

## UN SITIO VIRTUAL PARA CONSTRUIR Y COMPARTIR MATEMÁTICAS

Marco Antonio Olivera Villa  
[marco.pumas@gmail.com](mailto:marco.pumas@gmail.com)  
Ana Isabel Sacristán Rock  
[asacrist@cinvestav.mx](mailto:asacrist@cinvestav.mx)  
CINVESTAV, IPN. México

**Palabras clave:** Tecnología, Conectivismo, Colaboración y Aprendizaje a Distancia, Modelación, Matemáticas

### **Resumen**

En este artículo se presentan algunos ejemplos y resultados de una investigación en torno a un ambiente tecnológico virtual, concebido como un laboratorio de exploración y aprendizaje matemáticos. En dicho ambiente, se proponen diversas exploraciones matemáticas, tales como de fenómenos físicos como el de la caída libre o del movimiento rectilíneo, y otras tales como el análisis del crecimiento de una población, o problemas de encriptación. Los participantes son alumnos de un curso a distancia de nivel superior y sólo tienen contacto virtual. A través de una red social que incluye foros de discusión y blogs, han colaborado en las exploraciones matemáticas, teniendo ricas discusiones y compartiendo sus opiniones y propuestas, usando la tecnología tanto para comunicarse como para llevar a cabo sus exploraciones.

### **Introducción**

En este artículo se presentan avances de una investigación referente a cómo estudiantes, de un curso universitario a distancia, pueden explorar ideas matemáticas a través de la experimentación y la colaboración virtual, vía una red social. El objetivo principal es que los estudiantes puedan hacer descubrimientos y construyan conocimientos, siguiendo el paradigma del construccionismo (Papert & Harel, 1991), en un ambiente tecnológico que se concibe como un laboratorio de investigación donde, a través de construcciones y programaciones computacionales – lo cual involucra procesos de ensayo y error, refinamiento y retroalimentación – se pueda promover el aprendizaje (Hitt, 2003; Sacristán, Calder, Rojano, Santos-Trigo, Friedlander, Meissner, 2010).

Para ello, diseñamos una plataforma educativa que incluye las siguientes herramientas de colaboración y comunicación: red social, foros, blogs y repositorio para almacenar diversos tipos de documentos (ver figuras 1 y 2).

Específicamente, en dicha investigación se ha buscado:

- Involucrar a un grupo de estudiantes de una universidad virtual en una mecánica de colaboración y discusión en una serie de exploraciones matemáticas.
- Modelar, con apoyo de diversas herramientas computacionales, fenómenos reales, en particular relacionados con la física y con las ciencias sociales, con el fin de facilitar un mejor entendimiento de las ideas matemáticas involucradas en el fenómeno en cuestión.
- Analizar cómo la interacción social y la colaboración que se llevan a cabo de manera virtual en las actividades de exploración y modelación, pueden promover el aprendizaje.



Figura 1: Herramientas de la red social



Figura 2: Portal de una de las exploraciones de la plataforma

### ***Fundamentos teóricos y antecedentes del estudio***

Como se dijo arriba, el fundamento teórico principal en nuestro trabajo es el paradigma del construccionismo. Bajo este paradigma nuestro ambiente virtual se define como un lugar donde se puede crear, ejecutar, colaborar, discutir y compartir experimentos matemáticos usando una infraestructura computacional que incluye objetos programables.

En nuestro estudio, el contexto y formas sociales de interacción en que las actividades matemáticas se desarrollan, es tan importante como las actividades mismas. De esta manera, nuestras actividades se desarrollan en una especie de red social, donde los participantes comparten un interés o un conjunto de problemas sobre un tópico buscando profundizar su conocimiento y experiencia a través de la colaboración – similar a lo que ocurre en las comunidades de práctica de Wenger (1998). Así pues, el aspecto clave es, sí bien a distancia, el aprendizaje colaborativo a través de un sistema diseñado para organizar y llevar a cabo interacciones entre los miembros del grupo (Johnson & Jonhson, 1997). El aprendizaje colaborativo se pretende que se desarrolle mediante un proceso gradual en donde los miembros busquen la colaboración de sus compañeros, de tal forma que se pueda

crear una interdependencia positiva que no involucre la competencia (Lucero, 2003; Crook, 1998; Johnson & Johnson, 1997). En nuestro proyecto, dicha colaboración se lleva a cabo de manera virtual.

