REVISTA ELECTRÓNICA AMIUTEM

http://revista.amiutem.edu.mx

Publicación periódica de la Asociación Mexicana de Investigadores

del Uso de Tecnología en Educación Matemática

Volumen VII Número 2 Fecha: julio-diciembre de 2019

ISSN: 2395-955X

LA INTEGRAL EN ESCUELAS DE EDUCACIÓN MEDIA SUPERIOR INCORPORADAS A UNISON

THE INTEGRAL IN HIGHER MIDDLE SCHOOLS INCORPORATED INTO UNISON

Erik Morales Mercado, Agustín Grijalva Monteverde

Departamento de Matemáticas, Universidad de Sonora

erikmorales@hotmail.com, guty@mat.uson.mx

Para citar este artículo:

Morales, E., Grijalva, A. (2019). La integral en escuelas de educación media superior incorporadas a UNISON. *REVISTA ELECTRÓNICA AMIUTEM*. Vol. VII, No. 2, pp. 66-73. Publicación Periódica de la Asociación Mexicana de Investigadores del Uso de Tecnología en Educación Matemática. ISSN: 2395-955X. México: Editorial AMIUTEM.

REVISTA ELECTRÓNICA AMIUTEM, Año VII, No. 2, julio-diciembre de 2019, Publicación semestral editada por la Asociación Mexicana de Investigadores del Uso de Tecnología en Educación Matemática A.C Universidad de Guadalajara, CUCEI, Departamento de Matemáticas, Matemática Educativa. B. M. García Barragán 1421, Edificio V Tercer nivel al fondo, Guadalajara, Jal., S.R. CP 44430, Tel. (33) 13785900 extensión 27759. Correo electrónico: revista@amiutem.edu.mx. Dirección electrónica: http:/revista.amiutem.edu.mx/. Editor responsable: Dr. Rafael Pantoja Rangel. Reserva derechos exclusivos No. 042014052618474600203, ISSN: 2395.955X, ambos otorgados por el Instituto Nacional de Derechos de Autor. Responsable de la última actualización de este número, Asociación Mexicana de Investigadores del Uso de Tecnología en Educación Matemática A.C., Antonio de Mendoza No. 1153, Col. Ventura Puente, Morelia Michoacán, C.P. 58020, fecha de última modificación, 10 de julio de 2016.

LA INTEGRAL EN ESCUELAS DE EDUCACIÓN MEDIA SUPERIOR INCORPORADAS A UNISON

THE INTEGRAL IN HIGHER MIDDLE SCHOOLS INCORPORATED INTO UNISON

Erik Morales Mercado, Agustín Grijalva Monteverde

Departamento de Matemáticas, Universidad de Sonora

erikmorales@hotmail.com, guty@mat.uson.mx

Resumen

La integral es uno de los conceptos matemáticos más relevantes en educación media superior, pero se tiene poca comprensión de sus usos y aplicaciones. Nuestra propuesta consiste en diseñar una secuencia didáctica sobre la integral, con apoyo de un software de geometría dinámica para estudiantes de nivel medio superior que pueden ser utilizadas en el libro de texto de Cálculo Integral para escuelas incorporadas a la Universidad de Sonora que cumplan con los requerimientos del nuevo modelo educativo. El uso de tecnologías de información en el desarrollo de este trabajo se maneja como primordial para mostrar diferentes representaciones al abordar el concepto de la integral, en este caso utilizaremos Software GeoGebra con el cual se elaborarán Applets para que el alumno y el docente puedan realizar variaciones y observar la aproximación al área bajo la curva.

Palabras clave: Secuencia didáctica, Integral, applet, GeoGebra.

Summary

The integral is one of the most relevant mathematical concepts in higher middle education, but you have little understanding of its uses and applications. Our proposal is to design a teaching sequence on the integral, supported by dynamic geometry software for higher middle-level students that can be used in the textbook of Integral Calculus for schools incorporated into the University of Sonora that meet the requirements of the new educational model. The use of information technologies in the development of this work is managed as primary to show different representations when addressing the concept of integral, in this case we will use GeoGebra Software with which Applets will be developed so that the student and the teacher can make variations and observe the approach to the area under the curve.

