REVISTA ELECTRÓNICA AMIUTEM

https://revista.amiutem.edu.mx

Publicación periódica de la Asociación Mexicana de Investigadores del Uso de Tecnología en Educación Matemática
Volumen V Número 1 Fecha: Junio de 2017

ISSN: 2395-955X

DIFICULTADES DE LA LÓGICA DE USO EN LA CONSTRUCCIÓN DE NÚMERO (MODELO V. NEUMANN) EN NIÑOS DE 6 A 8 AÑOS

María Leticia Rodríguez González, Eugenio Filloy Yagüe
Cinvestav - México

leticia.rodriguez@cinvestav.mx , SMMEef@aol.com

Para citar este artículo:

Rodríguez, M., y Filloy, E. (2017). Dificultades de la lógica de uso en la construcción de número (Modelo de V. Neumann) en niños de 6 a 8 años. *Revista Electrónica AMIUTEM*. Vol. V, No. 1. Publicación Periódica de la Asociación Mexicana de Investigadores del Uso de Tecnología en Educación Matemática. ISSN: 2395-955X. México.

Revista AMIUTEM, Año V, No. 1, Enero 2017, Publicación semestral editada por la Asociación Mexicana de Investigadores del Uso de Tecnología en Educación Matemática A.C Universidad de Guadalajara, CUCEI, Departamento de Matemáticas, Matemática Educativa. B. M. García Barragán 1421, Edificio V Tercer nivel al fondo, Guadalajara, Jal., S.R. CP 44430, Tel. (33) 13785900 extensión 27759. Correo electrónico: revista@amiutem.edu.mx. Dirección electrónica: https:/revista.amiutem.edu.mx/. Editor responsable: Dr. Rafael Pantoja Rangel. Reserva derechos exclusivos No. 042014052618474600203, ISSN: 2395.955X, ambos otorgados por el Instituto Nacional de Derechos de Autor. Responsable de la última actualización de este número, Asociación Mexicana de Investigadores del Uso de Tecnología en Educación Matemática A.C., Antonio de Mendoza No. 1153, Col. Ventura Puente, Morelia Michoacán, C.P. 58020, fecha de última modificación, 10 de julio de 2016. Las opiniones expresadas en los artículos firmados es responsabilidad del autor. Se autoriza la reproducción total o parcial de los contenidos e imágenes siempre y cuando se cite la fuente y no sea con fines de lucro. No nos hacemos responsables por textos no solicitados.

DIFICULTADES DE LA LÓGICA DE USO EN LA CONSTRUCCIÓN DE NÚMERO (MODELO V. NEUMANN) EN NIÑOS DE 6 A 8 AÑOS

María Leticia Rodríguez González, Eugenio Filloy Yagüe

leticia.rodriguez@cinvestav.mx , *SMMEef@aol.com*

Cinvestav - México

Palabras clave: Lógica de uso, construcción de número, niños de 6 a 8 años.

Resumen

Este proyecto de investigación está en sus primeros acercamientos, tiene el propósito de comprender las dificultades de la Lógica de uso de los niños (6 a 8 años de edad) en la construcción del Número Natural con el Modelo de John von Neumann. Con el Marco Teórico de Los *Modelos Teóricos Locales* y sus cuatro componentes se estructura de la siguiente manera: *Modelo de Competencia Formal*.- Partir de la Formalización matemática de los números naturales de von Neumann; *Modelo de Enseñanza*.- Proponer un modelo que un Modelo Matemático Concreto a partir de un Modelo Formal; *Modelos de Cognición y Comunicación*.- Comprender fenomenológicamente el proceso de construcción de número en los niños a partir de la lógica de uso, con los aportes de las psicologías cognitivas para identificar los procesos de apropiación del Sistema Matemático de Signos y el sentido que dan a las actividades en el modelo de enseñanza.

Key words: Logic of use, building number, children 6 to 8 years old, von Neumann

Abstract

This research project is in its early stages, aiming to understand the difficulties of the Logical use of children (6 to 8 years of age) in the construction of the Natural Number with the Model of John von Neumann. With the Theoretical Framework of Local Theory Models and their four components is structured as follows: *Formal Competence Model*. - From the mathematical Formalization of the natural numbers of von Neumann; *Model of Teaching*.- Propose a model that a Concrete Mathematical Model from a Formal Model; *Models of Cognition and Communication*.- Understand phenomenologically the process of number construction in children based on the logic of use competence, with the contributions of cognitive psychologies to identify the processes of appropriation of the Mathematical Sign System and the meaning give to the activities in the teaching model.

Introducción

En el ámbito escolar el desarrollo del pensamiento matemático sigue siendo una preocupación; a pesar de los aportes que las psicologías cognitivas han proporcionado para construir diversas plataformas teóricas de investigación en Matemática Educativa y que han sido el sustento teórico de las estructuras curriculares, diseños de situaciones didácticos y libros de texto; hay una deficiente formalización matemática en los estudiantes.