En relación a esto, Siemens (2005), al proponer lo que él llama conectivismo, explica que la manera en que la gente se relaciona y trabaja se altera al utilizar nuevas herramientas y que los aspectos sociales presentan un modelo de aprendizaje que toma en cuenta los cambios en la sociedad en esta era digital, donde el aprendizaje deja de ser una actividad interna e individualista. Asimismo, Noss y Hoyles (1996) planteaban que las estructuras computacionales proveen aspectos que apoyan a los estudiantes a construir significados.

Una inspiración, y antecedente, de esta investigación fue un proyecto de investigación europeo llamado Weblabs, de la década pasada, el cual involucraba escuelas e institutos de investigación en seis países. En ese proyecto, una comunidad de estudiantes, profesores e investigadores trabajaron de forma colaborativa explorando ideas matemáticas y fenómenos científicos a través de una infraestructura computacional y virtual (Matos, Alves, Rodrigues, Sousa, Dos Santos, Félix, Ramos, 2003; Mousolides & Philippou, 2005; Simpson, Hoyles and Noss, 2005). Las exploraciones y actividades de dicho proyecto se concibieron para promover el aprendizaje a través de, por ejemplo, la construcción de modelos.

La modelación es una herramienta poderosa que puede promover los principios del pensamiento científico (Aris, 1994). Como explica Epstein (2008), la modelación se utiliza para explicar fenómenos; Lesh & Doerr (2003), p. 10 dicen que: "Los modelos son sistemas conceptuales... que son usados para construir, describir o explicar el comportamiento" de un sistema. Lesh & Doerr (2000) afirman que algunos de los componentes clave involucrados en los modelos y en la modelación son simbolizar, comunicar y matematizar.

En este sentido, en nuestro proyecto, nosotros queremos explotar lo anterior de tal manera que las tareas en el laboratorio virtual provean a los estudiantes la oportunidad de involucrarse en actividades similares a las realizadas por los matemáticos (Papert, 1972), es decir, simbolizar ideas, compartir y discutir sus hallazgos con sus colegas, y redefinir el propósito de los modelos propuestos.

### ***Descripción de la Propuesta***

En el diseño de las actividades didácticas, el enfoque ha sido proponer exploraciones que incentiven la reflexión continua. Los tópicos deben tener el potencial de generar sub-problemas, así como fomentar la discusión entre los miembros de la comunidad virtual.

Las exploraciones matemáticas que proponemos buscan promover el aprendizaje a través de la construcción de modelos tanto físicos como sociales. Dichas exploraciones se plantean en una plataforma virtual de aprendizaje (<http://imat.cinvestav.mx>) y abarcan diversas ramas del conocimiento científico; entre ellas se encuentran las siguientes: 1) Movimiento rectilíneo; 2) Caída libre; 3) Crecimiento dinámico de una población (el crecimiento de una población de búhos); 4) Análisis matemático de la encriptación (encontrar mensajes secretos usando estadística descriptiva); y 5) Análisis estadístico (descriptivo) de una encuesta.

Las dos primeras exploraciones son de fenómenos físicos (sobre movimiento rectilíneo y sobre caída libre, respectivamente) y abarcan actividades didácticas desde problemas de tipo escolar hasta mediciones en videos, donde los estudiantes deben construir colectivamente modelos y simulaciones matemáticas.

La tercera exploración, sobre el crecimiento de una población, es un problema de equilibrio demográfico que involucra depredadores, depredados, y alimentos.

La cuarta exploración es un estudio matemático del envío de mensajes secretos (encriptación) en un nivel muy elemental, usando técnicas estadísticas y operaciones en distintas bases.