Keywords: Didactic Sequence, Integral, Applet, GeoGebra.

Introducción

El Cálculo Integral es una asignatura de gran relevancia dada su trascendencia en el proceso formativo, académico y como herramienta de resolución de problemas; sin embargo, en investigaciones realizadas sobre la comprensión de la integral de una función se reportan dificultades de los estudiantes para su aprendizaje. Como señalan Llorens y Santonja (1997. P. 62), son frecuentes las siguientes complicaciones en la asignatura de Cálculo Integral: "*Generalmente, los estudiantes identifican "integral" con "primitiva*". La integral, para ellos, no comporta ningún proceso de convergencia ni tampoco ningún aspecto geométrico". También señalan que "*Las integrales 'definidas' se identifican con la regla de Barrow, incluso cuando ésta no pueda aplicarse*". es decir, el símbolo

$$\int_a^b f(x)dx$$

cual representa *solo un paso más* en el cálculo de primitivas, la aplicación de la regla de Barrow". No se conecta el concepto de área con el de integral. Ciertamente, los estudiantes han oído que existe una relación entre las integrales (definidas) y el área, pero no se produce una adecuada unión entre ambas, de modo que persiste una interpretación puramente algebraica de la integral. (Llorens, Santonja, 1997, pp. 61-76).

Referente teórico

En el diseño de esta propuesta didáctica se utilizará el Enfoque Onteosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos (Godino 2008), en específico se tratarán los siguientes elementos:

- Prácticas matemáticas y sistemas de prácticas.
- Objetos matemáticos primarios y elementos de significado.
- Configuraciones y Trayectorias, particularmente epistémica y cognitiva.
- Criterios de idoneidad didáctica.

Metodología

Se determina el significado institucional de referencia, el cual está marcado en el programa de la materia de Calculo Integral para escuelas incorporadas a la Universidad de Sonora, por lo que realizamos un análisis de los objetos matemáticos primarios que intervienen en el programa, para tener una visión del significado institucional que propone el mismo. También se hace uso de los indicadores de la idoneidad didáctica en sus facetas epistémica, cognitiva, mediacional, interaccional, afectiva y ecológica. De esta manera se establece una guía para la selección de situaciones problema y la potenciación de los recursos digitales proporcionados por GeoGebra.

Resultados

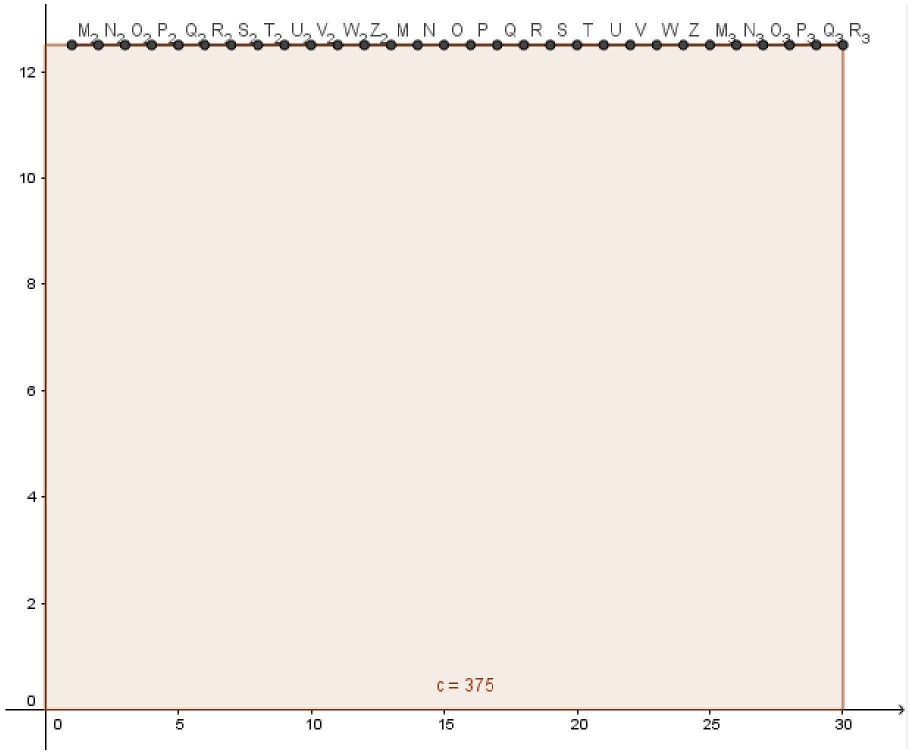
En la actualidad no se cuenta con libros de texto en escuelas incorporadas a la Universidad de Sonora en el nivel medio superior, por lo que se basan en cualquier libro que cumpla con el programa de cada asignatura, el cual está regido por la Dirección General de Bachillerato (DGB).

