarán la capacidad de realizar cambios simultáneos entre variables, la visualización de estos cambios, las simulaciones, los cálculos inmediatos, entre otros aspectos (Martínez, et al., 2025) que permitirán contribuir en la comprensión de las situaciones planteadas.

Se trata de un estudio descriptivo de carácter mixto, que fue implementado a través de las etapas incluidas en la modelización matemática como un proceso cíclico bidireccional (Borromeo-Ferri, 2018; Hitt y Quiroz, 2017; Ledezma, et al., 2024). Los resultados revelan que en la formulación de modelos propuestos, predomina de manera común un pensamiento numérico; sin embargo, se identifican competencias que involucran el desarrollo del pensamiento aleatorio, variacional, algebraico y espacial, de mayor a menor medida.

Referente teórico

En este trabajo se considera el pensamiento matemático robusto, como un ente integral, que se consigue a través de la conjunción de dos o más pilares del pensamiento matemático (ver figura 1, adaptada con IA a partir de Shinguy, et al., 2022) que permiten analizar, sistematizar, inferir, abstraer e interpretar información para llegar a la solución de problemas (Shinguy et al., 2022), es una parte esencial en el desarrollo de competencias cognitivas en la formación de los estudiantes y, como consecuencia, piedra angular en la resolución de

problemas en diversas áreas del conocimiento, dando sentido y significado a los conceptos matemáticos.

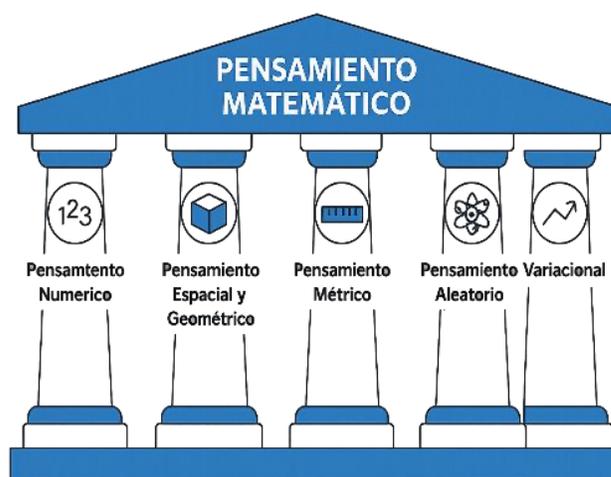


Figura 1. Pilares del Pensamiento Matemático

Estos pilares se manifiestan en las tareas matemáticas mediante competencias que, de manera articulada, contribuyen al desarrollo del pensamiento matemático. Para distinguir cada uno de ellos, en la Tabla 1 se concentra una descripción que servirá como referencia para caracterizar aquellos elementos que se ponen en juego en los procesos de modelización utilizados por los alumnos para la búsqueda de la solución de los problemas planteados.

Shinguy, et al., (2022) mencionan que considerar estos pilares permite observar la riqueza y diversidad de situaciones problemáticas, que se deben dominar y resolver para la construcción del conocimiento desarrollando el pensamiento matemático del estudiante.

En contraparte, las lecciones en las que los alumnos repiten algún algoritmo, propician la memorización, lo cual es válido y necesario para el aprendizaje, pero con ello se debe dar pie al pensamiento matemático, por ejemplo, Blanco, et al., (2020) comenta: Si le pregunta a un niño de nueve años ¿Cuánto es $3 \cdot 7$? contestará 21, si después le preguntamos ¿y cuánto es $7 \cdot 3$? Responderá “la tabla del 7 no la hemos visto”. Esto nos demuestra que el niño está memorizando las tablas de multiplicar, pero no tiene idea de lo que éstas implican, ante esta situación, cabe preguntarse si ¿realmente estos métodos de enseñanza permiten a los alumnos aprender matemáticas?

