



# REVISTA ELECTRÓNICA AMIUTEM

<https://revista.amiutem.edu.mx>

Publicación periódica de la Asociación Mexicana de Investigadores  
del Uso de Tecnología en Educación Matemática

Volumen XI      Número 2      Fecha: Julio-Diciembre de 2023  
ISSN: 2395-955X

## Directorio

**Rafael Pantoja R.**

Director

**Eréndira Núñez P.**

**Lilia López V.**

Sección: Artículos de  
investigación

**Elena Nesterova**

**Alicia López B.**

**Verónica Vargas Alejo**

Sección: Experiencias

Docentes

**Esnel Pérez H.**

**Armando López Z.**

Sección: GeoGebra

## MODELACIÓN MATEMÁTICA Y USO DE TECNOLOGÍA BAJO UNA PERSPECTIVA STEM

Fernando Hitt

ferhitt@yahoo.com

UQAM, Quebec, Canadá. Universidad de La Laguna, Tenerife, España

Para citar este artículo:

Hitt, F. (2023). Modelación matemática y uso de tecnología bajo una perspectiva STEM. *REVISTA ELECTRÓNICA AMIUTEM*, XI (1), 1-16.

REVISTA ELECTRÓNICA AMIUTEM, Año XI, No. 2, julio-diciembre de 2023, Publicación semestral editada por la Asociación Mexicana de Investigadores del Uso de Tecnología en Educación Matemática A.C Universidad de Guadalajara, CUCEI, Departamento de Matemáticas, Matemática Educativa. B. M. García Barragán 1421, Edificio V Tercer nivel al fondo, Guadalajara, Jal., S.R. CP 44430, Tel. (33) 13785900 extensión 27759. Correo electrónico: rafael.prangel@academicos.udg.mx. Dirección electrónica: <http://revista.amiutem.edu.mx/>. Editor responsable: Dr. Rafael Pantoja Rangel. Reserva derechos exclusivos No. 042014052618474600203, ISSN: 2395.955X, ambos otorgados por el Instituto Nacional de Derechos de Autor. Responsable de la última actualización de este número, Asociación Mexicana de Investigadores del Uso de Tecnología en Educación Matemática A.C., Antonio de Mendoza No. 1153, Col. Ventura Puente, Morelia Michoacán, C.P. 58020, fecha de última modificación, 10 de julio de 2016. Las opiniones expresadas en los artículos firmados es responsabilidad del autor. Se autoriza la reproducción total o parcial de los contenidos e imágenes siempre y cuando se cite la fuente y no sea con fines de lucro. No nos hacemos responsables por textos no solicitados.

## MODELACIÓN MATEMÁTICA Y USO DE TECNOLOGÍA BAJO UNA PERSPECTIVA STEM

Fernando Hitt<sup>1</sup>

ferhitt@yahoo.com

UQAM, Quebec, Canadá. Universidad de La Laguna, Tenerife, España

### Resumen

El proyecto STEM (Science, Technology, Engineering, Mathematics), nació a finales del siglo XX, cuyo principal objetivo es la unificación de las ciencias. El proyecto es muy ambicioso ya que no solo se realiza un cambio curricular en el área de matemáticas, sino en todas las áreas de la ciencia; solicitando al profesor ligado a este cambio, una cultura amplia desde el punto de vista científico. De acuerdo con English (2015), en Australia se cuenta con varias generaciones de ingenieros STEM; sin embargo, desde su punto de vista, ella considera que en la formación del nuevo ingeniero, la matemática juega un papel secundario, exclusivamente de corte utilitario. Con esto ella quiere decir que el aprendizaje no es conceptual, sino procedimental. Así, si la modelación matemática es uno de los aspectos más fuertes en la formación de conceptos, ella juega un papel secundario en el proyecto STEM y para los didactas de la matemática no es adecuado.

**Palabras clave:** STEM, Modelación, Situación problema, ACODESA

### Abstract

The STEM (Science, Technology, Engineering, Mathematics) project was born at the end of the 20th century, whose main objective is the unification of the sciences. The project is very ambitious since not only a curricular change is made in the area of mathematics, but in all areas of science; requesting the teacher linked to this change, a broad culture from the scientific point of view. According to English (2015), in Australia there are several generations of STEM engineers; however, from her point of view, she considers that in the training of the new engineer, mathematics plays a secondary role, exclusively of a utilitarian nature. By this she means that learning is not conceptual, but procedural. Thus, if mathematical modeling is one of the strongest aspects in the formation of concepts, it plays a secondary role in the STEM project and is not adequate for mathematics teachers.

**Keywords:** STEM, Modeling, Problem Situation, ACODESA

### Introducción

El proyecto STEM (*Science, Technology, Engineering, Mathematics*), nació a finales del siglo XX, cuyo principal objetivo es la unificación de las ciencias. El proyecto es muy ambicioso ya que no solo se realiza un cambio curricular en el área de matemáticas, sino en todas las áreas de la ciencia; solicitando al profesor ligado a este cambio, una cultura amplia desde el punto de vista científico. De acuerdo con English (2015), en Australia se cuenta con varias generaciones de ingenieros STEM, sin embargo, desde su punto de vista, ella considera que en la formación del nuevo ingeniero, la matemática juega un papel secundario, exclusivamente de corte utilitario. Con esto ella quiere decir que el aprendizaje no es conceptual, sino procedimental. Así, si la modelación matemática es uno de los aspectos más

---

<sup>1</sup> Miembro del grupo TEMA de la UQAM.

fuertes en la formación de conceptos, ella juega un papel secundario en el proyecto STEM y para los didactas de la matemática no es adecuado.

La modelación matemática puede jugar un papel importante en, por ejemplo, el descubrimiento de algoritmos. Según Brousseau (1997), un algoritmo dada su eficiencia esconde los procesos cognitivos que le dieron vida. En un proceso de redescubrimiento guiado (Freudenthal, 1991; Mason, 1996) utilizando un método de enseñanza ACODESA (Cortés & Hitt 2012; Cortés, Hitt & Saboya, 2014, 2016; Hitt, Saboya y Cortés, 2017; Hitt y Quiroz, 2019), es posible de promover el descubrimiento. Este a su vez promueve el aprendizaje del concepto de variable, concepto central en las matemáticas superiores (Schoenfeld & Arcavi, 1988).

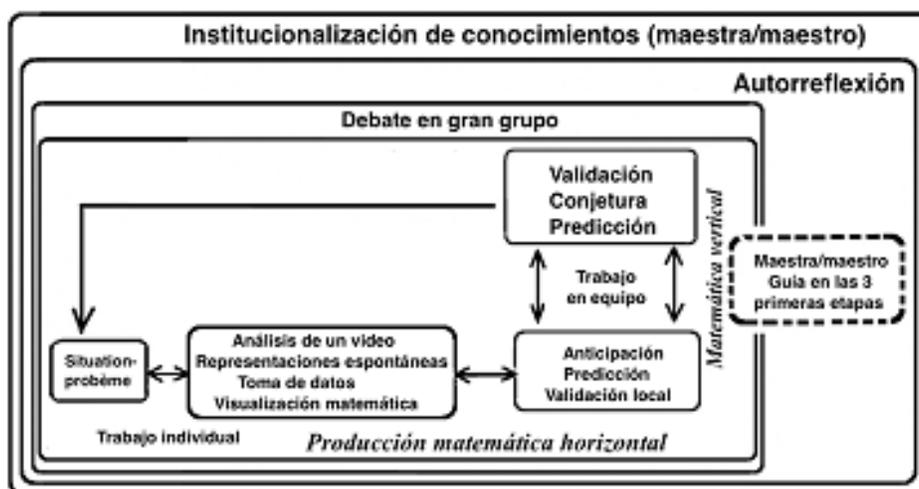
La modelación matemática es fundamental en el aprendizaje de las ciencias (Blum et al. (2007). La modelación o proceso de modelado, consiste en interpretar un fenómeno físico, económico, etc. en términos matemáticos. Ello nos permite reflexionar sobre el fenómeno en estudio sin necesidad de repetirlo.

**Modelación matemática de un fenómeno**

Iniciamos con la idea general de lo que queremos decir con modelación matemática. Entendemos como proceso de modelación matemática el conjunto de acciones para la producción de una explicación científica de un fenómeno en estudio. La situación en estudio promueve la emergencia de representaciones espontáneas que no son necesariamente institucionales pero que, a la larga, nuestras acciones y producciones de las representaciones se refinan para explicar el fenómeno a través de un modelo en términos de un sistema oficial con representaciones institucionales. Este proceso de modelado conlleva a delimitar un conjunto de variables ligadas al fenómeno de estudio, y a la producción de explicaciones en términos de las variables seleccionadas.

El modelado nos brinda la posibilidad de desarrollar el pensamiento matemático y es útil para la comunidad en la que vivimos, especialmente para el progreso científico y tecnológico. En nuestro caso, bajo una enseñanza con el método ACODESA, podemos seguir el esquema mostrado en la figura 1.

