



REVISTA ELECTRÓNICA AMIUTEM

<https://revista.amiutem.edu.mx>

Publicación periódica de la Asociación Mexicana de Investigadores
del Uso de Tecnología en Educación Matemática

Volumen V Número 1 Fecha: Junio de 2017

ISSN: 2395-955X

Directorio

Rafael Pantoja R.

Director

Eréndira Núñez P.

Lilia López V.

Lourdes Guerrero M.

Sección: Selección de
artículos de investigación

Elena Nesterova

Alicia López B.

Verónica Vargas Alejo

Sección: Experiencias

Docentes

Esnel Pérez H.

Armando López Zamudio

Sección: Geogebra

ISSN: 2395-955X

PIZARRÓN DIGITAL INTERACTIVO, PARA ABORDAR REPRESENTACIONES GRÁFICAS EN UN CURSO DE CÁLCULO DIFERENCIAL: UNA PROPUESTA DIDÁCTICA

Ruth E. Rivera Castellón, Maximiliano De Las Fuentes Lara,
Milagros Guiza Ezkauriatza, Ana Dolores Martínez Molina

Universidad Autónoma de Baja California, México.

rrivera@uabc.edu.mx, maximilianofuentes@uabc.edu.mx,

mguiza@uabc.edu.mx,

ana.dolores.martinez.molina@uabc.edu.mx.

Para citar este artículo:

Rivera, R. De las Fuentes, M., Guiza, M., Martínez A. D. (2017). Pizarrón digital interactivo, para abordar representaciones gráficas en un curso de cálculo diferencial: una propuesta didáctica. *Revista Electrónica AMIUTEM*. Vol. V, No. 1. Publicación Periódica de la Asociación Mexicana de Investigadores del Uso de Tecnología en Educación Matemática. ISSN: 2395-955X. México.

Revista AMIUTEM, Año V, No. 1, Enero 2017, Publicación semestral editada por la Asociación Mexicana de Investigadores del Uso de Tecnología en Educación Matemática A.C Universidad de Guadalajara, CUCEI, Departamento de Matemáticas, Matemática Educativa. B. M. García Barragán 1421, Edificio V Tercer nivel al fondo, Guadalajara, Jal., S.R. CP 44430, Tel. (33) 13785900 extensión 27759. Correo electrónico: revista@amiutem.edu.mx. Dirección electrónica: <https://revista.amiutem.edu.mx/>. Editor responsable: Dr. Rafael Pantoja Rangel. Reserva derechos exclusivos No. 042014052618474600203, ISSN: 2395.955X, ambos otorgados por el Instituto Nacional de Derechos de Autor. Responsable de la última actualización de este número, Asociación Mexicana de Investigadores del Uso de Tecnología en Educación Matemática A.C., Antonio de Mendoza No. 1153, Col. Ventura Puente, Morelia Michoacán, C.P. 58020, fecha de última modificación, 10 de julio de 2016. Las opiniones expresadas en los artículos firmados es responsabilidad del autor. Se autoriza la reproducción total o parcial de los contenidos e imágenes siempre y cuando se cite la fuente y no sea con fines de lucro. No nos hacemos responsables por textos no solicitados.

PIZARRÓN DIGITAL INTERACTIVO, PARA ABORDAR REPRESENTACIONES GRÁFICAS EN UN CURSO DE CÁLCULO DIFERENCIAL: UNA PROPUESTA DIDÁCTICA

Ruth E. Rivera Castellón, Maximiliano De Las Fuentes Lara, Milagros Guiza Ezkauriatza,
Ana Dolores Martínez Molina

Universidad Autónoma de Baja California, México.

*rrivera@uabc.edu.mx, maximilianofuentes@uabc.edu.mx, mguiza@uabc.edu.mx,
ana.dolores.martinez.molina@uabc.edu.mx.*

Resumen

La enseñanza de las matemáticas en el nivel superior en ingeniería, pretende que los estudiantes se apropien de conceptos matemáticos los cuales deben estar disponibles y ser aplicados en contextos diferentes al original. Los bajos porcentajes de aprobación en el curso de Cálculo Diferencial, propiciaron el diseño de un juego didáctico que incluye al pizarrón digital interactivo para el estudio y tratamiento de la graficación paramétrica, tema medular del curso. Los resultados de la implementación del juego se consideran exitosos en virtud de evidenciar disposición, motivación y un protagonismo importante por parte de los estudiantes que utilizaron el pizarrón digital. Se encontraron mayores niveles de eficiencia en los indicadores de logro cuando se utiliza el juego didáctico, al representar gráficamente una función exponencial a partir de su expresión algebraica.