PILAR	DESCRIPCIÓN
Numérico	Es el primer pilar que se adquiere, implica el desarrollo de técnicas de cálculo y estimación, manejo de cantidades exactas o proporciones
Espacial	Ayuda a desarrollar un sentido de orientación y percepción de los objetos, permite controlar información a partir de la manipulación de objetos concretos destacando rasgos como la interpretación de gráficas y/o expresarse con imágenes
Métrico	Considerar cantidades muy grandes o pequeñas con cifras significativas o desarrollo de notación científica
Aleatorio	Uno de los que más se ha incrementado, dota de técnicas para la recolección, análisis y tratamiento de datos y construcción de modelos a partir de acciones como intuir, analizar, deducir y elaborar conjeturas
Variacional	Hace uso de variables para establecer relaciones entre ellas. Representar y modelar situaciones teniendo conciencia sobre lo que varía, identificar variables

Tabla 1. Descripción de los pilares del pensamiento basados en Shiguay et al. (2022) y SEP (2024)

Así pues, de acuerdo con Ramírez, et al., (2018), el pensamiento matemático es fundamental en todos los niveles educativos; específicamente en el nivel superior, ellos comentan que “las dificultades presentes los estudiantes universitarios para enfrentarse al pensamiento lógico matemático formal afectan su aprendizaje y actitudes hacia el proceso de enseñanza aprendizaje”, por lo que la capacidad de emplearlo va más allá de la solución de operaciones complejas y descontextualizadas.

Consecuentemente, es necesario incorporar en la enseñanza de las matemáticas, en todos los niveles, el planteamiento de situaciones problema que conduzcan a los estudiantes a plantear algún modelo para llegar a la solución en diferentes formas.

Proceso metodológico

Este trabajo es de carácter mixto, se analizan datos cualitativos y los resultados se presentan en concentrados cuantitativos, además tiene un enfoque descriptivo, ya que busca documentar de manera rigurosa las características observables del fenómeno y de los participantes involucrados (Hernández et al., 2006).

Como estrategia didáctica y referente metodológico se emplea la Modelización Matemática, para ello, se parte de un

análisis epistemológico del término, encontrando que a lo largo del tiempo ha predominado el uso de la modelización como un proceso de conversión entre lo real y lo matemático.

Otros elementos que se rescatan del análisis son los primeros acercamientos, planteados por Fibonacci en su libro de 1202, donde la modelización se ejemplifica a través del crecimiento de una población de conejos (Bacaër, et al., 2008).

Blum y Niss (1991) por su parte, describen a la modelización como proceso completo de transitar desde un problema planteado en una situación real hasta un modelo matemático; en el mismo sentido Trigueros, (2006, citado en Zaldívar et al., 2017) lo articulan como un proceso cíclico donde se proporciona a los alumnos problemas abiertos y complejos, en los que se ponen en juego conocimientos previos y habilidades creativas para sugerir hipótesis y plantear modelos que expliquen el comportamiento del fenómeno en términos matemáticos.

Borromeo-Ferri (2018) lo percibe como un proceso que involucra el tránsito bidireccional entre el mundo real y el de las matemáticas y Ledezma et al., (2024) proponen además una adaptación en la que integran en este proceso seis etapas que deben desarrollarse en el aula de clases para completar el proceso (ver figura 2). Esta es la postura de modelización que se adopta en este trabajo.

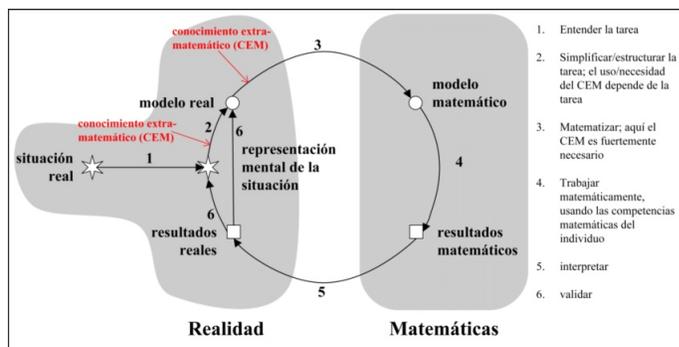


Figura 2. Ciclo de Modelización Matemática (Ledezma, 2024)

En este proceso se contempla a la matemática como una herramienta y al profesor en un mediador entre el conocimiento y el estudiante, favoreciendo de esta forma la comprensión y aplicación de los conceptos matemáticos.

Así pues, este trabajo plantea como objetivo caracterizar y comparar el pensamiento matemático que se manifiesta al resolver una situación real que tiene como base la Serie de Fibonacci, contextualizada en el crecimiento de una población de conejos en 3 diferentes momentos.