Figura 1. Esquema ACODESA

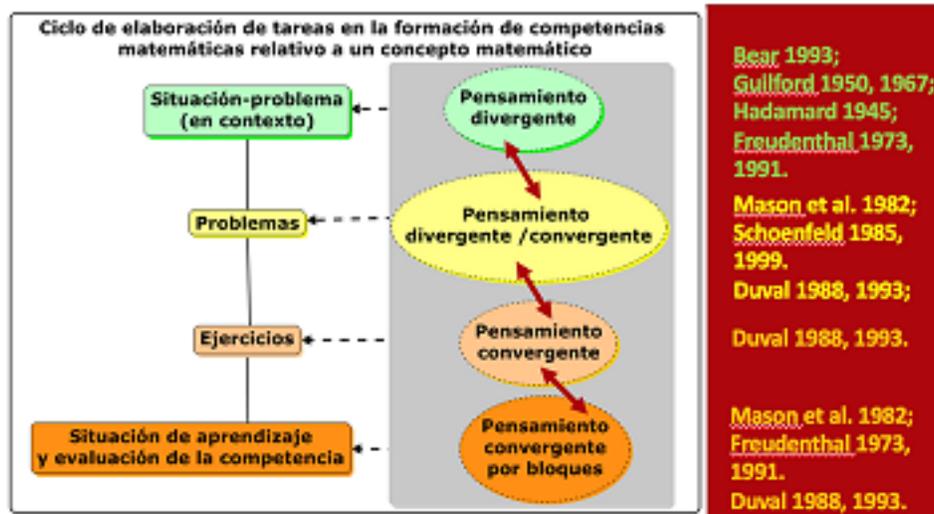


En este esquema hacemos alusión al trabajo de Freudenthal (1991) sobre una matemática horizontal, que en nuestro caso se refiere a la 1ª etapa de ACODESA (trabajo individual), y poco a poco, en un trabajo en equipo, emerge de manera natural la matemática vertical (Freudenthal, 1991). A este proceso se le añade el modelo de Mason (1996) de un aprendizaje en espiral. Así, poco a poco se va constituyendo una estructura cognitiva como una red que integra más conocimiento y promueve la construcción de conceptos.

Como estamos interesados en un acercamiento por competencias, es necesaria una planificación de las actividades, en una secuencia como la siguiente y que se resume en la figura 2:

- 1°. Una situación de investigación que promueve un pensamiento divergente (trabajo en equipo, siguiendo un método de enseñanza ACODESA),
- 2°. Un problema que promueve un pensamiento divergente/convergente (trabajo en equipo, siguiendo un método de enseñanza ACODESA),
- 3°. Una serie de ejercicios que estabilizan el conocimiento a través del pensamiento convergente (trabajo individual),
- 4°. Una evaluación que permite medir el nivel de competencia del alumno (trabajo individual).

Figura 2. Resumen de la secuencia



A continuación, proponemos una serie de actividades que promueven de manera integral, una matemática horizontal y vertical en un aprendizaje en espiral (nosotros lo designamos como el acercamiento Freudenthal'Mason):

Veamos un ejemplo concreto sobre el concepto de variable, covariación entre variables y el de función.

- 1°. La gran copa (pensamiento divergente),
- 2°. El problema de las poleas del marqués de l'Hôpital (pensamiento convergente),
- 3°. Ejercicios sobre el llenado de recipientes (reforzamiento del pensamiento convergente) y
- 4°. Evaluación en el llenado de recipientes (evaluación de la competencia).

**1°. Iniciamos con la actividad de la gran copa. La situación es la siguiente (pensamiento divergente).**

## Situación de investigación: La gran copa

### Página 1

Nombre del alumno:

\_\_\_\_\_

Nombre de los miembros del equipo:

\_\_\_\_\_

Fecha: \_\_\_\_\_

### Instrucciones:

- Para la actividad individual, utiliza una pluma azul.
- Para el trabajo en equipo, si modificas tu respuesta, utiliza una pluma roja.
- En el trabajo en grupo, si modificas tu respuesta de nuevo, utiliza una pluma verde.

### La gran copa



### Página 2 – Situación y trabajo individual

Se cuenta con una gran copa y queremos llenarla de líquido. En este contexto, se ha abierto la llave de agua y el flujo de la cantidad de agua que sale de la llave es constante.



1) Después de analizar el video, realizar una lista de las variables en juego.

Listado de variables:

2) Listado de parejas de variables (una variable independiente y una variable dependiente) para un análisis covariacional:

- 3) Realizar un análisis de las variables seleccionadas utilizando Tracker para la toma de datos. Prepararse para la discusión con sus miembros de equipo.

**Página 3 – Trabajo en equipo**

- 4) Discutir con tus compañeros sobre las variables seleccionadas y la manera de extraer los datos (incluyendo la posición de los ejes).
- 5) Decidir cómo analizar la nube de puntos (en GeoGebra) de cada pareja de variables seleccionadas con la finalidad de proponer un modelo.

**Página 4 – Proceso de institucionalización realizado por el profesor o profesora**

El profesor o profesora efectúa un análisis de la producción de los alumnos, acentuando los procesos de evolución de las representaciones espontáneas de los alumnos y su acercamiento en sus procesos aritmético-algebraicos. En fin, el profesor o la profesora proporciona a los estudiantes los procesos aritméticos y algebraicos, en tanto que procesos de generalización basados en las representaciones espontáneas de los alumnos, y llegando al modelo matemático institucional.

**2º. Problema: Las poleas de l'Hôpital (hacia un pensamiento convergente)**

**Página 1**

**Nombre del alumno:**

\_\_\_\_\_

**Nombre de los miembros del equipo:**

\_\_\_\_\_

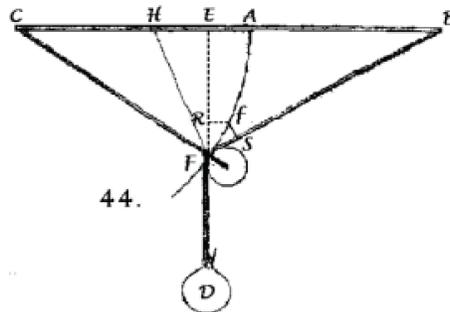
\_\_\_\_\_

**Fecha:** \_\_\_\_\_

**Instrucciones:**

- Para la actividad individual, utiliza una pluma azul.
- Para el trabajo en equipo, si modificas tu respuesta, utiliza una pluma roja.
- En el trabajo en grupo, si modificas tu respuesta de nuevo, utiliza una pluma verde.

**Las poleas de l'Hôpital**

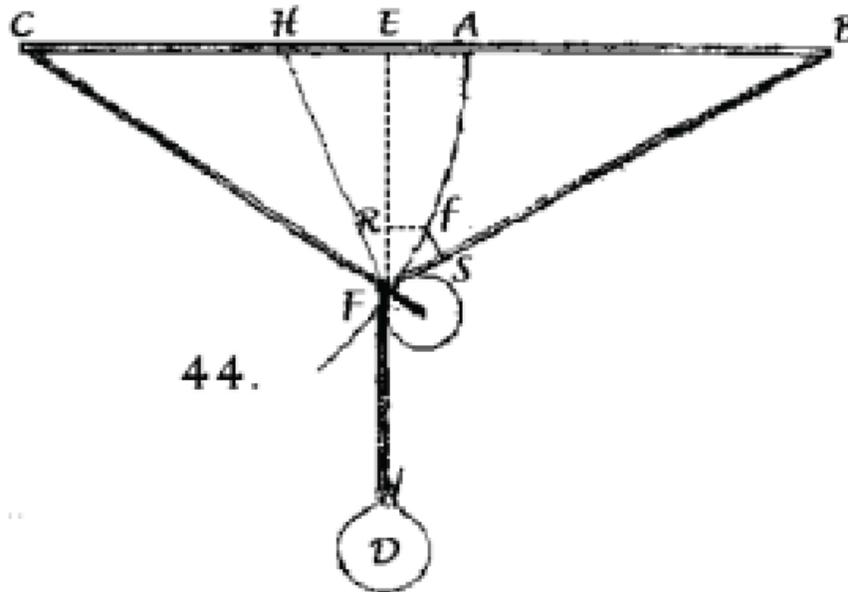


### Página 2 – Descripción del problema y trabajo individual

El problema de la polea. En 1696, el marqués de L'Hôpital publicó el primer libro de cálculo: “Analyse des infiniment petits”. Presentamos un problema de ese libro (páginas 51-52):

“Permita que una polea F cuelgue libremente del extremo de una cuerda CF unida en C, con un plomo D suspendido por la cuerda DFB que pasa por encima de la polea F, y que está unida en B, de modo que los puntos C, B estén ubicados en la misma línea horizontal CB. Suponemos que la polea y las cuerdas no tienen gravedad; y se pregunta dónde debe terminar el plomo D.

Presentamos la figura utilizada por el el marqués de L'Hôpital:



- 1) Después de analizar el fenómeno con material ad hoc, determinar las variables en juego, que permita proporcionar una respuesta al problema. Se sugiere un primer acercamiento con los datos: Barra CB de un metro, cuerda CF de 40 cm, cuerda DFB de un metro.

Listado de variables (una variable independiente y una variable dependiente) para un análisis covariacional:

- 2) Realizar un proceso de modelación para encontrar un modelo. Prepararse para la discusión con sus miembros de equipo.

**Página 3 – Trabajo en equipo**

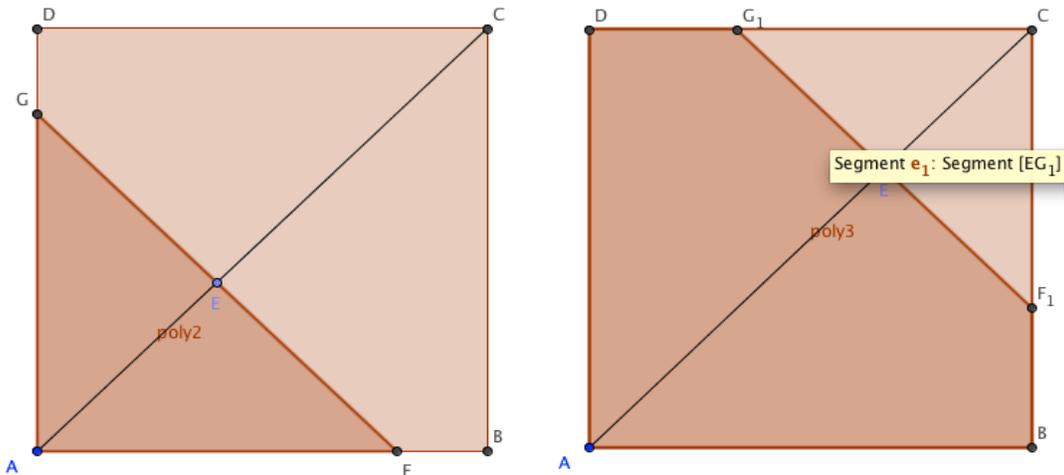
- 3) Discutir con tus compañeros sobre el proceso de modelación más adecuado.
  