Palabras clave: Pizarrón digital, graficación paramétrica

Introducción

Los cursos de matemáticas de nivel superior en ingeniería pretenden que los estudiantes se apropien de conceptos matemáticos (funciones, límites, continuidad, derivada, integral, etc.), los cuales deben ser aplicados en otros contextos diferentes al cual se aprendieron. Al revisar las características de la enseñanza de las matemáticas para ingeniería (Muñoz, 2005; Vilanova, Rocerau, Medina, Astiz, Oliver, Vecino y Valdez, 2005; Deiros, 2003; Gerald, 2002) es factible percatarse del empirismo con el que los docentes atienden los procesos educativos, además de un estilo usual de exposición magistral que minimiza el protagonismo del estudiante y excluye el uso de los recursos tecnológicos.

Estadísticas llevadas a cabo en la Facultad de Ingeniería Mexicali (FIM) permiten observar porcentajes promedio de aprobación en periodo ordinario del orden del 55% en los cursos de Cálculo Diferencial. Autores (Karen, 2000; Queralt, 2000; Bower, 2003; Heugl, 2003; Laborde, 2003; De Faria, 2005) afirman que la incorporación de tecnología en la enseñanza de las matemáticas, contribuye a modificar los enfoques de enseñanza y evaluación, a la vez que estimulan la actividad intelectual de los estudiantes.

Una investigación reciente (Díaz, Herrera, Recio y Saucedo, 2013) en la cual se utilizó una herramienta interactiva previamente diseñada para la enseñanza del concepto de límite de una función, mostró de manera significativa una diferencia favorable para el grupo experimental en cuanto a la comprensión de dicho concepto desde una perspectiva numérica y geométrica.

En una investigación reciente (Álvarez, Salvati, Nussbaum y Milrad, 2013) bajo una perspectiva constructivista que incluye la tecnología del pizarrón digital y con el propósito de que los alumnos del séptimo grado enfrenten y resuelvan problemas sobre fracciones, se encontró un desempeño favorable con aquellos alumnos que incursionaron en la temática con el apoyo de la pizarra digital, a diferencia de aquellos estudiantes que no la utilizaron, sin embargo, dado que el grupo de trabajo es pequeño (seis estudiantes) se tienen aún dudas de la replicabilidad en entornos con una mayor cantidad de alumnos. Por ello, se prevén investigaciones con grupos de clase numerosos y con los temas de un curso completo.

Los resultados de una investigación llevada a cabo por Santos y Arteaga (2000) con 40 estudiantes de nivel medio superior para explorar la competencia sobre el uso de conexiones entre representaciones gráficas y simbólicas que involucran conceptos de variación y optimización, permiten concluir que el uso eficaz de las representaciones por los estudiantes robustece su comprensión matemática, propician que en el proceso de enseñanza se incluya la interpretación de problemas originales a partir de las distintas representaciones.

La motivación y el protagonismo es una característica muy destacada cuando se incorpora el pizarrón digital interactivo (PDI) en las actividades de enseñanza (Hervás, Toledo y González, 2010) además de su versatilidad, aceptación y fácil manejo (Domingo, Cacheiro y Dulac, 2009).

Objetivo

Comparar la eficiencia de los conocimientos que alcanzan los estudiantes cuando se aborda la graficación paramétrica en el curso de Cálculo Diferencial a partir de un esquema de enseñanza tradicional y otro que utiliza un juego didáctico con pizarrón digital interactivo.

Marco Teórico

Un esquema reformado de enseñanza es descrito por Gerald (2002), en el cual apunta que se avoca a un currículo estandarizado con un alto nivel en los procesos de razonamiento, los cuales son la expectativa central del curso, además, se valora que los estudiantes determinen modelos y hagan conexiones, lenguaje y comunicación matemático relacionado con la vida real, y actividades contextualizadas, las que permiten abordar la resolución de problemas de calidad, y con énfasis reducido en la rutina de cálculos, tal aprendizaje es mejor evaluado a través de auténticos problemas abiertos, además de métodos alternos de evaluación, aunque en menor grado mediante preguntas de respuesta breve y pruebas estándar para valorar ciertas habilidades.