Atendiendo a las exigencias del Nuevo Modelo Educativo que plantea el impulso a la transversalidad, se ubicaron contextos relacionados con otras áreas del conocimiento como Física y Economía para la presentación de una noción intuitiva de la integral.

Actividad 1 Precio del dólar.

Al finalizar la guerra de independencia en México, se estableció el precio por dólar de $1.00 peso por $1.00 dólar, a partir de esta fecha el peso comenzó a devaluarse (pérdida de valor de una moneda nacional frente a otra extranjera).

En los gobiernos de Adolfo López Mateos y Gustavo Díaz Ordaz no hubo inflación, por lo que el precio del peso mexicano mantuvo su valor con respecto al dólar $12.50, tal como se muestra en la gráfica 1:

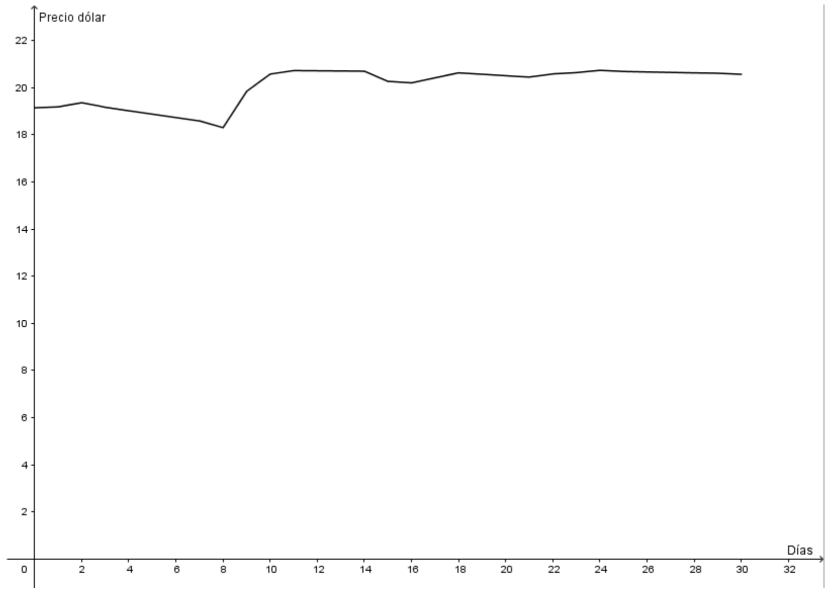


Gráfica 1. Precio del dólar a $ 12.50.

1. Si Francisco compró un dólar diario durante el mes de noviembre de 1960 (en Gobierno de Adolfo López Mateos). ¿Cuánto gastó al final de mes?
2. Realiza la gráfica del gasto de los 30 días.
3. ¿Y en el periodo de1 12 al 15 de noviembre? Realiza el procedimiento algebraico y geométrico.
4. ¿Cómo determinas la cantidad que pago en un periodo determinado?
5. ¿Que representa geométricamente el pago?

Actividad 2 Devaluación del dólar.