La propuesta se implementó en una sesión de 90 minutos en dos diferentes grupos (como se describe en la tabla 2), con un total de 19 estudiantes de nivel superior; la elección de estos grupos responde a la necesidad de analizar las similitudes y diferencias presentes en las competencias relacionadas con los pilares del pensamiento matemático. Cabe mencionar que como escenario se utilizaron aulas con equipo de cómputo en las que cada alumno podía trabajar en una computadora con acceso a internet. Es necesario aclarar que en ambos grupos las materias en que cursaban tenían en común que la dinámica de trabajo estaba basada en el uso de la tecnología específica para la solución de problemas.

CARACTERÍSTICA	GRUPO A	GRUPO B
Carrera	Licenciatura en Matemáticas	Ingeniería en Sistemas Computacionales
Semestre	1°	5°
Participantes	10	9
Materia	Laboratorio de Cálculo	Lenguajes y autómatas
Tecnología	GeoGebra	Programación en Java
Instrumento	Digital	Impreso

Tabla 2. Características de los grupos participantes

Para la puesta en marcha, se desarrollaron las etapas propuestas en el ciclo de la modelización matemática (Ledezma, et al., 2024), las cuales se describen a continuación:

Etapa 1. Entender la tarea.

Primeramente se presentó a los estudiantes una situación problema de crecimiento de una población de conejos, esta etapa es fundamental, pues implica que los participantes identifiquen las variables en la situación; para ello, se utilizó un simulador llamado “selección natural” (PhET, 2024), cuya característica principal es que los usuarios pueden manipular las variables involucradas en la situación y visualizar el comportamiento de una población de conejos específica (ver figura 3).

El simulador, fue proyectado como dinámica de inicio en cada el grupo, mostrando una representación gráfica y animada de la situación. Con la guía del docente, en un primer momento se incluyeron factores como la cantidad de alimento disponible o la aparición de depredadores. En esta etapa surgieron en mayor medida estrategias de cálculo y estimación, lo que evidencia el uso del pilar numérico del pensamiento matemático.

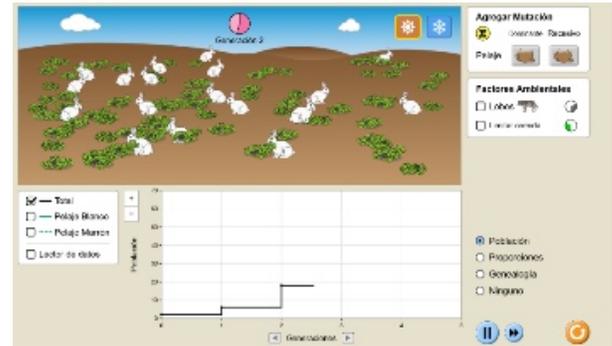


Figura 3. Pantalla del Simulador PhET al paso de 2 generaciones

Etapa 2. Representación mental de la situación.

Posteriormente, se entregó a los estudiantes un instrumento diseñado ah doc, con la finalidad de recabar las respuestas a preguntas planteadas y una guía de observación, en formato digital mediante para el grupo A y de forma impresa para el grupo B, (esta dinámica es la que se trabaja habitualmente en cada grupo).

Se solicitó leer el primer problema, presentando para ello el simulador y analizando de manera grupal el comportamiento de la población de conejos de generación a generación, haciendo una pausa en cada una para dar la posibilidad de que se formularan estrategias para estimar la cantidad que habría en la siguiente generación; repitiendo el proceso con las 4 primeras generaciones.

La dinámica fue que primero anotaran su predicción y posteriormente corroboraran la respuesta con el uso del simulador, mientras que simultáneamente respondían las preguntas planteadas (ver figuras 4 y 5, respectivamente) describiendo con sus propias palabras el comportamiento.

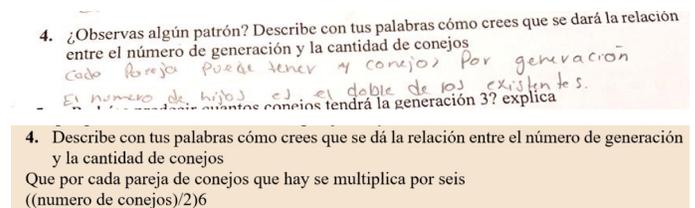


Figura 4. Descripción del proceso, alumnos 3B y 2ª

La totalidad de los participantes completaron esta segunda fase, sus respuestas permitieron identificar que lograron una representación mental y la externaron verbalmente de manera coherente con la propuesta del problema.