La quinta exploración corresponde al análisis estadístico (descriptivo) de una encuesta diseñada por los estudiantes.

Algunas de las herramientas tecnológicas usadas en las exploraciones son el software de simulación y modelado *Modellus* (<http://modellus.fct.unl.pt>), una regla virtual *JRuler* (<http://www.spadixbd.com/freetools/jruler.htm>), el software de análisis estadístico *CurveExpert* (<http://www.curveexpert.net/>), y el lenguaje de programación NetLogo (<http://ccl.northwestern.edu/netlogo>).

Se diseñaron trayectorias hipotéticas de aprendizaje (Simon, 1995) para cada actividad (como las mostradas en la figura 3). A continuación se describe la mecánica de algunas de las actividades propuestas. Las actividades se aplicaron a un grupo de estudiantes de la Universidad Abierta y a Distancia de México ([www.unadmexico.mx](http://www.unadmexico.mx)) que cursan la licenciatura en Matemáticas; las edades promedio de estos estudiantes fluctúan entre los 18 y los 60 años. Se formaron grupos de estudiantes para cada uno de las actividades. Por ejemplo, un primer grupo, de seis estudiantes, ha estado trabajando en la actividad de los vehículos en movimiento.

### ***Actividad de la población de búhos manchados***

Esta actividad se basa en una propuesta hecha en colaboración con Juan Carlos Torcuato Granados, a quien agradecemos por sus ideas. Aunque los detalles de esta exploración van más allá de los alcances de este artículo, incluimos algunos aspectos ya que es un problema de la vida real que puede ser usado para introducir a los estudiantes a muchos conceptos matemáticos; en particular es una actividad que sirve como ejemplo de una aplicación de los números complejos. Un bosquejo de las trayectorias de aprendizaje para esta actividad se dan en la Figura 3.

La actividad se centra en un problema de crecimiento (en relación a la población de ratas) de una población de búhos manchados. El modelo matemático correspondiente involucra un sistema de ecuaciones recursivas para representar a las poblaciones de ratas y búhos, donde  $O_k$  es la población de búhos en el tiempo  $k$ ,  $R_k$  es la población de ratas en el tiempo  $k$ ; y  $p$  es un número positivo desconocido:

$$O_{k+1} = (0.5)O_k + (0.4)R_k$$

$$R_{k+1} = (-p)O_k + (1.1)R_k$$

Una de las primeras actividades es llenar una tabla similar a la mostrada en la tabla 1; esto se puede asistir usando el programa NetLogo (<http://ccl.northwestern.edu/netlogo/>), el cual

es un ambiente de programación multi-agente; los estudiantes pueden modificar, si lo consideran necesario, el código asociado con el crecimiento de la población de búhos y ratas.