Desde la perspectiva de la teoría de representaciones semióticas de Duval, los objetos matemáticos no son directamente accesibles a la percepción, consecuentemente para su estudio y tratamiento se requiere contar con representaciones de los mismos, las externas a las que hacemos alusión pueden ser de carácter geométrico, algebraico y numérico del objeto. A través de estos procesos de representación, tratamiento y conversión, se permite exteriorizar las representaciones mentales de los individuos, se motiva la retroalimentación y mejoramiento de las mismas. Lo cual conduce a la formación de preceptos matemáticos y a la conceptualización de objetos matemáticos.

Investigaciones de especialistas en matemática educativa enmarcados en la teoría de las representaciones semióticas indican que es común confundir precisamente los objetos

matemáticos y sus representaciones, quizá esta confusión se deba al estudio y tratamiento de los conceptos de matemáticas basado únicamente en alguna de las representaciones, o bien, por tratar de manera aislada dichas representaciones. A la vez, es muy común que dentro de los programas o contenidos temáticos de los cursos de matemáticas, se establezca como objetivo, que el estudiante adquiera o desarrolle ciertas competencias o habilidades específicamente en alguna de las representaciones citadas.

La teoría de las representaciones de Duval da primordial importancia a la habilidad para cambiar de un registro de representación semiótica a otro, (Descartes designó el término registro para referirse a los espacios diferentes de representaciones semióticas) dicha habilidad resulta necesaria para el aprendizaje de las matemáticas, además de considerar al conocimiento conceptual (la comprensión) como el invariante de múltiples representaciones semióticas.

Metodología

Se realizó un estudio explorativo y comparativo con dos grupos de estudiantes en la Facultad de Ingeniería de la Universidad Autónoma de Baja California, la cual tiene como propósito la formación profesional de estudiantes en el área de la ingeniería. En virtud de manipular de manera intencional variables independientes y medir la variable dependiente, así como para el establecimiento de la comparación de los dos grupos el diseño de investigación utilizado fue el denominado cuasiexperimento de acuerdo a Hernández, Fernández y Baptista (2006), toda vez que no se tiene la seguridad sobre la equivalencia inicial de los grupos. Las conjeturas de esta investigación se sujetaron a la prueba de hipótesis de medias (Walpole y Myers 1989). Con el propósito de comparar a los grupos de control y experimental se utilizó el examen colegiado de Cálculo Diferencial, instrumento de medición válido y confiable, de criterio, alto impacto y alineado con el currículo. Dicho instrumento está constituido por 60 reactivos de opción múltiple. En este documento solo se consideran los indicadores de logro asociados a los reactivos que motiva el juego didáctico, mismos que están declarados en la Tabla 1.

Exposición de la propuesta

Se diseñó una estrategia didáctica para el estudio y tratamiento de la graficación paramétrica, que forma parte del curso de Cálculo Diferencial y que se imparte en la FIM de la Universidad Autónoma de Baja California.

El diseño se basa en la teoría de representaciones de Duval (2006a, 2006b) y Hitt (2003), toda vez que las actividades que los estudiantes tienen que realizar en la estrategia, se enfatiza la habilidad para cambiar de un registro de representación a otro. El PDI es un mediador tecnológico de avanzada en la implementación de la estrategia didáctica. Su uso contempla los criterios y consideraciones de algunos especialistas del área (Hervás, Toledo y González, 2010, Giandini y Salerno 2009, Garibay, Vázquez, Castañeda y Hernández, 2008).

La estrategia usada para abordar el tema de construcción de gráficas por parámetros, es hacer uso de la herramienta brindada por el PDI llamada *The mathematical Toolkit*, con la cual se pueden graficar hasta cinco funciones explícitas en un solo plano y ver la tabla de valores generados para cada una de ellas. La estrategia consiste en darle al alumno cinco funciones (en este caso se ejemplifica con gráficas de funciones de segundo grado) con

diferentes parámetros para que bosqueje su gráfica. Después de 15 minutos de trabajo por parte del alumno, se ingresan las funciones en la herramienta *toolkit* del PDI y se selecciona la opción de *hide graph* a la izquierda de cada función para que no se vea la gráfica de todas las funciones al mismo tiempo; ya que están registradas las funciones, el maestro muestra la función base, (ver figura 1) patrón o de referencia