Adicionalmente, es posible inferir que esta tecnología permitió que los alumnos pudieran estimar el comportamiento, pues conforme se avanzó en la propuesta y se analizó la variación de generación en generación, se intuyó el crecimiento esperado y se hicieron conjeturas de las cantidades de crecimiento, coincidiendo en las cantidades de conejos para las primeras cuatro generaciones, con ello se evidenció el uso del pensamiento aleatorio, al establecer estrategias de variación, identificación y relación entre las variables involucradas.

Etapa 3. Matemización.

Esta etapa se esperaba la creación de un modelo matemático que predijera el comportamiento la situación, para ello los estudiantes se percataron de un suceso, las cifras previstas para la 5ª generación no coincidieron, hubo una diferencia entre su predicción y lo que arrojó el simulador. Este momento se aprovechó para que los estudiantes hicieran inferencias del factor asociado, llegando, después de una lluvia de ideas, a que el factor involucrado era la muerte de los integrantes de las primeras generaciones de conejos.

Con este antecedente, se planteó a los estudiantes que buscaran alguna una forma de predecir la cantidad de conejos que se tendrán para una n generación, es decir, buscar un modelo. Algunos consideraron únicamente el crecimiento que habían visualizado en un primer momento y otros indicaron que existía otra variable involucrada, sin embargo, todos propusieron un modelo que esperaban se acercara a la realidad, la figura 5 muestra como a partir de aproximaciones numéricas el alumno formuló un modelo algebraico, estableciendo además relaciones funcionales, mientras que la respuesta en la figura 6 permite observar estrategias de estimación y conteo, lo que evidencia la presencia arraigada del pensamiento numérico y que sin embargo de manera verbal describe una forma algebraica para su modelo.

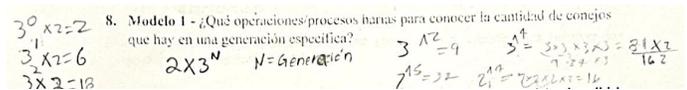


Figura 5. Planteamiento de un Modelo algebraico

Con los datos que tenemos hasta ahora, ¿Podrías pensar en un modelo que te permita predecir la cantidad de conejos de una generación específica (por ejemplo, en la 7ª)? SI SERIA 2 QUE CON LOS QUE COMENZAMOS DE 0 AL 1 DESPUES SE MULTIPLICA POR EL 3 QUE SON LAS PAREJAS QUE SE FORMARON AL INICIO Y EL 3 VA CON EXPONENTE RECIENTE DE UNO EN UNO QUE SERIA 2*3^A LA X

Figura 6. Planteamiento de un modelo verbal

Etapa 4. Trabajar matemáticamente.

En esta etapa pretende hacer una verificación del modelo planteado, por lo que entran en juego las siguientes herramientas tecnológicas que diferenciaron las formas de trabajo de ambos grupos; el grupo A con GeoGebra y el grupo B con programación en Java. En ambos, la consigna fue poner en juego el modelo propuesto y contrarrestar la cantidad obtenida con la generada por el simulador.

En ambos grupos se manifestó el uso de algún pilar específico del pensamiento matemático, por ejemplo, en el grupo A se manifestó el pensamiento variacional cuando los alumnos mediante la representación tabular en la hoja de cálculo, establecían la relación entre generación y cantidad de conejos, pasando al abordaje espacial a hacer una conversión a una gráfica de puntos, y variando cantidades de manera manual mientras progresivamente se iban formando los puntos como ellos esperaban (ver figura 7).

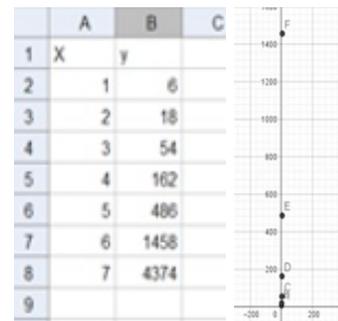


Figura 7. Uso del pensamiento espacial y aleatorio

En esta actividad se manifestaron también estrategias de conteo, base del pensamiento numérico, al visualizar que la cantidad buscada se podía determinar al multiplicar el número de generación por 3, y sumando a la cantidad obtenida la acumulada de las generaciones anteriores (ver figura 8).

```
public static void main(String[] args) {
    System.out.println(x:"Introduzca la generación a calcular: ");
    Scanner sc = new Scanner(System.in);
    int numero = sc.nextInt();
    int resultado = numero * 3;
    System.out.println("La cantidad de conejos será: "+resultado);
}
```

Figura 8. Uso del pensamiento numérico

Por otra parte, en ambos grupos se evidencia también el uso del pensamiento aleatorio, al formular en ambas

herramientas un modelo algebraico que describiera la situación (ver figura 9), con la principal diferencia de la representación, pues mientras GeoGebra presenta una gráfica al introducir la expresión, Java calcula valores numéricos y relacionales.