- 4) Decidir cómo analizar la situación utilizando GeoGebra y que ello permita un acercamiento de control sobre el proceso algebraico realizado.

**Página 4 – Proceso de institucionalización realizado por el profesor o profesora**

El profesor o profesora efectúa un análisis de la producción de los alumnos, acentuando los procesos de evolución de las representaciones espontáneas de los alumnos y su acercamiento en sus procesos visuales y algebraicos. En fin, el profesor o la profesora proporciona a los estudiantes los procesos visuales y algebraicos en tanto que procesos de modelado basándose en las representaciones espontáneas de los alumnos, y llegando al modelo matemático institucional a través del uso adecuado de GeoGebra.

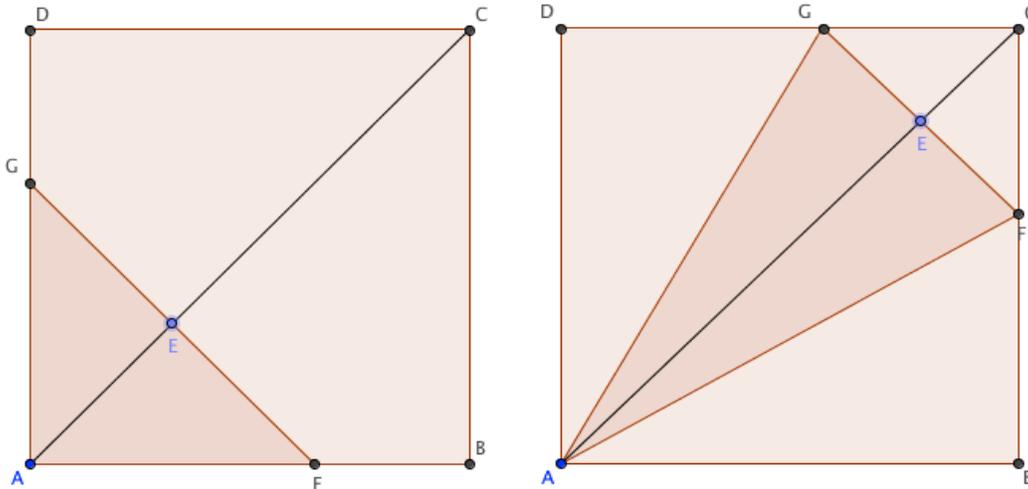
**1. Otro problema hacia un pensamiento convergente.**

Sea un cuadrado de área unitaria ABCD (lados de una unidad). Encuentra el área que se muestra en las figuras en función de  $\overline{AE}$  (expresión algebraica). El segmento  $\overline{FG}$  es perpendicular a  $\overline{AC}$ .



**Otro problema hacia un pensamiento convergente.**

Sea un cuadrado de área unitaria ABCD (lados de una unidad). Encuentra el área que se muestra en las figuras en función de  $\overline{AE}$  (expresión algebraica). El segmento  $\overline{FG}$  es perpendicular a  $\overline{AC}$ .



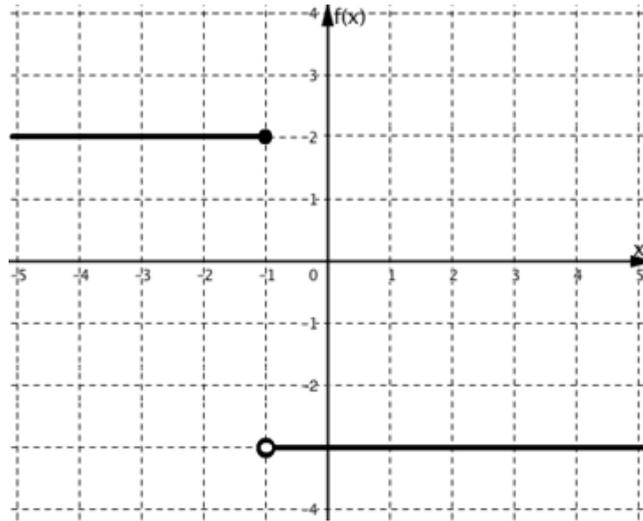
**3°. Ejercicios (reforzamiento del pensamiento convergente)**

**Página 1 – Ejercicios. Trabajo individual**

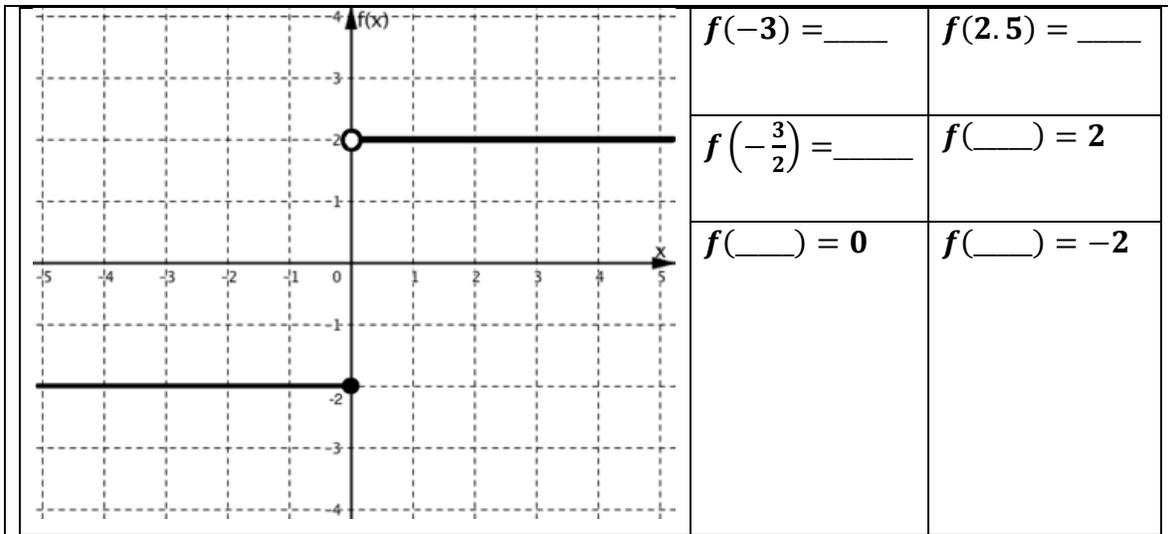
1) Dibujar la curva de la siguiente función:

$$f(x) = \begin{cases} -x - 1 & \text{si } x < -1 \\ 0 & \text{si } -1 \leq x < 0 \\ x^2 & \text{si } 0 \leq x \end{cases}$$

2) Presentamos la representación gráfica de una función de variable real. Encuentre la representación algebraica asociada con esta representación. Justifique su respuesta.



3) Dada la representación gráfica de la siguiente función de variable real, complete los espacios en blanco de los puntos a), b), c), d), e) y f).

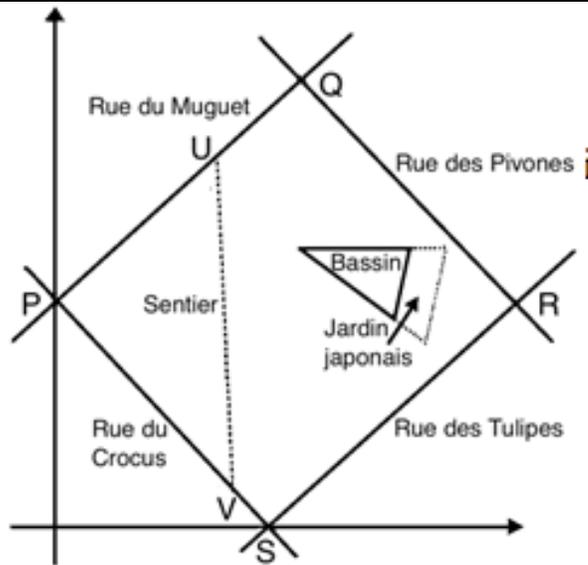


**4º. Situación de aprendizaje y de evaluación (ejemplo del MELS): El parque municipal**

La figura ofrece una visión general del parque, delimitado por 4 calles. Se tiene previsto comprar e instalar papeleras, un estanque (Bassin), un jardín japonés y dos tipos de lámparas de pie (tipo A y tipo B) para iluminar el camino (Sentier).

**EL PRESUPUESTO PARA EL DESARROLLO DEL PARQUE**

El municipio realizó un depósito a plazo hace 3 años, con un valor inicial de \$16,750.00 de inversión con una tasa de interés del 2,5% anual.



**CONTENEDORES DE RESIDUOS**

Los contenedores que se instalarán en este parque se dividen en tres secciones: una para la basura no reciclable, otra para los materiales reciclables y otra para los compostables.

- Se comprarán e instalarán 16 contenedores en el parque.