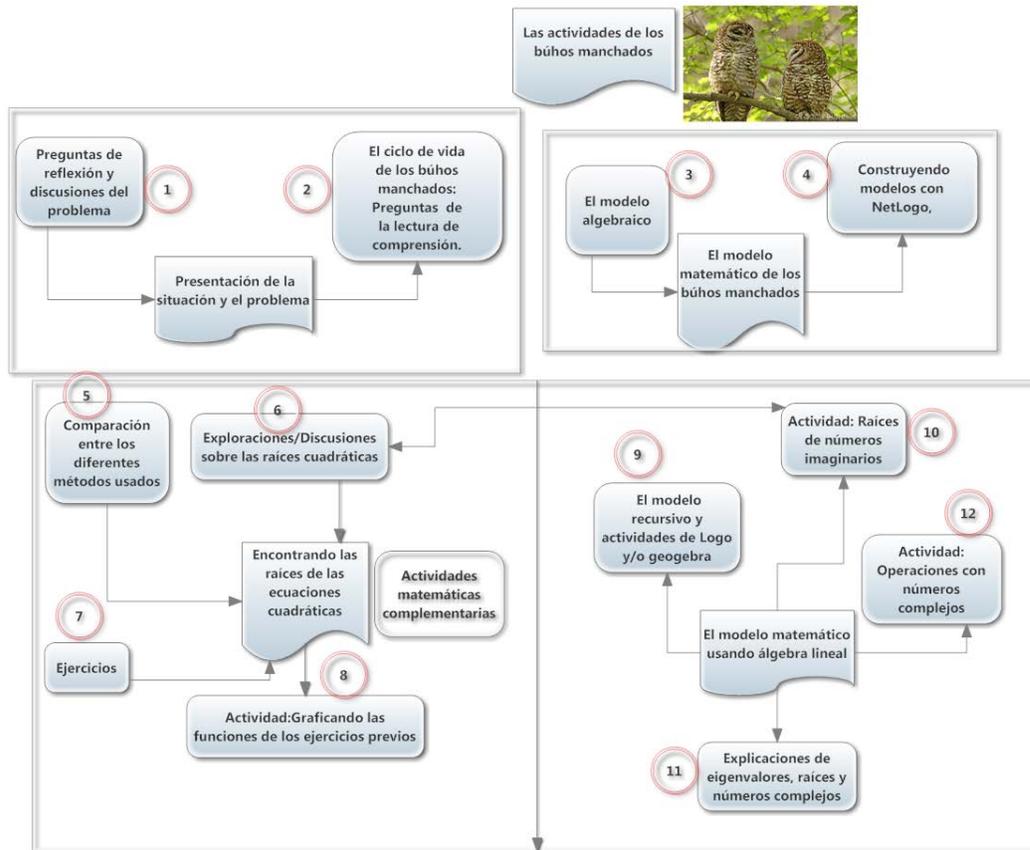


Figura 3: Esquema de las actividades de la población de búhos manchados y trayectorias de aprendizaje

Tabla 1. Poblaciones de ratas y búhos con respecto al tiempo

Tiempo (meses)	Población de búhos (O)	Población de ratas (R)	Razón (población de ratas/población de búhos)
1			
2			
3			

La solución de esta actividad requiere conocimientos de álgebra lineal: eigenvalores y eigenvectores

$$\begin{bmatrix} 0.5 - \lambda & 0.4 \\ -0.104 & 1.1 - \lambda \end{bmatrix}$$

### Actividad de la caída libre

Esta actividad tiene como objetivo explorar el movimiento de un objeto que es lanzado hacia abajo. La idea básica es que los estudiantes graben un video de un objeto que es

lanzado en caída libre; posteriormente, con ayuda del software Modellus (<http://modellus.fct.unl.pt/>), hagan mediciones directamente sobre el video: tales como encontrar las alturas alcanzadas en diferentes intervalos de tiempo. Una vez que tengan reunidas una gran cantidad de datos, deberán buscar una relación entre las variables: por ejemplo, indagar acerca de la velocidad en cada intervalo de tiempo; eventualmente se pretende que logren encontrar el valor de la constante de la gravedad. En una siguiente etapa se busca encontrar la constante de la gravitación lunar a través de análisis de videos de astronautas en la Luna.

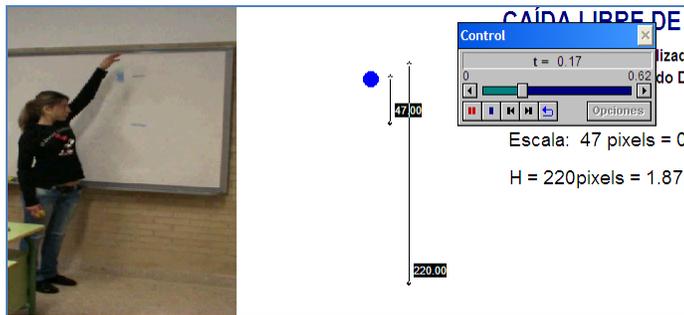


Figura 4. Análisis, usando Modellus, de una persona arrojando una pelota



Figura 5: Blog de la actividad caída libre

Los estudiantes deben compartir sus hallazgos y llevar a cabo un trabajo colaborativo mediante la red social en foros y blog (Figura 5).