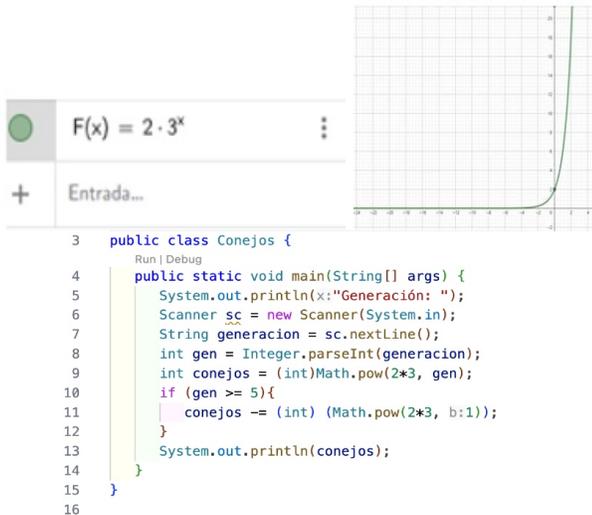


Figura 9. Uso del pensamiento aleatorio

Fase 5. Interpretación de los resultados.

En ambos grupos, el modelo desarrollado permitió determinar la cantidad de conejos correspondiente a la n-ésima generación. Este resultado brindó la oportunidad de volver al contexto del problema, por lo que el instrumento incluyó preguntas orientadas a que los participantes interpretaran y dieran significado a las cifras obtenidas mediante sus respectivas herramientas (ver figuras 10 y 11, respectivamente).

En esta etapa se presentó una mayor dispersión en el uso de los pilares del pensamiento matemático que se pusieron en juego, destacando en mayor medida el variacional y el aleatorio, aunque aparece también, en menor medida, el pensamiento espacial.

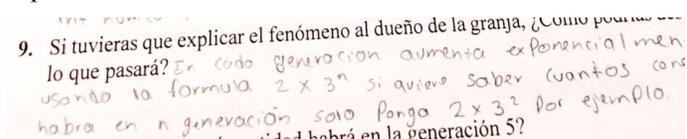


Figura 10. Interpretación de resultados, grupo B

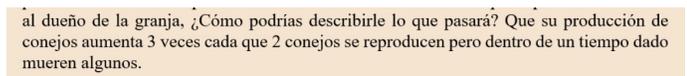


Figura 11. Interpretación de resultados, grupo A

Fase 6. Validación.

Finalmente se pidió a los estudiantes que regresaran a la situación real e hicieran una comparación del modelo creado y la situación planteada, así mediante una discusión de los resultados obtenidos, se llegó a la conclusión de que no se consideraron todos los factores (ver figura 12), lo que creó una discrepancia a partir de la 5ª generación.

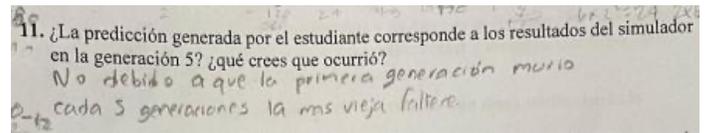


Figura 12. Validación del modelo propuesto

Este tipo de respuestas era la esperada y con ello en el instrumento se propuso la creación de dos nuevos modelos: el segundo, les pedía considerar la variable “muertes” y hacer una variación usando como base el modelo 1; mientras que para el tercero, se presentó la representación gráfica de una nueva situación (ver figura 13), con la esperanza de que se pusieran en juego competencias del ámbito espacial, aunque el tiempo de la sesión no fue suficiente para abordarlos en su totalidad.