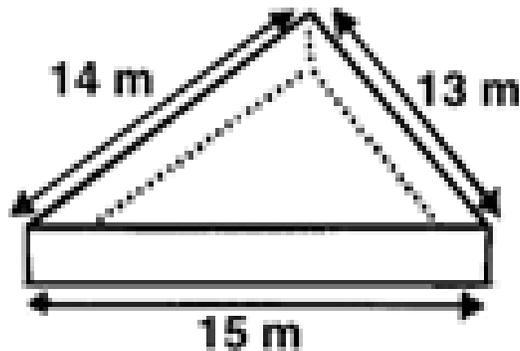
- El costo de los contenedores está representado por la función  $f$  que se describe a continuación. Donde  $x$ : número de contenedores comprados y  $f(x)$ : costo de los contenedores, en dólares canadienses.

$f(x) = 350x + 100$ si $x \in [0, 10[$	En donde
$f(x) = 350x + 50$ si $x \in [10, 25[$	$x$ : es el número de contenedores comprados.
$f(x) = 350x$ si $x \in [25, +\infty[$	$f(x)$ : es el costo de los contenedores, en dólares canadienses.

### EL ESTANQUE

Se creará un estanque para instalar plantas acuáticas.

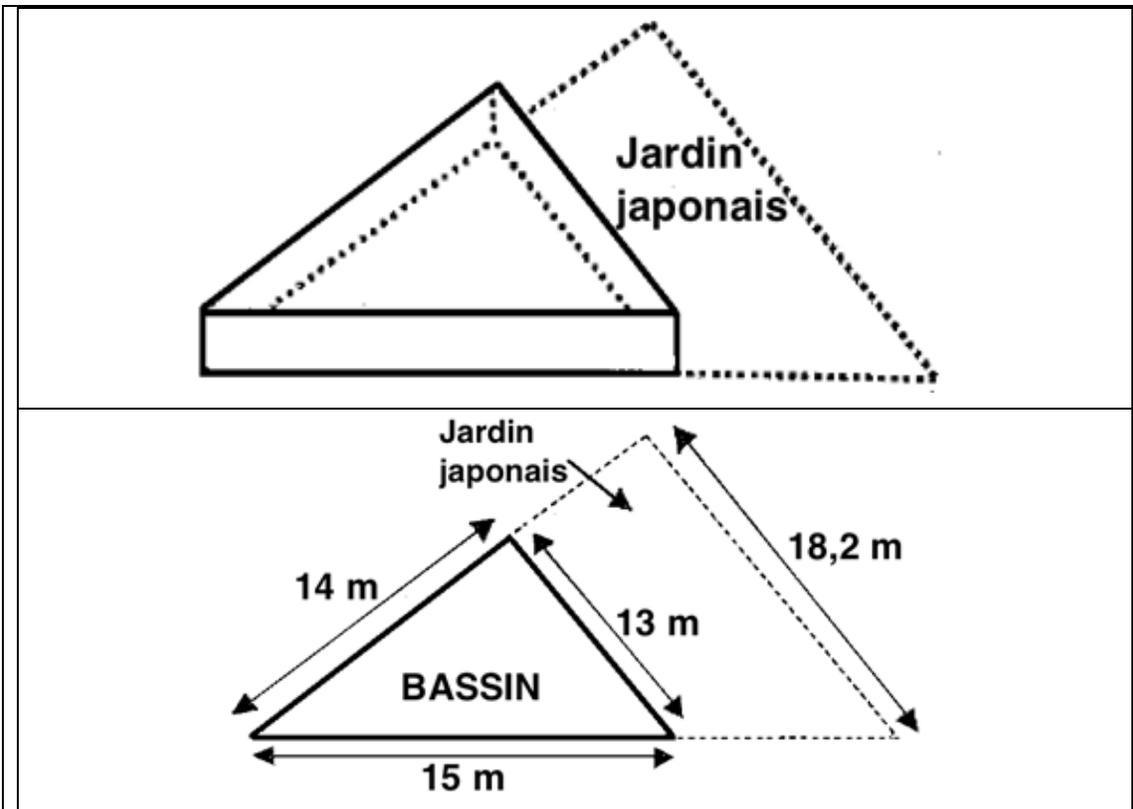
- El estanque tendrá la forma de un prisma recto de base triangular. Los lados de su base medirán 13m, 14m y 15m respectivamente.
- El costo del estanque es proporcional al área de su base. El costo es de \$21/m<sup>2</sup>.



### EL JARDÍN JAPONÉS

La figura de al lado muestra la vista inferior del estanque y el jardín japonés. El jardín japonés estará junto al estanque y se construirá agregando 3 piezas de borde decorativo.

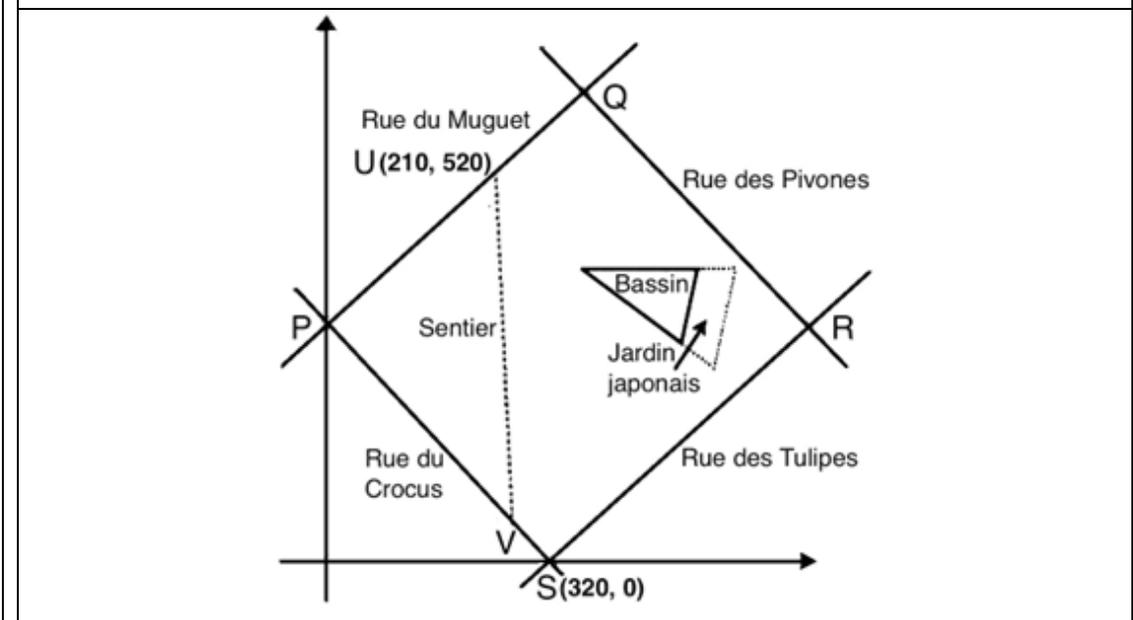
- Un lado lateral del estanque mide 14 m, y se prolongará 15 m mediante un borde decorativo.
- Un tercer trozo de borde será paralelo al lado del estanque que mide 13 m.
- El borde decorativo se vende al décimo de metro más cercano. Cuesta \$15/m.



**EL PARQUE**

El parque está delimitado por 4 calles. Se representa en el plano cartesiano opuesto por el rectángulo PQRS. Este plano está graduado en metros.

- La ecuación de la línea que representa la calle Crocus es  $3x + 4y - 960 = 0$ .
- El punto P es uno de los puntos en el eje y.



**EL CAMINO (SENTIER que atraviesa el parque)**

Queremos dibujar un camino recto que conecte los puntos U y V. El punto V es uno de los puntos del segmento PS. Se ubica en el 61/80 del segmento PS, partiendo de P.

**LÁMPARAS DE PIE A LO LARGO DEL SENDERO**

- Se instalarán luces de energía solar a lo largo del sendero representado por el segmento UV.
- Queremos instalar lámparas en un lado del sendero.
- Se debe instalar una lámpara en cada extremo del sendero.

La distancia entre dos lámparas consecutivas debe ser la misma a lo largo del camino. Debe ser de unos 6,19 m. Las luces tipo A cuestan \$100 cada una y las luces tipo B cuestan \$200 cada una. Sabiendo que: El costo del desarrollo no debe exceder el presupuesto asignado por el municipio.

**EL SENDERO**

- El proveedor entrega e instala los materiales sin cargo si el valor es mayor o igual a \$17,000.00
- El valor de los materiales destinados al desarrollo del parque debe permitir al municipio obtener la entrega e instalación de los materiales de forma gratuita.
- Debe proponer una cantidad de lámparas tipo A y una cantidad de lámparas tipo B para comprar.

Nota: Todos los costos indicados en el texto anterior incluyen impuestos.

**Conclusiones (A manera de reflexión)**

En este siglo se promueven las competencias matemáticas en donde una matemática en contexto es importante. Por otro lado, se intenta dirigir la enseñanza de manera a promover la integración de las ciencias.

La complejidad de esta tendencia radica en que la formación de profesores ha tenido un objetivo diferente en décadas pasadas y ello hace que el problema sea mayor en el aula, la cual intenta pasar del aula de matemáticas al aula de la enseñanza de las ciencias.

Para poner el problema más complejo, tenemos que los dirigentes de esas tendencias, por ejemplo, STEM, tienen poca información del punto de vista de los didactas de la matemática. Debemos hacer notar que la didáctica de las matemáticas es de las primeras en nacer en los años 70s del siglo pasado con el fracaso de la corriente “La Reforma de las Matemáticas Modernas”. Entonces, sus investigadores cuentan con más de medio siglo realizando investigación y promoviendo nuevas ideas en la enseñanza. Para el caso que nos ocupa, es la modelación matemática que está en el núcleo del aprendizaje de las ciencias.