#### *Actividad de los coches en movimiento*

En esta actividad se explora el movimiento lineal con velocidad constante; el objetivo es construir un modelo matemático. El movimiento rectilíneo uniforme conlleva una gran riqueza de ideas matemáticas para ser exploradas y experimentadas por los estudiantes, además de ser un fenómeno real. Para esta actividad también usamos el ambiente Modellus. Las tareas en esta actividad son de dos tipos: exploraciones iniciales propuestas por el profesor y exploraciones abiertas propuestas por los estudiantes. El primer grupo de tareas pretende proveer a los estudiantes con la intuición de lo que significa el movimiento rectilíneo uniforme con velocidad constante; de esta forma se plantean diversas situaciones: una primera situación se da cuando se plantea a los estudiantes que construyan un modelo matemático en Modellus (ver figura 6), con dos vehículos en movimiento que inician su viaje al mismo tiempo pero con diferentes velocidades (por ejemplo el primer coche tiene una velocidad de 5 km/hr, mientras que el segundo coche tiene una velocidad de 7 km/hr).



Figura 6. Exploración del movimiento de 2 vehículos mediante el software Modellus

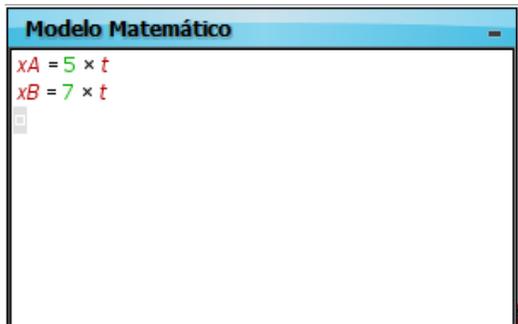


Figura 7. Definiendo las ecuaciones matemáticas de la distancia alcanzada por cada vehículo

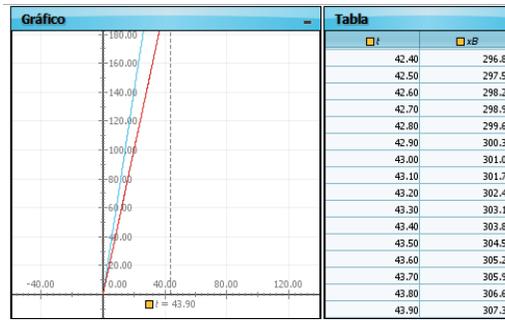


Figura 8. Gráfica y tabla de la distancia alcanzada en función del tiempo

Los estudiantes pueden definir realizar diversas exploraciones: encontrar el tiempo en el cual los vehículos estarán separados, por ejemplo 80 kms; al respecto pueden usar diversas herramientas de Modellus (ver figuras 8 y 9).

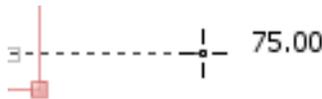


Figura 9. Herramienta para medir distancias

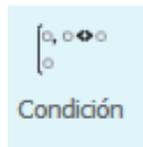


Figura 10. Herramienta para una función por partes

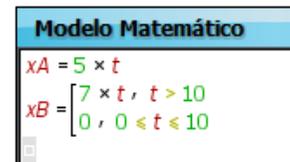


Figura 11. Distancia definida por partes

El segundo grupo de actividades son propuestas por los estudiantes,; por ejemplo: Dada una gráfica encontrar las ecuaciones asociadas; o, viceversa, si se dan las ecuaciones describir una situación.

### Metodología de Análisis de los Resultados

Una de las aproximaciones para el análisis de datos se basa en el enfoque documental propuesto por Gueudet y Trouche (2009) quienes proponen el análisis de documentos considerando los siguientes componentes: el componente material (los conceptos y actividades involucrados en el estudio) y el componente dialéctico (que incluye la organización y la planeación de la actividad). En nuestro caso, hemos llevado a cabo un análisis documental utilizando las contribuciones de los participantes en la plataforma virtual, tales como: comentarios en foros, mensajes, entrevistas escritas, blogs, desarrollo de objetos computacionales o códigos y enfoques a los diversos problemas, entre otros.