11. Modelo 3 - Otro granjero también dejó en un corral a una pareja de conejos para que se reprodujeran obteniendo los resultados que se presentan en la siguiente gráfica

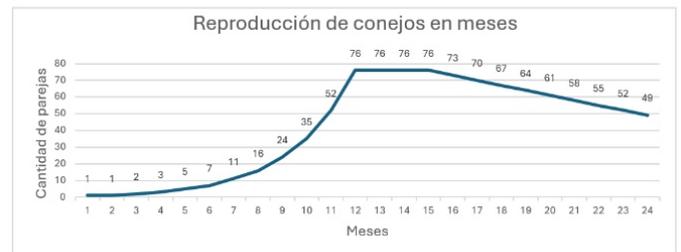


Figura 13. Problema planteado para la formulación del 3er modelo

Resultados

El instrumento propuesto se diseñó con la intención de identificar las competencias que evidencian los cinco pilares del pensamiento matemático. El primer modelo consideró el comportamiento del crecimiento de la población de conejos entre la 1ª y 4ª generación; el segundo modelo toma al primero como base e incluye una variable adicional, el factor de las muertes que se producían cada 5 generaciones; y el 3er modelo se propone una situación similar, cambiando la forma en que se presentó el problema a una representación gráfica. La tabla 3 describe los pensamientos que se esperaba identificar en cada uno de ellos.

Concerniente a las fases propuestas por la Modelización Matemática, la primera fase, referida a entender el problema, se vio beneficiada con el uso del simulador para que los alumnos pudieran hacer estimaciones referentes a la solución del problema, lo que fomentó el uso del pilar numérico; en la segunda fase, la representación mental, se destaca fuertemente el uso del pilar aleatorio, pues es aquí donde se analiza la situación y se hacen conjeturas sobre las variables y su comportamiento.

	MODELO	NUM.	ESP.	ALEA.	VAR.	MÉT.
1	Crecimiento inicial de las primeras generaciones	*	*	*	*	
	Crecimiento considerando el factor "muertes"	*		*	*	*
	Crecimiento de una población diferente planteado gráficamente	*	*	*	*	

Tabla 3. Pilares del pensamiento esperados en cada modelo

La fase 3, llamada matematización, evidenció el uso del pilar variacional, pues es aquí donde los alumnos crearon sus primeros modelos para generalizar el comportamiento e identificar las variables involucradas, aquí apareció por primera vez, aunque en menor medida, el pensamiento espacial, cuando algunos alumnos describieron que el crecimiento tenía forma exponencial. Mientras en la fase 4, para trabajar matemáticamente, utilizaron las estrategias necesarias para que la tecnología que usaron les produjera los resultados que se estaban buscando, poniendo de manifiesto en mayor medida el pilar variacional. Mientras que las etapas 5 y 6, de interpretar y validar, potenciaron el uso de los pilares espacial y métrico, y dieron sentido al uso de elementos matemáticos involucrados en la solución.

En cuanto a la forma de matematizar el problema, poniendo en juego los modelos, en los integrantes del grupo A, se evidenció por un lado el pensamiento variacional, al plantear el uso de tablas y relación entre variables (ver figura 14) en un 50% de los participantes, por otra parte trataron también de establecer funciones para predecir el comportamiento, manifestando con ello pensamiento espacial, al llevar los valores al plano 40% y posteriormente dar paso al modelo

algebraico (como se evidenció en la figura 9) en un 85% de ellos.

Por su parte, en el grupo B, quienes validaron sus modelos mediante programación en Java, un 70% programaron basados en un modelo algebraico, en el que identificaron correctamente el comportamiento a través del tiempo, incluso uno de ellos identificó que el trasfondo del problema estaba dado por la serie de Fibonacci (ver figura 15), establece sus variables como una lista de elementos, donde establece un valor inicial de 1 para los elementos 1 y 2 y el resto los calcula considerando el valor en determinada posición de la serie, poniendo de manifiesto con ello un pensamiento variacional.

1	x	y	A	B	C	D	E
2	1	6	x	y	y1		
3	2	18	0	2		2	
4	3	54	1	6		6	
5	4	162	2	18		18	
6	5	480	3	54		54	
7	6	1428	4	162		162	
8			5	486		480	
9			6	1458		1428	
10	1	1	7	4374		4224	
11	2	1	8	13122		12372	
12	3	2	9	39366		35616	
13	4	3	10	118098		99348	
14	5	5	11	354294		260544	
15	6	7	12	106288		594132	
16	7	11	13	318864		844896	
17	8	16	14	956592		-2152812	
18	9	24	15	2869728		-29895936	
19	10	35	16	8609376		-208875308	
20	11	52	17	25878048		-1208893474	
21	12	76					