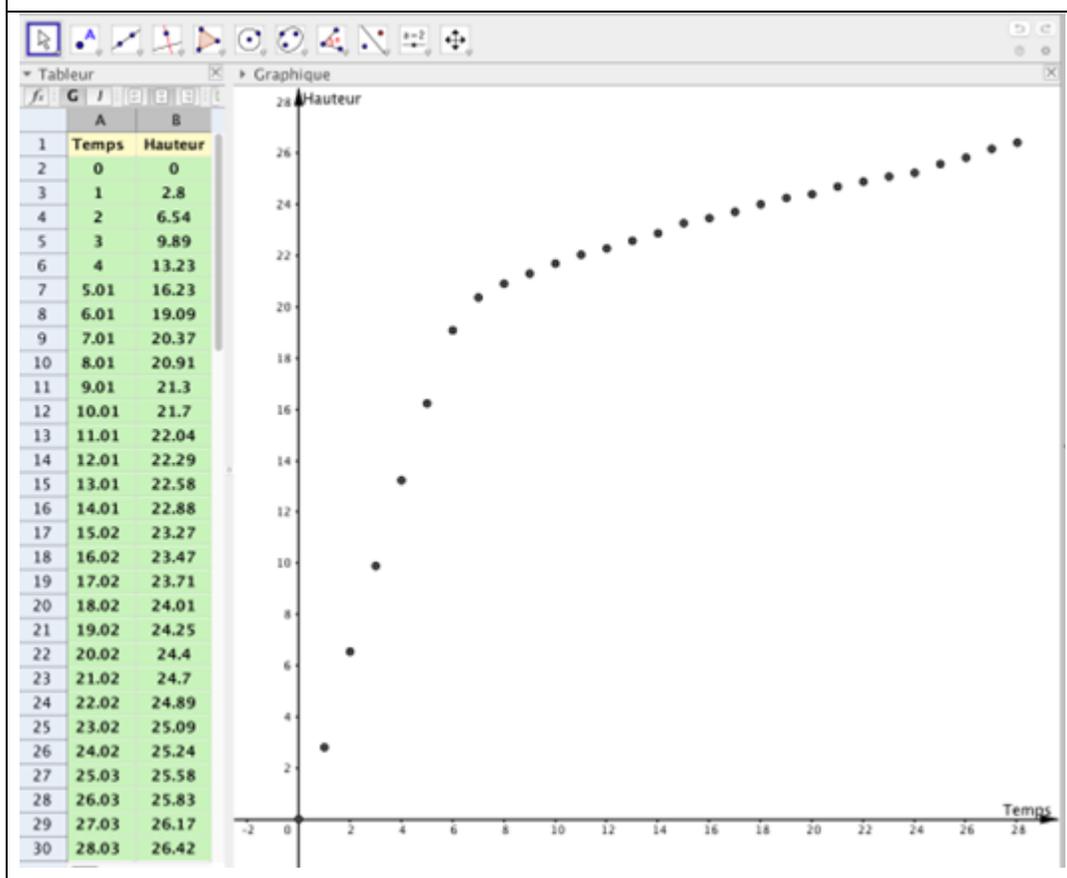
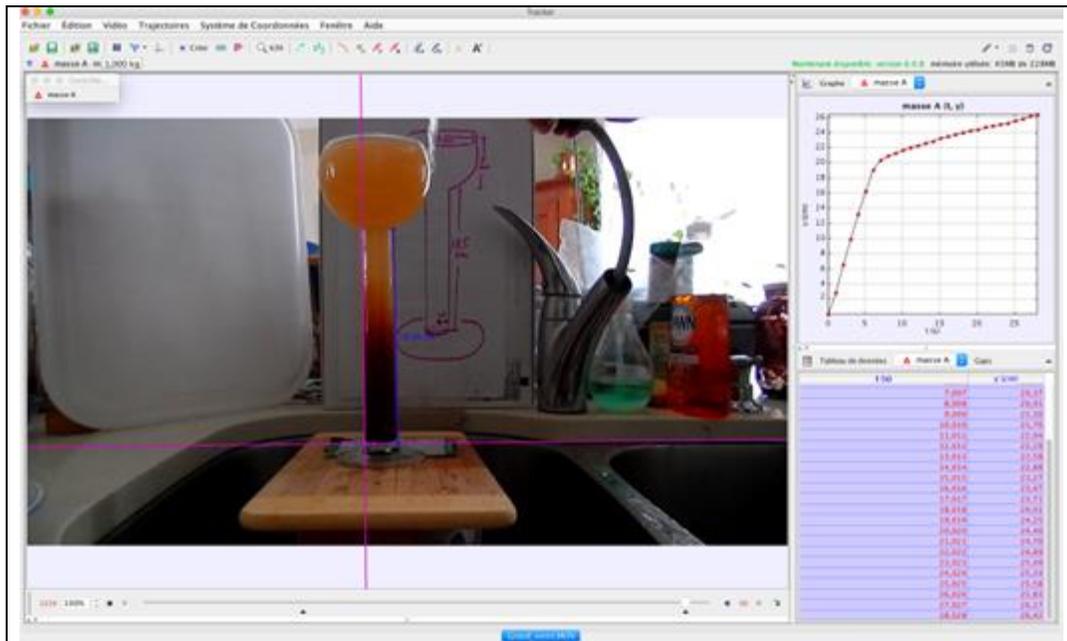
**Referencias**

Brousseau, G. (1997). *Theory of Didactical Situations in Mathematics*. 1970-1990, In Balacheff, N., Cooper, M., Sutherland, R. And Warfield, V. (Eds. and Trans.) Dordrecht: Kluwer.

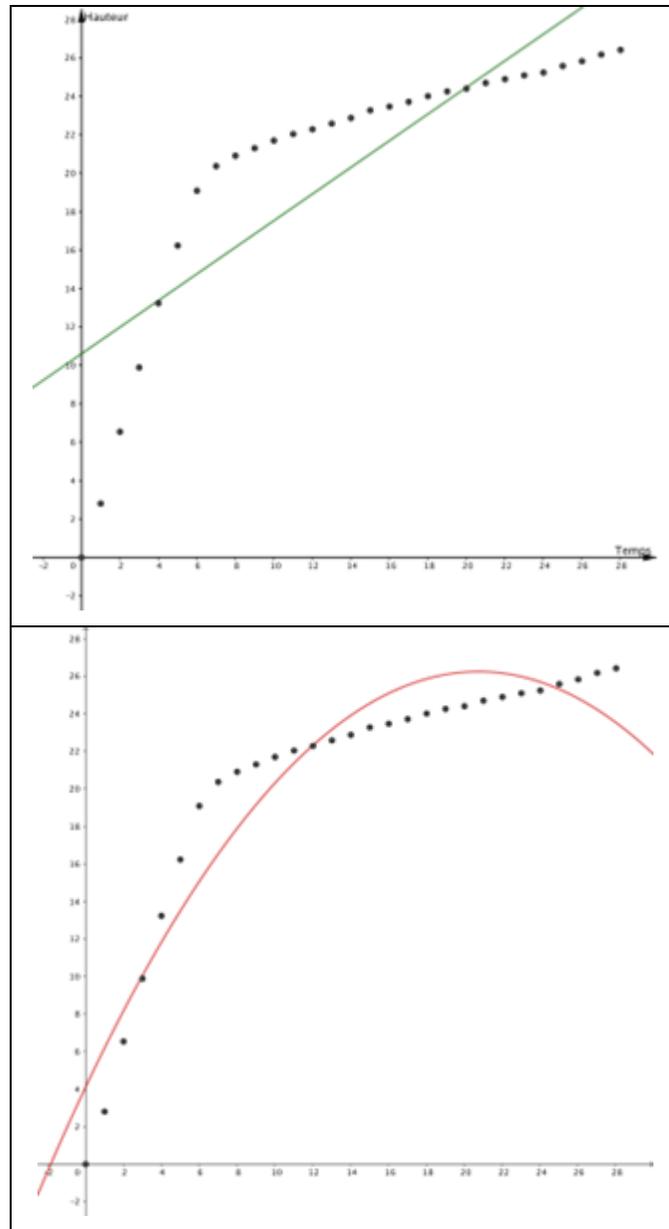
- Cortés C. & Hitt F. (2012). POLY. Applet pour la construction des nombres polygonaux. Producción interna. Morelia: UMSNH.
- Cortés C., Hitt F. & Saboya M. (2016). Pensamiento aritmético-algebraico a través de un espacio de trabajo matemático en un ambiente de papel, lápiz y tecnología en la escuela secundaria. *Bolema Río Claro (SP)*, 30(54), 240-264.
- Cortés J. C., Hitt F. y Saboya M. (2014). De la aritmética al álgebra: Números Triangulares, Tecnología y ACODESA. *REDIMAT*. 3(3), 220-252.  
<http://dx.doi.org/10.4471/redimat.2014.52>
- English L. (2015). STEM: challenges and opportunities for mathematics education. In K. Beswick, T. Muir & J. Welles (eds.), *Proceedings of PME39*, 1, 3-18, Hobart.
- English L. (2016). STEM education K-12: perspectives on integration. *International Journal of STEM Education*. Open access: DOI 10.1186/s40594-016-0036-1.
- Freudenthal, H. (1991). *Revisiting Mathematics Education*. Dordrecht: Kluwer.
- Hitt, F. y Quiroz, S. (2019). La enseñanza de las matemáticas en un medio sociocultural y tecnológico. En S. Quiroz, E. Nuñez, M. Saboya y J. L. Soto (Eds.), *Investigaciones teórico-prácticas sobre la modelación matemática en un medio tecnológico* (pp. 1-25). AMIUTEM.
- Hitt, F., Saboya, M. and Cortés C. (2017). Rupture or continuity: the arithmetico-algebraic thinking as an alternative in a modelling process in a paper and pencil and technology environment. *Educational Studies in Mathematics*, 94(1), 97-116. DOI 10.1007/s10649-016-9717-4. <http://dx.doi.org/10.4471/redimat.2014.52>
- Mason, J. (1989). Mathematical abstraction as the result of a delicate shift of attention. *For the learning of mathematics*, 9(2), 2-8.
- Mason, J. (1996). Expressing generality and roots of algebra. In N. Bernarz, C. Kieran, & L. Lee (Eds.), *Approaches to algebra: Perspectives for research and teaching* (pp. 65-86). Dordrech: Kluwer Academic Publishers.
- Schoenfeld, A. & Arcavi, A. (1988). On the meaning of variable. *Mathematics Teacher*, 420-427.