### Ejemplos de Algunos Resultados

Como ya se ha descrito en Olivera, Sacristán y Pretelín (2013), en las actividades se ha logrado una colaboración virtual bastante dinámica entre los participantes.

Por ejemplo, en el caso de la actividad de los vehículos en movimiento, aunque ese grupo tuvo dificultades iniciales para trabajar de forma colaborativa, conforme ha pasado el tiempo han comenzado a discutir los elementos de un modelo matemático: variables y ecuaciones; así como los conceptos de rapidez y velocidad, tanto en su significado como en la interpretación de sus gráficas. También han comenzado a proponer nuevas actividades: Un estudiante propuso un modelo del costo de un taxi, con variables como distancia,

tiempo y costo; esto ha llevado a discusiones entre los miembros. También ha empezado a surgir una reflexión y discusión colectiva sobre los conceptos involucrados en las actividades

En el caso de la actividad de la caída libre, inicialmente hubieron especies de lluvia de ideas donde cada participante expresó su opinión aportando ideas de cómo atacar el problema planteado. En esa actividad, en particular, hubo toda una discusión de la escala de los objetos en el video analizado (ver Olivera, Sacristán y Pretelín, 2013 para detalles de esto). También, en el caso del análisis de videos en la Luna, hubo un intercambio de si usando los saltos de los astronautas se podía ver caída libre, ya que algunos estudiantes argumentan que no es caída libre ya que al ser un salto hay una fuerza inicial que está involucrada (ver figura 12), y que en realidad se trata de un tiro parabólico. En relación a esto último, resulta interesante que un estudiante que inicialmente había argumentado a favor de que el video sí representaba una caída libre, ahora proponía que se trata de un tiro parabólico y propuso un modelo (ver figura 13).

<p><b>Manuel</b>              INGRESÓ: 24/06/2012            [POSTCOUNT] MENSAJES</p>	<p>Re: Otras exploraciones de la caída libre</p> <p> <input type="button" value="SEPARAR"/> <input type="button" value="ELIMINAR"/> <input type="button" value="PM"/> <input type="button" value="Editar"/> <input type="button" value="CITAR"/> <input type="button" value="RESPONDER"/></p> <p>el video no es de caída libre porque hay un salto, o sea hay una fuerza de empuje</p>
<p><b>Felipe</b>              INGRESÓ: 07/01/2013            [POSTCOUNT] MENSAJES</p>	<p>Re: Otras exploraciones de la caída libre</p> <p> <input type="button" value="SEPARAR"/> <input type="button" value="ELIMINAR"/> <input type="button" value="PM"/> <input type="button" value="Editar"/> <input type="button" value="CITAR"/> <input type="button" value="RESPONDER"/></p> <p>no es caída libre porque no va de bajada para subir se impulso, no es que baya sólo cayendo.</p>
<p><b>Beatriz</b>              INGRESÓ: 07/01/2013            [POSTCOUNT] MENSAJES</p>	<p>Re: Otras exploraciones de la caída libre</p> <p> <input type="button" value="SEPARAR"/> <input type="button" value="ELIMINAR"/> <input type="button" value="PM"/> <input type="button" value="Editar"/> <input type="button" value="CITAR"/> <input type="button" value="RESPONDER"/></p> <p>según las formulas de la fisica hay una fuerza inicial que es contrarestada por la gravedad</p>

Figura 12. Discusión en el foro sobre si el video en la Luna representa caída libre

<p><b>Puentes</b>              INGRESÓ: 07/01/2013            [POSTCOUNT] MENSAJES</p>	<p>opino qu</p> <p> <input type="button" value="SEPARAR"/> <input type="button" value="ELIMINAR"/> <input type="button" value="PM"/> <input type="button" value="Editar"/> <input type="button" value="CITAR"/> <input type="button" value="RESPONDER"/></p> <p>opino que es un tiro parabolico:</p> <p>El movimiento parabolico, o como se le llama tambien movimiento de dos dimensiones, se puede dividir en un movimiento horizontal y vertical.</p> <p>Tu antes de estudiar movimiento parabolico, debes haber estudiado MRU, MRUV, y caída libre. Entonces, el movimiento horizontal de un movimiento parabolico, es simplemente, el movimiento rectilineo uniforme, ya que se desprecia la perdida de velocidad por rozamiento en el aire.</p> <p>Mov. Horizontal = MRU</p> <p>y el movimiento vertical es un movimiento de caída libre.</p>
---	--