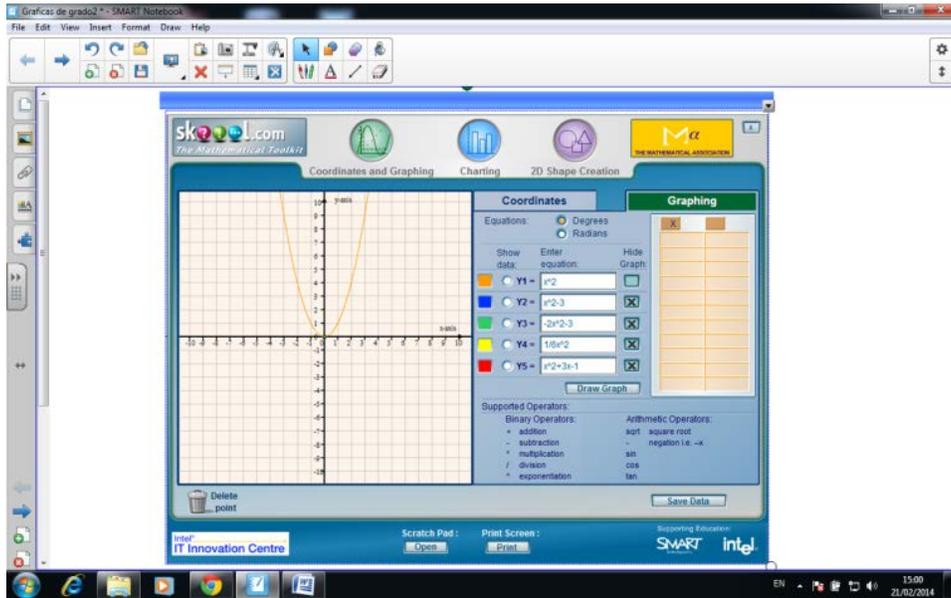


Figura 1. Gráfica de referencia de la función

A continuación el profesor pregunta a los alumnos cómo esperan que sea la gráfica de la segunda función, después de un tiempo de reflexión los alumnos dan sus opciones y después, el maestro descubre la gráfica de la función, simultáneamente se muestra la tabla (lado derecho) con los valores obtenidos en la evaluación numérica (ver figura 2).

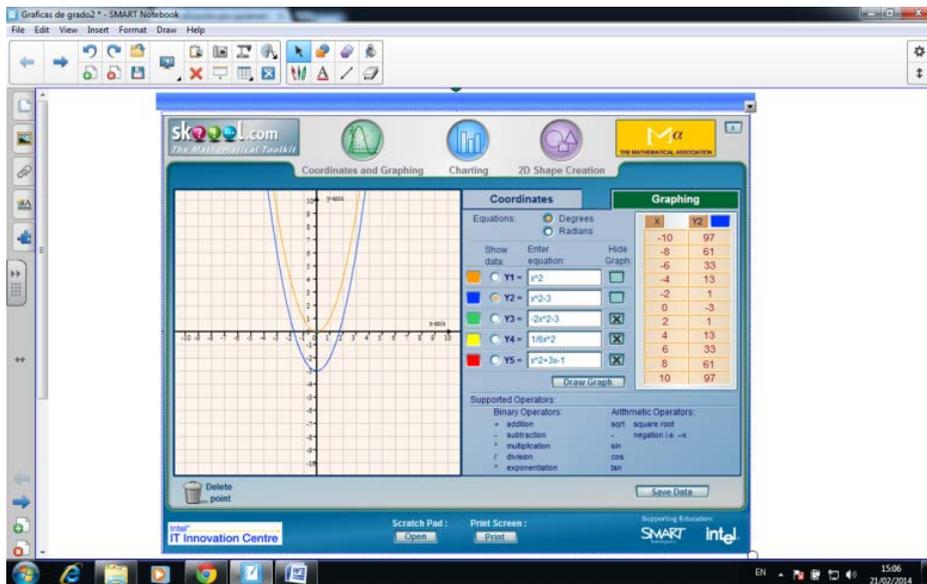


Figura 2. Gráfica de referencia de la función

El mismo proceso ocurre para el resto de las funciones, mismas que se refieren a parábolas con desplazamientos horizontales o verticales, así como reflexiones con respecto al eje horizontal, hasta que finalmente se descubren todas las gráficas en el mismo plano (ver figura 3).