Figura 14. Estrategias basadas en el uso de tablas de variación

```

12     if (n == 1 || n == 2){
13         System.out.println(x:1);
14         return;
15     }
16     int[] fib = new int[n+1];
17     fib[1] = 1;
18     fib[2] = 1;
19     for (int i = 3; i <= n; i++) {
20         fib[i] = fib[i-1] + fib[i-2];
21     }
22     System.out.println(fib[n]);
23 }
24 }
    
```

Figura 15. Identificación de la serie de Fibonacci en el proceso

Una vez concluida la intervención en el aula, se procedió a recoger los instrumentos que utilizaron los estudiantes; el grupo A guardó y subió a Moodle sus archivos y en el grupo B se recogieron los instrumentos impresos. Finalmente se procedió a clasificar las respuestas (como se puede ver en la figura 17) basados en las competencias descritas en la tabla 1.

Finalmente se cuantificaron los resultados con la finalidad de presentar los resultados de manera global y diferenciar los

resultados de cada grupo. Con este concentrado, es posible determinar, que en el primer modelo (ver figura 19) fue posible identificar los 5 pensamientos; respecto a la diferenciación se puede notar el manejo variacional más marcado en el grupo A y el numérico en el grupo B, el resto son muy similares, diferenciándolos únicamente por algunos errores presentes en las propuestas.

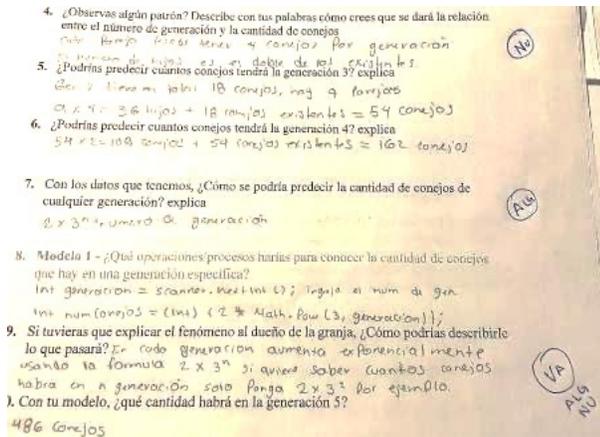


Figura 17. Clasificación de pensamientos con base en la respuesta al instrumento



Figura 18. Pensamientos identificados en el modelo 1

Una diferencia significativa se evidenció en la manera de interpretar el segundo modelo, pues aunque de manera similar se identifica el pensamiento aleatorio, al formular modelos, en el grupo B prevalece en mayor medida el pensamiento numérico, mientras que para el grupo A, aunque en menor medida prevalece el pensamiento variacional, al identificar y relacionar las variables involucradas.



Figura 19. Pensamientos identificados en el segundo modelo

Cabe destacar que en la aplicación de este modelo no hubo indicios de las competencias del pensamiento métrico y espacial, pues al considerar el modelo 1 como base, la actividad centró la atención en la modificación del modelo propuesto previamente.

En el modelo 3, los resultados reflejan que los estudiantes son capaces de interpretar información presentada gráficamente, pues infirieron de manera verbal descripciones respecto a la representación presentada, no fue posible valorarlas de manera global, por lo que se recomienda que en futuras investigaciones se acorte el tiempo de trabajo del primer modelo, sobre todo en lo relacionado con la comprensión del problema.

Conclusiones

Estos resultados evidencian la importancia de identificar la presencia del pensamiento matemático en problemáticas de la vida cotidiana, sin embargo, promover un pensamiento matemático robusto, en el que quede de manifiesto las competencias descritas en cada uno de los pilares que lo componen, no es una tarea fácil. Adicionalmente, incorporar la modelización matemática mediada con la tecnología, propicia que paulatinamente vayan emergiendo los pilares del pensamiento matemático.

Al caracterizar los elementos que hacen evidente la presencia de cada uno de los pilares puestos en juego, se destacan diferencias entre los grupos de estudiantes participantes, pues si bien en ambos grupos el modelo más acercado a la realidad y que permitió en mayor medida una validación de los modelos en la situación fue el aleatorio, al comprender que el crecimiento es exponencial, y proponer modelos en diversas representaciones, es en los pensamientos variacional y numérico en los que se observan diferencias más significativas. Cabe destacar que, en concordancia con

Martínez, et al., (2025), las herramientas tecnológicas utilizadas potencializaron la manipulación de los modelos propuestos.