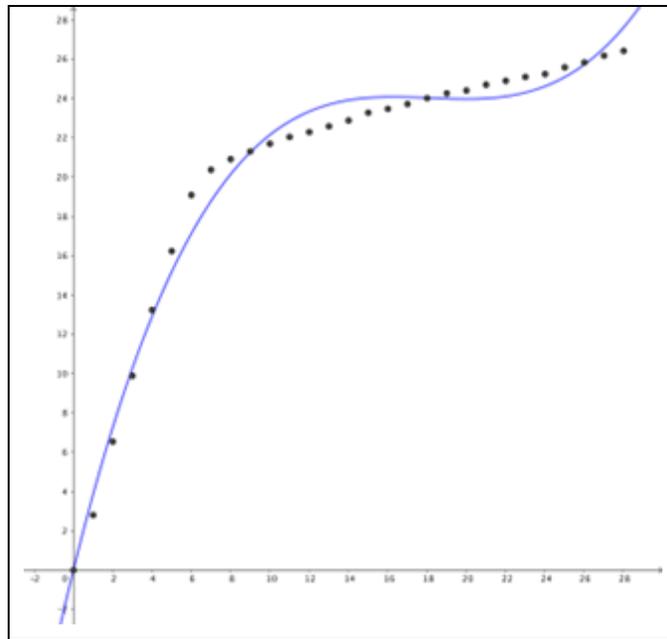
## Anexos

### La gran copa. Solución.

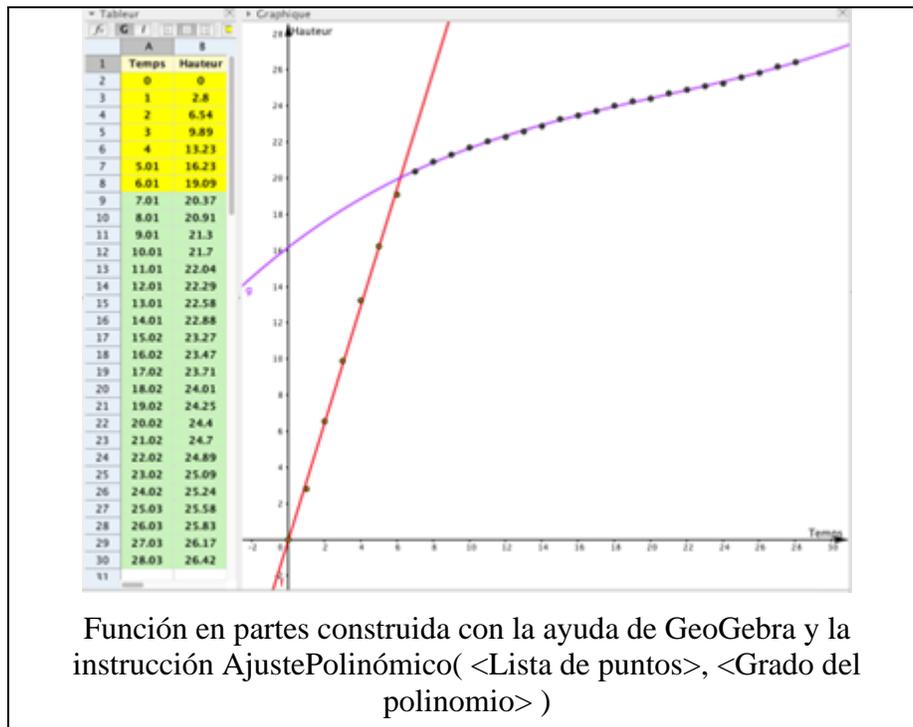
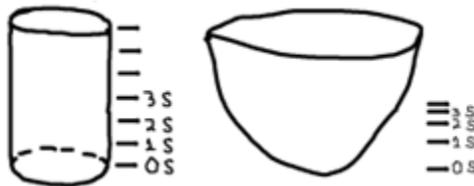


Regresión (de la nube de puntos) con una sola expresión algebraica de la función:

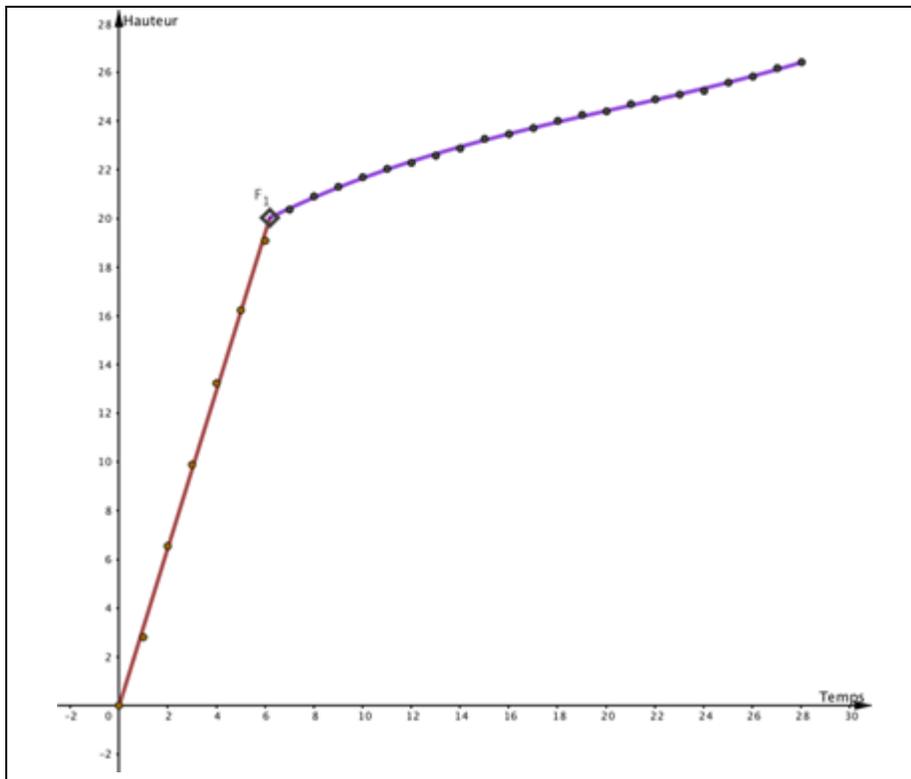




Es preferible dividir el análisis de los datos en dos nubes de puntos, correspondientes a la forma de la copa, y proponer una regresión (ajuste) para cada nube de puntos:



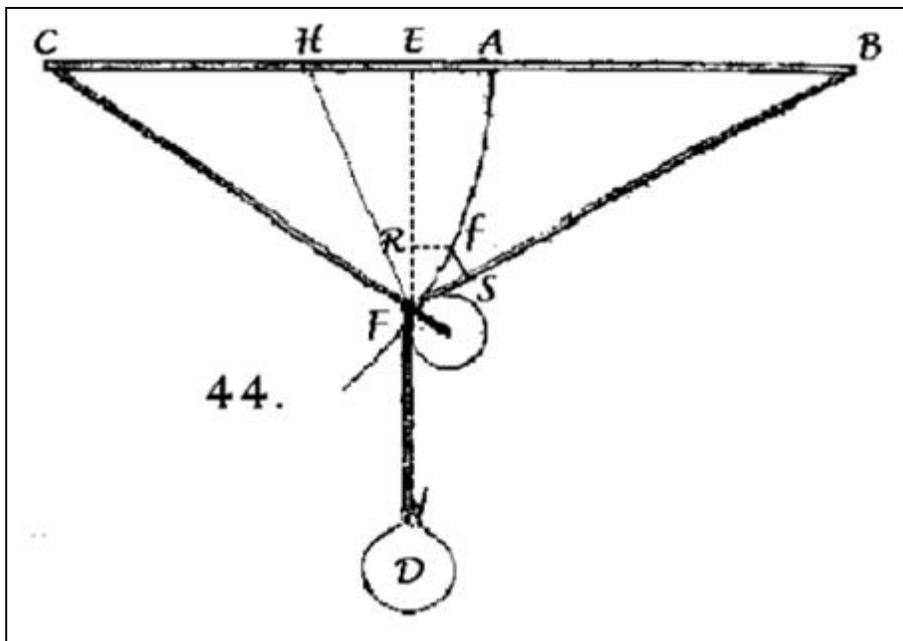
Función en partes construida con la ayuda de GeoGebra y la instrucción AjustePolinómico( <Lista de puntos>, <Grado del polinomio> )