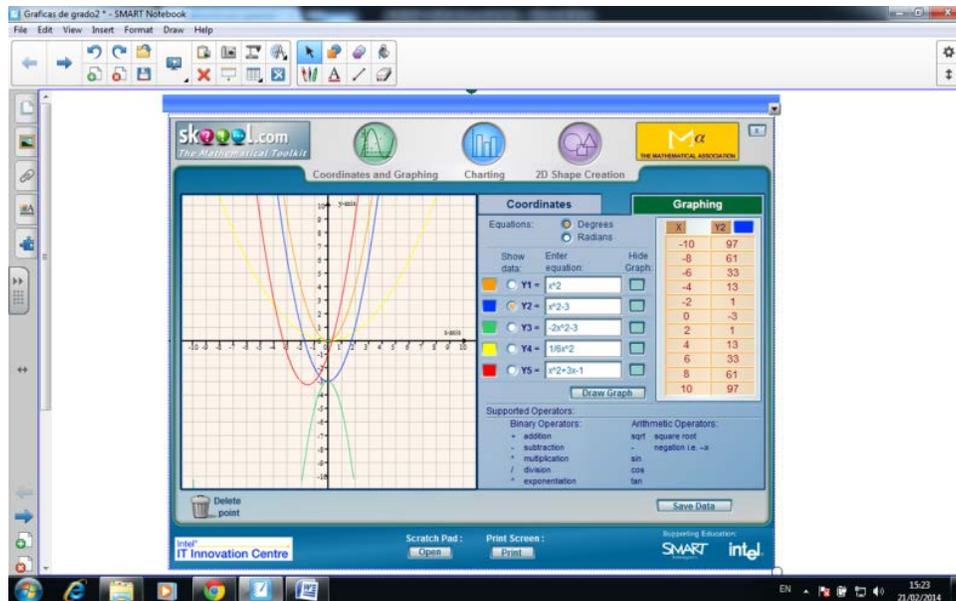


Figura 3. Gráfica del resto de las funciones de segundo grado

Resultados

Con la estrategia didáctica, se promueve en el alumno mayor eficiencia del conocimiento matemático relacionado con el tratamiento de la graficación paramétrica, dicha eficiencia se determina a partir de indicadores de logro (Zabala y Arnau, 2008).

La conformación inicial de los grupos con los estudiantes participantes en el estudio fue aleatoria y la aplicación de instrumentos de medición en la FIM (De Las Fuentes, et al. 2010) sobre la eficiencia de conocimientos tratada a partir de índices promedio de competencias matemáticas y actividades cognitivas (representación, tratamiento y conversión) permiten declarar que no hay diferencia significativa en cuanto a las actividades cognitivas (representación, tratamiento y conversión) de los estudiantes tanto de los grupos con enseñanza tradicional, como de los grupos en los que se incluyó el uso del PDI.

La confiabilidad del instrumento de medición se determinó con el método de mitades partidas, de acuerdo a Hernández, Fernández y Baptista (2006). La confiabilidad calculada es 0.87, considerada como aceptable para Contreras, Bachhoff y Larrazolo (2004) para el caso de exámenes estandarizados.

A continuación (ver Tabla 1) se presentan los resultados comparativos obtenidos de la administración del instrumento de medición, mismo que se aplicó a 751 estudiantes al finalizar el curso de cálculo diferencial, 121 de ellos se conformaron en cuatro grupos de estudiantes y contaron con la tecnología del PDI, mientras que el resto abordó el curso de cálculo diferencial sin tecnología. Los resultados que se muestran solo contemplan los indicadores de logro impactados por el uso del PDI.