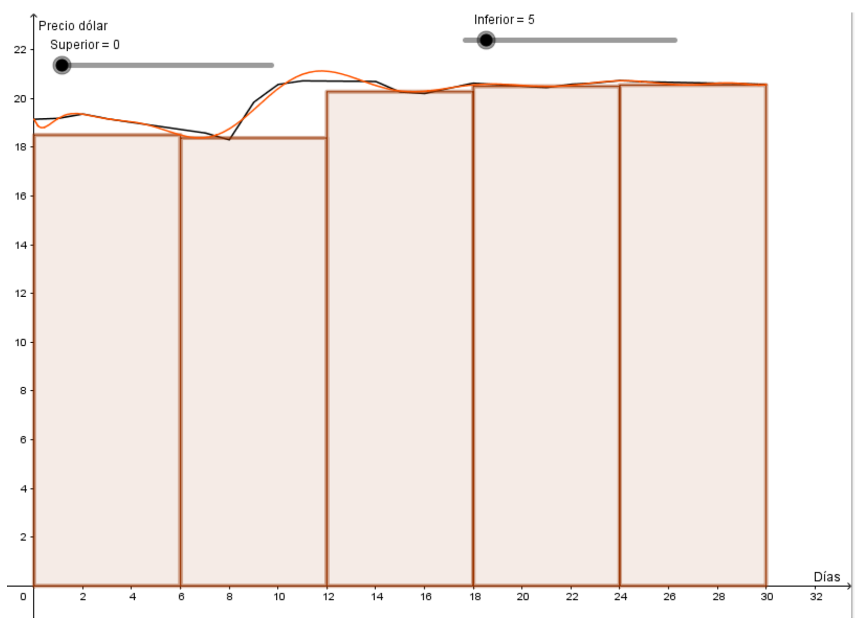
El peso mexicano ha sufrido varias devaluaciones a lo largo de su historia, en fechas recientes las elecciones a presidente de los Estados Unidos de América, trajo una gran volatilidad en el precio del dólar, a continuación, se presenta el gráfico 2 con el comportamiento del dólar en el mes de noviembre de 2016, fecha en la cual se llevaron a cabo dichas elecciones.



Gráfica 2. Comportamiento del dólar en el mes de noviembre de 2016.

Como puedes darte cuenta, el cálculo para determinar el gasto al comprar un dólar diario durante un mes ya no es tan sencillo, dado que el precio se encuentra variando constantemente.

Con apoyo del applet de GeoGebra Devaluación del dólar encuentra el gasto que tendríamos al comprar un dólar diario durante el mes en cuestión, por medio de seccionar el área bajo la curva. Analizaremos el área seccionando nuestra función por debajo de curva. Primero con 5 rectángulos por debajo de la curva con el deslizador $Inferior = 5$. Gráfica 3.

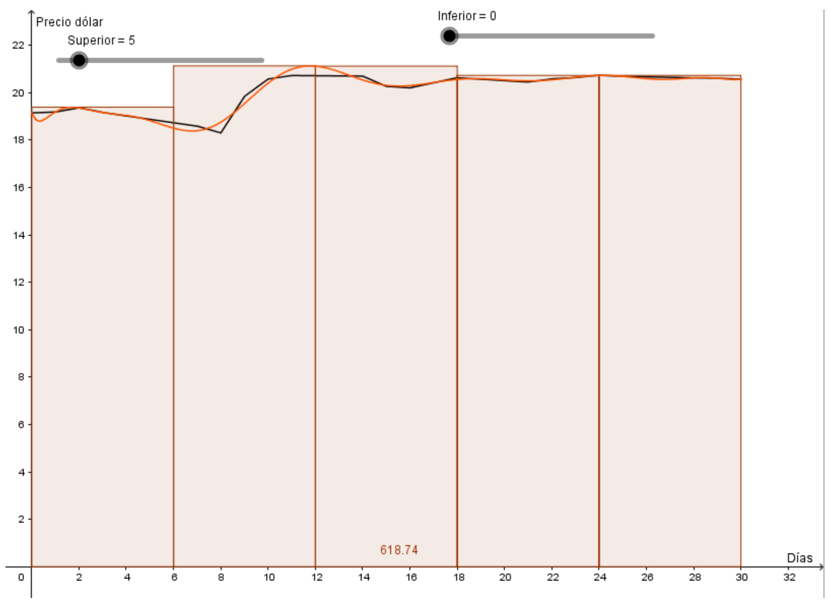


Gráfica 3. Representación con rectángulos del área.

Encuentra el $g(x)$ correspondiente al valor de dx de cada rectángulo colocando en Entrada la función $g(x)$, donde x es el valor inicial de cada rectángulo. El valor aparecerá en la Vista algebraica como $a = 18.76$, cada vez que realices este procedimiento borra (dando clic derecho en a y seleccionando borrar) el resultado para no saturar de información el applet.