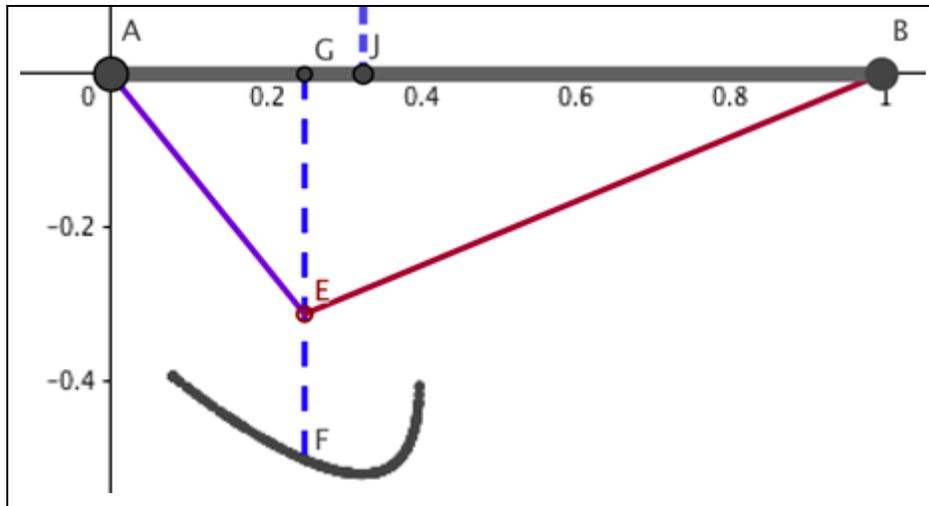
$$f(x) = \begin{cases} 3,24x - 0,05, & \text{si } 0 \leq x \leq 6,2 \\ 0,00043x^3 - 0,03x^2 + 0,77x + 16,18, & \text{si } 6,2 < x \leq 28,03 \end{cases}$$

**Problema: Las poleas de l'Hospital. Solución.**

Acercamiento informal para entender el problema y simulación con GeoGebra

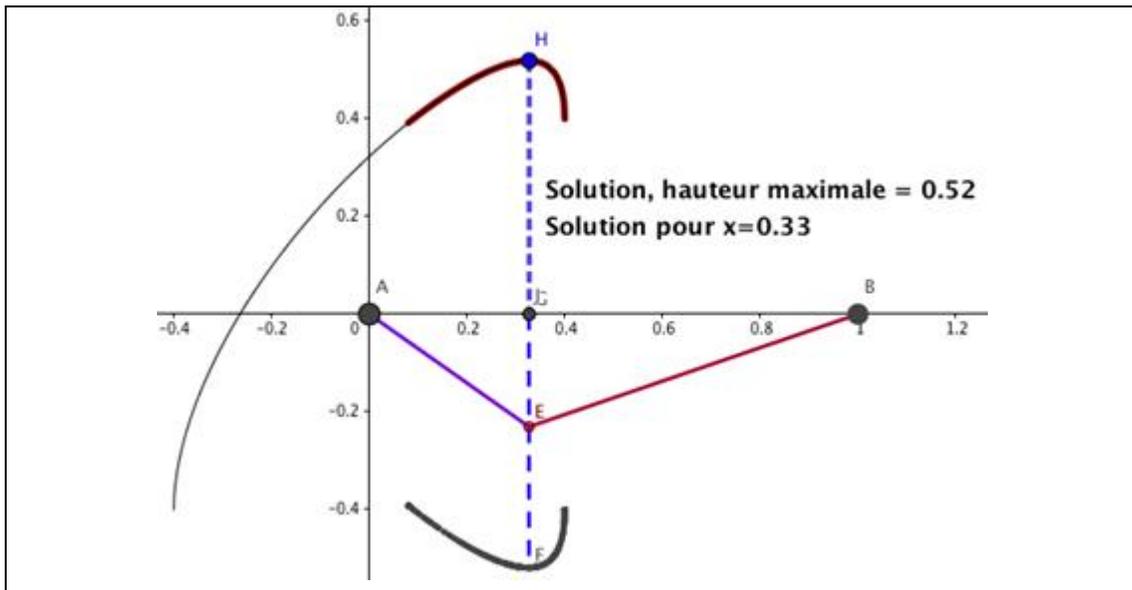






Descubrimiento de construcción de una curva ligada a una función.

Desarrollo algebraico y modelo utilizando GeoGebra

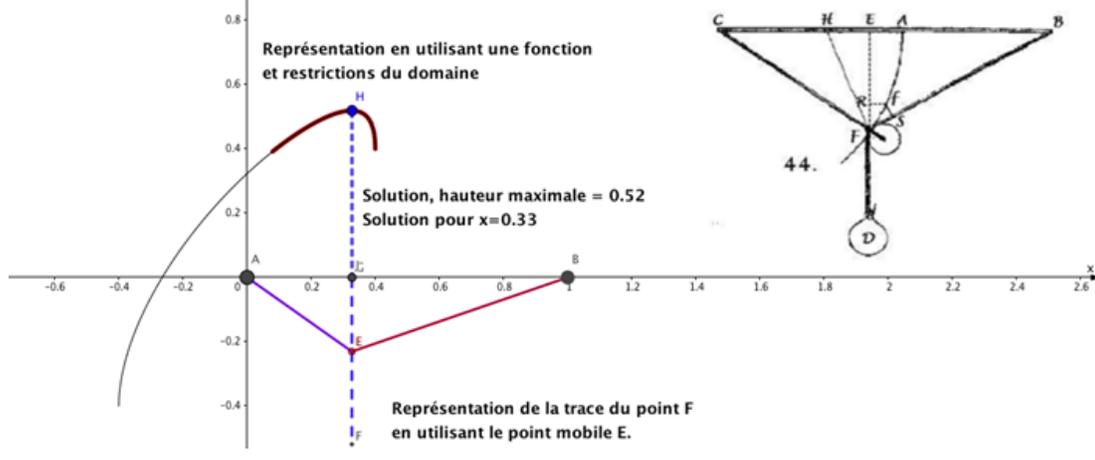


- Angle
  - $\beta = 281.54^\circ$
- Conique
  - c:  $x^2 + y^2 = 1$
  - d:  $x^2 + y^2 = 0.16$
  - f = 0.55
  - h:  $(x - 0.33)^2 + (y + 0.23)^2 = 0.08$
- Droite
  - i:  $x = 0.33$
  - s:  $x = 0.33$
- Fonction
  - m(x) =  $\sqrt{0.4^2 - x^2}$
  - n(x) =  $1 - \sqrt{\sqrt{0.4^2 - x^2} + (1-x)^2}$
  - o(x) =  $1 - \sqrt{\sqrt{0.4^2 - x^2} + (1-x)^2} + \sqrt{0.4^2 - x^2}$ , (0.08 ≤ x < 0.4)
  - p(x) =  $\sqrt{0.4^2 - x^2} + 1 - \sqrt{\sqrt{0.4^2 - x^2} + (1-x)^2}$
  - r(x) =  $\frac{1 \sqrt{0.4^2 - x^2} - x \sqrt{\sqrt{0.4^2 - x^2} + (1-x)^2}}{\sqrt{0.4^2 - x^2} \sqrt{\sqrt{0.4^2 - x^2} + (1-x)^2}}$
- Liste
  - ll =  $\left\{ x = \frac{\sqrt{51} + 1}{25}, x = 1 \right\}$
- Nombre
  - a = 1
  - b = 0.4
  - t = 0.33
  - z = 0.33
  - $\alpha = 78.46$
- Point
  - A = (0, 0)
  - B = (1, 0)
  - B' = (0.2, -0.98)
  - C = (0.08, -0.39)
  - D = (0.4, 0)
  - E = (0.33, -0.23)
  - F = (0.33, -0.52)
  - G = (0.33, 0)
  - H = (0.33, 0.52)
  - I = (1.41, 0.04)
  - J = (0.33, 0)
- Segment
  - e = 1

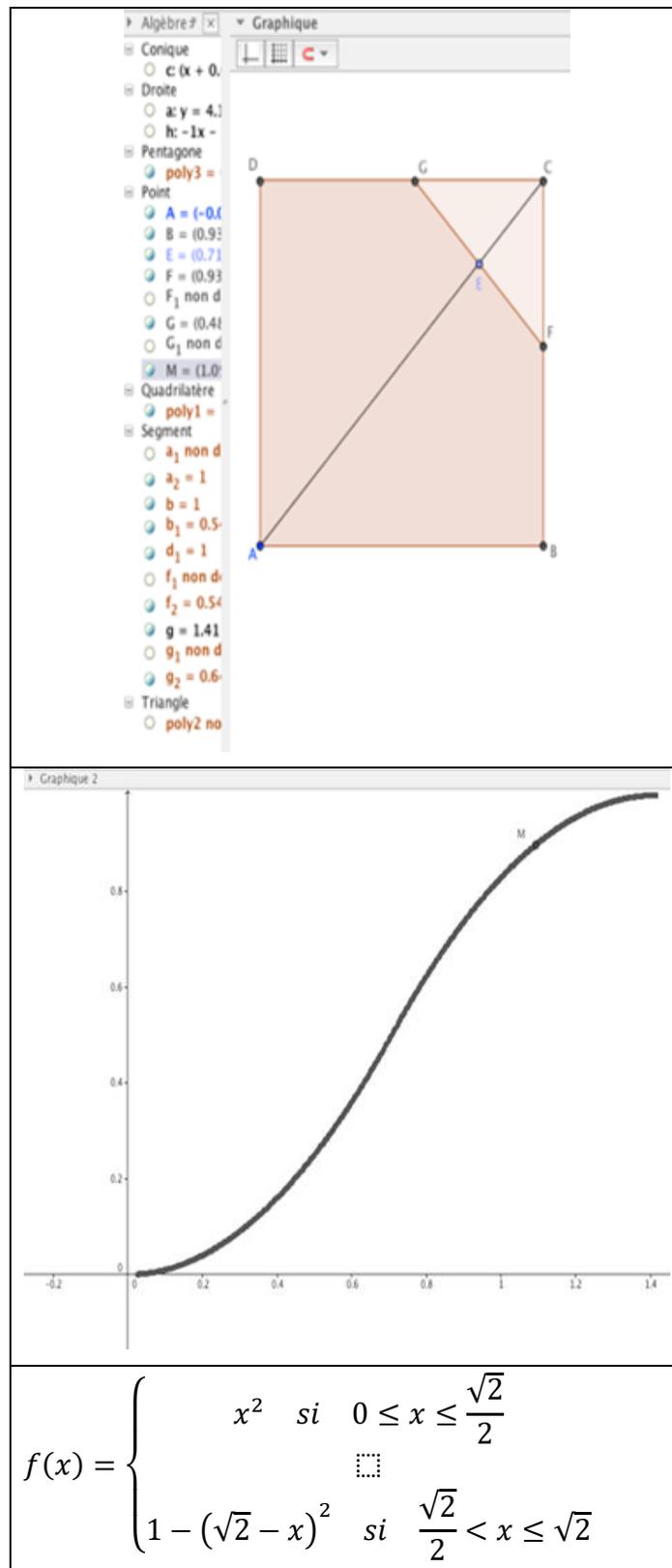
En 1696, le marquis de l'Hôpital publiait son livre Analyse des infiniment petits. Voici un des problèmes abordés dans son livre (pages 51-52):