Tabla 1. *Comparativo de los índices promedio de dificultad e indicadores de logro entre los estudiantes que si utilizaron y los que no utilizaron tecnología del PDI.*

Reactivo	Indicador de logro	Grupos con PDI	Grupos sin PDI	Prueba de hipótesis
12	Representar gráficamente una función lineal a partir de su expresión algebraica	0.77	0.76	No hay diferencia significativa
14	Representar gráficamente una función polinomial a partir de su expresión algebraica	0.68	0.69	No hay diferencia significativa
15	Representar gráficamente una función racional a partir de su expresión algebraica	0.64	0.60	No hay diferencia significativa
16	Representar algebraicamente una función por partes a partir de su gráfica	0.70	0.64	No hay diferencia significativa
20	Representar algebraicamente una función trigonométrica a partir de su gráfica	0.75	0.71	No hay diferencia significativa
22	Representar gráficamente una función exponencial a partir de su expresión algebraica.	0.74	0.64	Si hay diferencia significativa

Conclusiones

El balance general del estudio se considera exitoso en virtud de evidenciar disposición, motivación y un protagonismo importante por parte de los estudiantes que utilizaron el PDI, además, los resultados de la aplicación muestran mayores niveles de eficiencia en cinco de los seis indicadores de logro cuando se utiliza la actividad didáctica mediante el PDI, en particular, representar gráficamente una función lineal a partir de su expresión algebraica, representar gráficamente una función racional a partir de su expresión algebraica, representar algebraicamente una función por partes a partir de su gráfica, representar algebraicamente una función trigonométrica a partir de su gráfica, y representar gráficamente una función exponencial a partir de su expresión algebraica, en tanto que en este último indicador de logro, con un nivel de confianza del 95% y estadístico se obtuvo una diferencia significativa a favor del uso del PDI. La incorporación del PDI le facilitó al docente la promoción de las discusiones, observar los avances de sus alumnos, detectar dificultades y responder dudas individuales (Villarreal, 2006).

Aunque las vertientes de análisis y desarrollo de esta tecnología son diversas, desde la perspectiva del rendimiento del alumno no hay evidencia suficiente sobre el impacto de esta en el aprendizaje de los estudiantes (Gandol, Carrillo y Prats, 2012; Dorado, 2011; Torff y Tirota, 2010; Smith, Higgins, Wall y Miller, 2005). Esta investigación y los resultados derivados de ella, pretenden abonar precisamente a la determinación del rendimiento escolar del alumno mediante los indicadores de logro.

Referencias bibliográficas

- Álvarez, C., Salvati, S., Nussbaum, M. y Milrad, M. (2013). Collboard: Fostering new media literacies in the classroom through collaborative problem solving supported by digital pens and interactive whiteboards. *Computers & Education*, 63, 368-379.
- Bower, B., Brueningsen, C., Brueningsen, E., Gough, S. y Turley, W., (2003). *Discovering Math on the Voyage 20: Explorations*. E.U.A. Ed. Texas Instruments.
- Contreras, L., Bachhoff, E. y Larrazolo, N. (2004). *Educación, aprendizaje y cognición. Teoría en la práctica*. México. Ed. Manual Moderno.
- Deiros, F. B., (2003). Apuntes sobre didáctica de la matemática para ingeniería. Recuperado el 12 de junio de 2007 del sitio web: <http://www.ilustrados.com/publicaciones/EpyAVkkkykeLzKtzAv.php>
- De Las Fuentes, M., Arcos, J. y Navarro, C. (2010). Impacto en las Competencias Matemáticas de los Estudiantes de Ecuaciones Diferenciales a Partir de una Estrategia Didáctica que incorpora la Calculadora. *Formación universitaria*, 3(3), 33-44. Recuperado en 10 de diciembre de 2014, de [http://www.scielo.cl/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0718-50062010000300005](http://www.scielo.cl/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0718-50062010000300005&lng=es&tlng=es). 10.4067/S0718-50062010000300005.
- De Faria, E., (2005). Matemáticas y nuevas tecnologías en Costa Rica. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 18, 749-754. México. Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.
- Díaz, J., Herrera, S., Recio, C. y Saucedo, M. (2013). Herramienta interactiva en la comprensión del límite de una función. En R. Flores (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 26, 1887-1896. México. Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.
- Domingo J., Cacheiro, M. y Dulac, J. (2009). La pizarra digital interactiva como recurso docente. Teoría de la Educación. *Educación y Cultura en la Sociedad de la Información*, 10(2), 127-145, Universidad de Salamanca. España.
- Dorado, C. (2011). Creación de objetos de enseñanza y aprendizaje mediante el uso didáctico de la pizarra digital interactiva (PDI). Teoría de la Educación. *Educación y Cultura en la Sociedad de la Información*, 12(1), 116-144, Universidad de Salamanca, España.
- Duval, R., (2006a). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics, *Journal of Educational Studies in Mathematic*, 61(1-2), 103-131.
- Duval, R., (2006b). Quelle sémiotique pour l'analyse de l'activité et des productions mathématiques? *RELIME*, 9 (Especial), 45-81,
- Gandol, F., Carrillo, E. y Prats, M. (2012). Potencialidades y limitaciones de la pizarra digital interactiva, una revisión crítica de la literatura. *Revista Pixel-Bit. Revista de Medios y Educación*.
- Garibay B., Vázquez R., Castañeda M. y Hernández M., (2009). El Pizarrón Interactivo Promethean: su uso en las asignaturas de ciencias y tecnología a nivel pregrado. UAG, México.