Finalmente, se destaca que utilizar situaciones problema guiados por las etapas del ciclo de Modelización Matemática

permiten a los alumnos desarrollar los diferentes pilares del pensamiento matemático, pues coincidiendo con Shiguay, et al. (2022) para lograrlo es necesario que intervengan técnicas, estrategias y métodos integradores, cimentados en la comprensión de los problemas planteados, lo cual fomenta el empleo y validación de modelos.

Referencias

1. Bacaër, N., Bravo, R. y Ripoll, J. (2008). Breve historia de los modelos matemáticos en dinámica de poblaciones. Ed. Cassini, Paris.
2. Blanco, R., Castillo, J. y Delgado, C. (2020). Estrategias académicas para la introducción al pensamiento matemático. <https://books.google.es/books?hl=es&lr=&id=pHtPEAAAQBAJ&oi=fnd&pg=PT3&dq=pensamiento+matem%C3%Artico+educaci%C3%B3n+superior&ots=93PrE Wkhi&sig=BZAUID7ilZLDztpXwXq4zNakpa8#v=onepage&q=pensamiento%20atem%C3%Artico%20educaci%C3%B3n%20superior&f=false>
3. Blum, W. y Niss, M. (1991). Applied mathematical problem solving, modelling, applications, and links to other subjects. State, trends and issues in mathematics instruction. *Educational Studies in Mathematics*, 22(1), 37-68 <https://link.springer.com/article/10.1007/bf00302716>
4. Borromeo-Ferri, R. (2010). On the influence of learners' modeling behavior. *J.* <https://doi.org/10.1007/s13138-010-0009-8>
5. Ma-thematical Thinking Style son Math Didakt, 31, 99-118.
6. Hitt, F. y Quiroz, S. (2017). Aprendizaje de las matemáticas a través de la modelación matemática en un medio sociocultural ligado a la teoría de la actividad. *Revista Colombiana de Educación*, (73), 151-175. <https://www.redalyc.org/pdf/4136/413651843008.pdf>
7. Ledezma, C., Morales-Maure, L., y Font, V. (2024). Experiencia educativa en modelización para docentes de matemática en Panamá. *Alteridad. Revista de educación*, 19(1), 5870. <https://doi.org/10.17163/alt.v19n1.2024.05>
8. Mancera, G. y Camilo, F. (2022). Decantando las posibilidades de la modelación matemática desde nuestras prácticas pedagógicas e investigativas. *Góndola, enseñanza y aprendizaje de las ciencias*, vol. 18, núm. 1. <https://revistas.udistrital.edu.co/index.php/GDLA/article/view/18338>
9. Martínez, M., García-Cuellar, D., Tejera, M. y Curo, A. (2025). Modelización matemática en temas de cálculo: Dos aproximaciones tecnológicas a un problema de optimización. *Uniciencia*, vol. 39, núm. 1. <https://dx.doi.org/10.15359/ru.39-1.18>
10. Ramírez, P., Hernández, C. y Prada, R. (2018). Elementos asociados al nivel de desarrollo del pensamiento lógico matemático en la formación inicial de docentes. *Revista Espacios*, vol. 39, núm. 49. <https://www.revistaespacios.com/a18v39n49/a18v39n49p11.pdf>
11. Shiguay, G., Hu, G. y De la Cruz, R. (2022). El Pensamiento Matemático: los 5 pilares de la formación docente en ciencias. *Horizontes. Revista de Investigación en Ciencias de la Educación*. <https://revistahorizontes.org/index.php/revistahorizontes/article/view/509>
12. Secretaria de Educación Pública [SEP]. (2024). Progresiones de aprendizaje del recurso sociocognitivo de Pensamiento Matemático. <https://educacionmediasuperior.sep.gob.mx/work/models/sems/Resource/13516/1/im ages/Documento%20progresiones%20%20Pensamiento%20matem%C3%83%C2%Artico.pdf>
13. PhET Interactive Simulations (2024, Mayo). Selección Natural. University of Colorado Boulder, bajo licencia CC- BY-4.0 CC-BY-4.0. <https://phet.colorado.edu/es/simulations/natural-selection>
14. Zaldívar, J., Quiroz, S., & Medina, G. (2017). La modelación matemática en los procesos de formación inicial y continua de docentes. *IE Revista de Investigación Educativa de la REDIECH*, 8(15), 87-110. https://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S244885502017000200087.

Artículo recibido: 5 septiembre 2025

Dictaminado: 1 diciembre 2025

Aceptado: 30 diciembre 2025