EXEMPLE XII

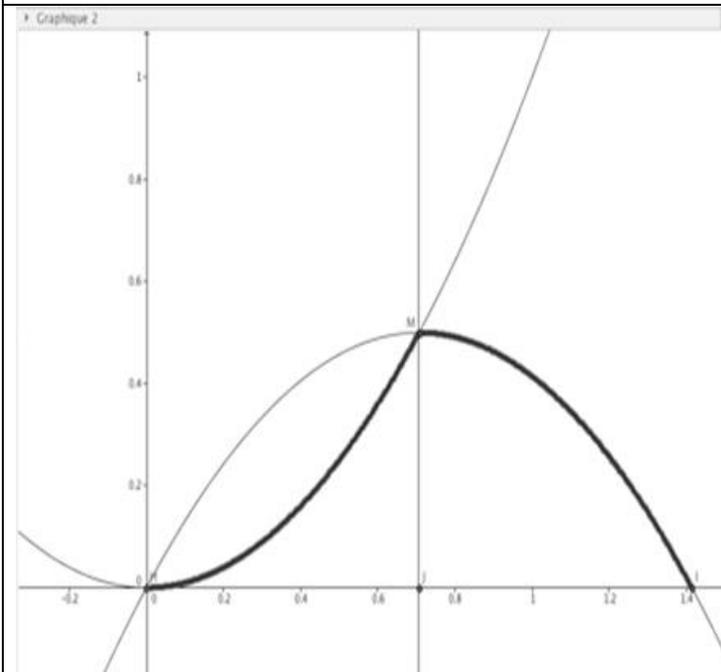
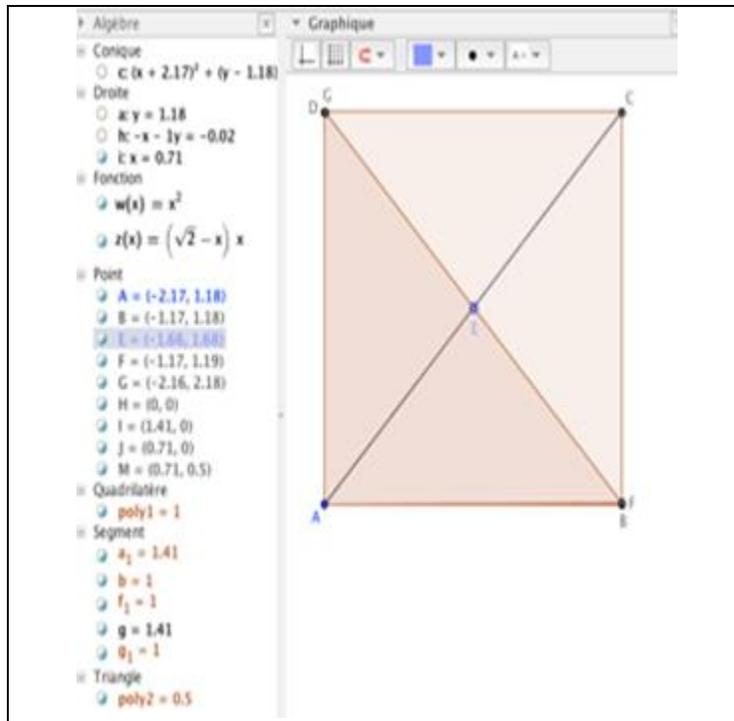
60. Soit une poulie F qui pend librement au bout d'une corde CF attachée en C, avec un plomb D suspendu par la corde DFB qui passe au dessus de la poulie F, et qui est attachée en B, en sorte que les point C, B sont situés dans la même ligne horizontale CB. (FIG. 44). On suppose que la poulie et les cordes n'aient aucune pesanteur, et l'on demande en quel endroit le plomb D ou la poulie F doit s'arrêter. En 1696, le marquis de l'Hôpital publiait son livre Analyse des infiniment petits. Voici un des problèmes abordés dans son livre (pages 51-52) :



Problema cuadrado unitario 1ª parte. Solución.



**Problema cuadrado unitario 2ª parte. Solución.**



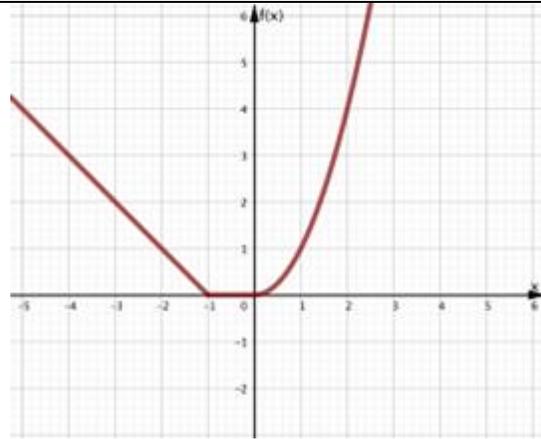
$$f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{si } 0 \leq x \leq \frac{\sqrt{2}}{2} \\ x(\sqrt{2} - x), & \text{si } \frac{\sqrt{2}}{2} < x \leq \sqrt{2} \end{cases}$$

**Ejercicios. Solución.**

Representación algebraica de la función

$$f(x) = \begin{cases} -x - 1, & \text{si } x < -1 \\ 0, & \text{si } -1 \leq x < 0 \\ x^2, & \text{si } 0 \leq x \end{cases}$$

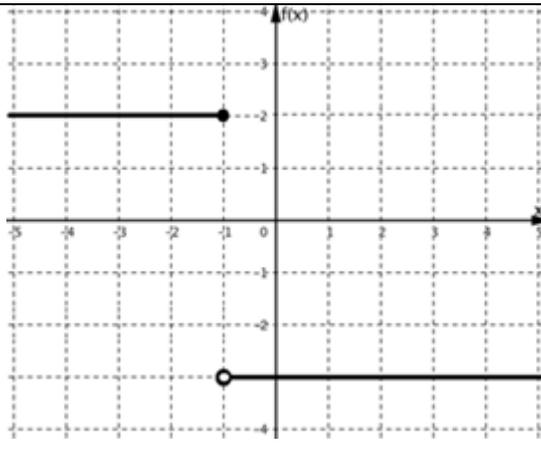
Representación gráfica



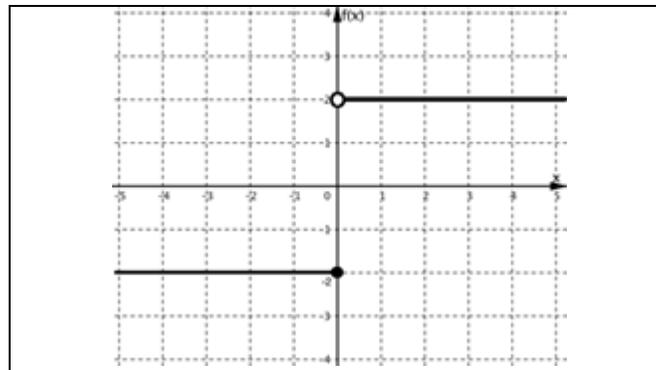
Representación algebraica

$$f(x) = \begin{cases} 2, & \text{si } x \leq -1 \\ -3, & \text{si } -1 < x \end{cases}$$

Representación gráfica



Representación gráfica



Representación algebraica	
a) $f(-3) = \underline{\hspace{2cm}}$	b) $f(2.5) = \underline{\hspace{2cm}}$
c) $f\left(-\frac{3}{2}\right) = \underline{\hspace{2cm}}$	d) $f(\underline{\hspace{1cm}}) = 2$
e) $f(\underline{\hspace{1cm}}) = 0$	f) $f(\underline{\hspace{1cm}}) = -2$

Solución:  $f(-3) = -2$ ;  $f(2,5) = 2$ ;  $f(-3/2) = -2$ ;  $f(1) = 2$ , no existe elemento del dominio que proporcione al cero como imagen. De hecho, contamos con la función siguiente:

$$f(x) = \begin{cases} -2, & \text{si } x \leq 0 \\ 2, & \text{si } 0 < x \end{cases}$$

**El parque municipal. Solución por bloques:**