- Gerald, A. G., (2002). Representaciones en el aprendizaje de las matemáticas y resolución de problemas. En L. D. English (Ed.), *Manual de investigación internacional en educación matemática* (pp. 197-218). New Jersey, EE. UU.
- Giandini, V. y Salerno, M., (2009). La geometría, los ingresantes y el software maple, *Formación Universitaria*, 2(4), 23-30.
- Hernández, S. R., Fernández, C. C., y Baptista, L. P., (2006). *Metodología de la Investigación* (cuarta edición). México. Ed. Mc. Graw Hill.
- Hervás, C., Toledo, P. y González, M. (2010). La utilización conjunta de la pizarra digital interactiva y el sistema de participación senteo: una experiencia universitaria. *Pixel-Bit. Revista de Medios y Educación*, 36, 203-214. Universidad de Sevilla. España
- Heugl, H., (2003). La necesaria competencia algebraica fundamental en la época de los CAS, En A. Del Castillo, et al, (Eds.), *Antología de lecturas: El uso del sistema de cómputo simbólico voyage 200 como recurso didáctico*, 29-66. Sonora, México.
- Hitt, E. F., (2003). Una reflexión sobre la construcción de Conceptos Matemáticos en Ambientes de Tecnología. *Boletín de la Asociación Venezolana*, 10(2), 12-21
- Karen, D., (2000). La influencia de la tecnología en las normas sociomatemáticas en un curso de ecuaciones diferenciales, 219-224. Recuperado el 12 marzo de 2007 del sitio <http://www.matedu.cinvestav.mx/e-librosydoc/pme-procee.pdf>.
- Laborde, C., (2003). ¿Por qué la tecnología es hoy indispensable en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas?, En J. Jiménez, et al (Eds.), *Antología de lecturas. El uso del CAS voyage 200 como recurso didáctico*, 115-127. Sonora, México.
- Muñoz, A. (2005). El uso inadecuado de conceptos matemáticos en las escuelas de ingeniería. En J. Lezama, M. Sánchez y J. Molina (Eds.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 18, 377-382. México. Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.
- Queralt, T. (2000). Un enfoque constructivista en el aprendizaje de las matemáticas con las calculadoras gráficas. *Centro de información, innovación y recursos educativos de Torrent* (CEFIRE). España.
- Santos, M. y Arteaga, C. (2000). Comprensión de las representaciones gráfica y simbólica por los estudiantes en las funciones y sus relaciones. 524-530. Recuperado el 12 marzo de 2007 del sitio <http://www.matedu.cinvestav.mx/e-librosydoc/pme-procee.pdf>.
- Smith, H., Higgins, S., Wall, K y Miller, J. (2005). Interactive whiteboards: boon or bandwagon? A critical review of the literature. *Journal of Computer Assisted Learning* Vol.21, 91-101
- Torff, B. y Tirota, R. (2010). Interactive whiteboards produce small gains in elementary students' self-reported motivation in mathematics. *Computers and Education*, 54, 379-383.
- Vilanova, S., Rocerau, M., Medina, P., Astiz, M., Oliver, M., Vecino, S. y Valdez, G., (2005). Concepciones de los docentes sobre la matemática, su incidencia en la enseñanza y el aprendizaje. En J. Lezama, M. Sánchez y J. Molina (Eds.), *Acta*

Latinoamericana de Matemática Educativa, 18, 444-449. México. Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.

Walpole, R. E., y Myers, R. H., (1989). *Probabilidad y estadística para ingenieros*. (Segunda edición). México: Interamericana.

Zabala, A., y Arnau, L., (2008). *11 Ideas clave, ¿Cómo aprender y enseñar competencias?* (Segunda edición). Barcelona. Ed. Grao.