Figura 13. Extracto de la propuesta de un alumno de que el video representa un tiro parabólico (la propuesta completa incluye todo un desarrollo no dado aquí)

Esto a su vez generó toda una larga discusión y trabajo colaborativo al respecto entre los participantes, tanto para generar el modelo como para encontrar la constante de gravedad.

Por ejemplo, otra estudiante recordó el significado de las variables involucradas en tiro parabólico (Figura 14).

Re: Otras exploraciones de la caída libre

Las ecuaciones del movimiento, resultado de la composición de un movimiento uniforme a lo largo del eje X, y de un movimiento uniformemente acelerado a lo largo del eje Y, son las siguientes:

$$\begin{aligned} a_x &= 0 & v_x &= v_0 \cdot \cos \theta_0 & x &= v_0 \cdot \cos \theta_0 \cdot t \\ a_y &= -g & v_y &= v_0 \cdot \sin \theta_0 - g \cdot t & y &= v_0 \cdot \sin \theta_0 \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2 \end{aligned}$$

el tiro parabólico tiene 2 desplazamientos: horizontal x vertical y

el ángulo es el ángulo con que se dispara

$v_x$  es la velocidad horizontal,  $v_y$  es la velocidad vertical

$x$  es el desplazamiento horizontal

$y$  es el desplazamiento vertical

Figura 14. Una estudiante recuerda los elementos involucrados en un tiro parabólico.

Finalmente, con ayuda unos de otros, los participantes lograron encontrar la constante de gravedad en la Luna, utilizando los recursos disponibles (tal como Modellus – ver figura 15) para (incluso con tanteo para que coincida con el video) probar y adaptar sus propuestas.

Re: Otras exploraciones de la caída libre

probando con modellus hice esto:

Modellus - D:\Salto Luna\Luna1.mdl

Animación 1

Gráfica 1

Control

Valores reales

caso 1 caso 2

Figura 15. Una estudiante comparte su modelo en Modellus para la constante gravitacional en la Luna

### Conclusiones

De esta manera, hemos observado que los participantes se han involucrado en una dinámica de discusión y colaboración colectiva virtuales, a partir de las cuales han surgido nuevos conocimientos y significados. Cuando se cometen errores, éste sirve de oportunidad para

tener intercambios ricos que ayudan al aprendizaje y que aportan nuevas ideas. Durante las discusiones, algunos estudiantes han reflexionado profundamente sobre los resultados y el razonamiento de sus compañeros. Así pues, la tecnología ha servido, en primer lugar, como un instrumento de comunicación, a través principalmente de los foros. Al mismo tiempo, a través de las diversas herramientas digitales (como los videos, la regla virtual, el software como Modellus, etc.), la tecnología es un medio de exploración de la situación y de las ideas matemáticas que permite verificar las propuestas de modelos y soluciones y hacer los ajustes necesarios.