- Encuentra el área de cada uno de rectángulos multiplicando la base de estos por su altura.
- Realiza la suma de las áreas de los rectángulos para obtener una aproximación del gasto en un mes.
- Repetimos del paso 1 al 4 con 10 rectángulos.
- Ahora seccionaremos nuestra función en rectángulos por arriba de curva.

Primero con 5 rectángulos por debajo de la curva con el deslizador $Superior = 5$. Gráfica 4.



Gráfica 4. Manipulación del Applet.

- Encuentra el valor $g(x)$ más grande en cada rectángulo para obtener la altura de este, si se encuentra en $x = 12$, coloca en Entrada $g(12)$, borra el resultado de a para no saturar el applet.
- Encuentra el área de cada uno de rectángulos multiplicando la base de estos por su altura.
- Realiza la suma de las áreas de los rectángulos para obtener una aproximación del gasto en un mes.
- Repetimos del paso 1 al 4 con 10 rectángulos.
- Volvamos con el deslizador $Inferior$, que secciona nuestra función en rectángulos por debajo de la curva.
- Ponemos el deslizador $Inferior = 20$ y tomamos el valor que aparece en vista algebraica $Sumainf$ que nos da la suma de las áreas de los 20 rectángulos.
- Hacemos el mismo procedimiento con el deslizador $Inferior = 30, 40\ y\ 50$. Llenando la tabla con los datos recabados.

- Hacemos el mismo procedimiento con el deslizador Superior, que secciona nuestra función en rectángulos por arriba de la curva.
- Ponemos el deslizador $Superior = 20$ y tomamos el valor que aparece en vista algebraica $Sumasup$ que nos da la suma de las áreas de los 20 rectángulos.

Hacemos el mismo procedimiento con el deslizador $Superior = 30, 40\ y\ 50$. Llenando la tabla 1 con los datos recabados.

Tabla 1. *Concentrado de datos numéricos a partir de la manipulación del Applet.*

Número de rectángulos	Suma de áreas de rectángulos por debajo de la curva	Suma de áreas de rectángulos por arriba de la curva
5		
10		
20		
30		
40		
50		

Entonces el gasto total que realizaremos en este mes se encuentra entre la suma de áreas de rectángulos por debajo de la curva y la suma de rectángulos por arriba de la curva.

$$\underline{g} \leq g \leq \overline{g}$$

Conclusiones

Al aplicar la secuencia didáctica se espera que el estudiante construya la concepción de área bajo la curva y lo relacione con la representación geométrica de la integral.

En la primera actividad se desea que el estudiante se familiarice con el área bajo la curva, en las actividades de desarrollo se realiza una aproximación al área bajo la curva al segmentar la función en rectángulos por debajo y por arriba de la curva, determinar la suma de sus áreas y con esto aproximar al área real por arriba y por debajo de la curva.

En las actividades de cierre se pretende que el estudiante pueda observar que independientemente del contexto del cual se trate, ya sea de trabajo mecánico, distancia recorrida, costo de la compra de dólares u otro, la solución nos lleva siempre a seguir un mismo procedimiento, en el que calculamos el área entre el eje X, la gráfica de la función que modela la situación y las rectas verticales que limitan el intervalo considerado.

Así, al seccionar la función en rectángulos con bases dx y alturas f(x), podemos encontrar el área de cada uno de estos rectángulos como f(x)dx, como pudiste observar si la partición de la curva tiende a ser más grande, la suma de las áreas de estos tiende a aproximarse cada vez más al valor real.

La suma de las áreas de los rectángulos con una partición infinita de rectángulos nos proporciona el valor exacto del área bajo la curva se le denomina integral y se expresa de la siguiente manera:

$$\int_a^b f(x)dx$$

Este procedimiento se aplica a otras situaciones, como el cálculo del trabajo realizado por una fuerza variable y volúmenes de sólidos de revolución.

Referencias Bibliográficas

Llorens, J. L., Santonja, F. J. (1997). Una Interpretación de las Dificultades en el Aprendizaje del concepto de la Integral. *Divulgaciones Matemáticas*, 61-76, p 62.

Godino, J. D. (2013). Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, (11), 111-132.