### **Referencias bibliográficas**

- Aris, R. (1994). *Mathematical modelling techniques*. NY: Dover.
- Crook, C. (1998). *Ordenadores y aprendizaje colaborativo*. Madrid: Morata.
- Epstein, J. M. (2008). Why Model? *Journal of Artificial Societies and Social Simulation* 11(4)12 Recuperado de <http://jasss.soc.surrey.ac.uk/11/4/12.html>.
- Gueudet, G., & Trouche, L. (2009). Towards new documentation systems for mathematics teachers?, *Educational Studies in Mathematics*, 71 (3), 199-218.
- Hitt, F. (2003). Una Reflexión sobre la construcción de conceptos matemáticos en ambientes de programación con tecnología. *Boletín de la Asociación Matemática Venezolana*, 10(2), 213-223.
- Johnson, D. W. & Johnson, F. P. (1997). *Joining together: group theory and group skills* (6th ed.). Boston: Allyn & Bacon.
- Lesh, R. & Doerr, H. M. (2003). Foundations of models and modeling perspectives on mathematics teaching, learning, and problem solving. In R. Lesh & H. Doerr (Eds.), *Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching* (pp. 3-33). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Lesh, R., & Doerr, H. (2000). Symbolizing, communicating, and mathematizing: Key components of models and modeling. In P. Cobb, E. Yackel, & K. McClain (Eds.), *Symbolizing and communicating in mathematics classrooms: Perspectives on discourse, tools, and instructional design* (pp. 361-384). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Lucero, M. (2003). Entre el trabajo colaborativo y el aprendizaje colaborativo. *Revista Iberoamericana de Educación, sección lectores*. Recuperado de <http://www.rieoei.org/deloslectores/528Lucero.PDF>.
- Matos, J. F., Alves, A. S., Rodrigues, C., Sousa, J. C., Dos Santos, M. P., Félix, P., Ramos, V. (2003). Cultivating communities of practice within project weblabs. *Challenges 2003: III International Conference about Communication and Information Technologies on Education*. Recuperado de [http://www.lkl.ac.uk/kscope/weblabs/papers/Paper\\_Challenges03\\_portugal.pdf](http://www.lkl.ac.uk/kscope/weblabs/papers/Paper_Challenges03_portugal.pdf)
- Mousoulides, N., & Philippou, G. (2005). Developing New Representations and Mathematical Models in a Computational Learning Environment. En M. Bosch (Ed.), *Proc. 4th Conf. of the European Society for Research in Mathematics*

- Education - CERME 4* (pp. 1061-1070). Barcelona: FUNDEMI IQS, Universitat Ramon Llull
- Noss, R. & Hoyles, C. (1996). *Windows on Mathematical Meanings: Learning Cultures and Computers*. Dordrecht: Kluwer Academic.
- Olivera, M. A., Sacristán, A. I. & Pretelín-Ricárdez (2013). Mathematical learning derived from virtual collaboration, exploration and discussion of free-fall videos, amongst continuing education students. En E. Faggiano & A. Montone (Eds.), *11th International Conference on Technology in Mathematics Teaching* (pp. 232-237). Bari, Italia: University of Bari.
- Papert, S. & Harel, I. (1991). Situating constructionism. En I. Harel & S. Papert (Eds.), *Constructionism*. N.J.: Ablex Publishing Corporation.
- Papert, S. (1972). Teaching children to be mathematicians versus teaching about mathematics. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 3(3), 249-262.
- Sacristán, A. I., Calder, N., Rojano, T., Santos-Trigo, M., Friedlander, A., Meissner, H. (2010). The Influence and Shaping of Digital Technologies on the Learning–and Learning Trajectories–of Mathematical Concepts. In C. Hoyles & J. Lagrange (Eds.), *Mathematics Education and Technology-Rethinking the Terrain. The 17th ICMI Study* (pp. 179-226). NJ: Springer.
- Siemens, G. (2005). Connectivism: Learning as Network Creation. *e-Learning Space.org website*. <http://www.elearnspace.org/Articles/networks.htm> recuperado el 25 de agosto de 2014.
- Simon, M. (1995). Reconstructing mathematics pedagogy from a constructivist perspective. *Journal for Research in Mathematics Education* 26, 114-145.
- Simpson, G., Hoyles, C., & Noss, R. (2005). Designing a programming--based approach for modelling scientific phenomena. *Journal of Computer Assisted Learning*, 21(2), 143-158. Recuperado 17 de marzo, 2012, de <http://www.lkl.ac.uk/kscope/weblabs/theory.htm>
- Wenger, E. (1998). *Communities of Practice: Learning, Meaning, and Identity*. Cambridge: Cambridge University.