Así lo muestran las evaluaciones internas Plan Nacional para la Evaluación de los Aprendizajes (PLANEA) y externas *Programa Internacional de Evaluación de los Alumnos* (PISA) por sus siglas en inglés. Con este marco referencial, en este anteproyecto se pretenden comprender las dificultades de la lógica de uso en la construcción del número en niños de 1º y 2º ciclo de Educación Primaria.

Para que este objeto de estudio pudiera emerger, se partió del trabajo de investigación de Maravilla (2011), quien hace un análisis de la enseñanza del concepto de número de niños de Educación Preescolar con el apoyo del modelo de John von Neumann y con base en los Modelos Teóricos Locales (Filloy, 1999), llega la conclusión de que las tendencias cognitivas desde la fenomenología didáctica de la enseñanza del número natural, están centradas en el concepto de cardinalidad, descuidando el de ordinalidad. Esta aportación nos sirve de referencia para comprender e identificar el proceso de transición que siguen los niños de educación primaria en el 1º y 2º ciclo.

Por lo anterior, se *Pregunta:* ¿Qué dificultades de la Lógica de uso en la construcción del número tienen los niños de los dos primeros ciclos escolares?, ¿Cómo comprender esas dificultades a través de las respuestas y actuaciones de los niños? ¿Qué elementos considerar para el diseño de un modelo de Enseñanza que permita trasladar el Modelo de la Matemática Formal a un Modelo Matemático Concreto, atendiendo la constructibilidad de los números a partir del orden?

Se proponen como *Objetivos:* 1) Comprender las dificultades de la Lógica de competencia de uso en la construcción del concepto de número en los niños de educación primaria de 1º y 2º ciclo y; 2) Diseñar un Modelo de Enseñanza, que parte de la Matemática Formal a un Modelo Matemático Concreto, que permita a los niños representar, visualizar y manipular las acciones relacionadas con los números.

Supuesto Hipotético

Si comprendemos las dificultades que tienen los niños con la lógica de uso del SMS para la construcción de los números naturales, se podrá proponer un Modelo de Enseñanza que permita trasladar el Modelo Formal a un Modelo Concreto.

Marco Teórico – Metodológico

Los Modelos Teóricos Locales (MTL) serán el soporte teórico, dado que este estudio se centra en el fenómeno específico de las dificultades de la lógica de uso que tienen los niños de 6 a 8 años en la construcción de número, con la finalidad de proponer un diseño experimental que arroje información para comprenderlas a partir de un Modelo de Enseñanza que se les proponga.

Con las cuatro componentes de los MTL se estructura de la siguiente forma: El *Modelo de Competencia Formal.* - El Modelo Formal de von Neumann aporta una lógica más precisa de construcción del número, con el principio del Orden y del cero (0) como primer número que representa al vacío. Los procedimientos de iteración y recursividad se van generando la construcción de los primeros 10 números naturales.

Modelo para los procesos cognitivos

Se parte de las teorías psicológicas cognitivas epistemológicas y soviéticas para analizar la relación Lógica y Psicología; apoyándose en sus categorías de análisis: de Piaget & Inhelder (1984) invariantes funcionales, la construcción de las operaciones lógicas: reversibilidad, reciprocidad y transitividad, la conservación de la materia, peso y volumen, la transición de la Acción a la Operación; de las psicologías soviéticas representadas por Vigotsky y sus continuadores Galperín () y Talizina (2000) y su Teoría de las Acciones Mentales, se considera el componente del proceso de construcción de la significación. Con estos elementos se pretende comprender la fenomenología del proceso de construcción de número en el niño y sus dificultades con la lógica de uso de SMS.

Modelo de Comunicación

Analizar y comprender las complejidades que se entretejen en los procesos de comunicación con contenido matemático que se desarrollan en las aulas, así como las dificultades para su generalización. Para Filloy, Rojano & Puig (2008) no se trata de Sistemas de Signos Matemáticos; argumenta que en Matemática Educativa lo matemático es el sistema, no los signos; ya que el sistema es el que da significado a los signos. Afirma que los Sistemas Matemáticos de Signos (SMS), se convierten en una herramienta de análisis de los textos que producen los niños a partir de una experiencia escolar, cuando tienen la posibilidad de producir sentido.

Los procesos de significación que van construyendo los alumnos tienen una relación directa con lo que se hace en Matemática Educativa: la producción de sentido a través del desarrollo de procesos de comunicación (Rodríguez, 2000).

Modelo de Enseñanza

Diseñar un Modelo de Enseñanza que nos permita trasladar el Modelo Formal a un Modelo Concreto, en un primer momento identificar las dificultades, obstáculos de la lógica de uso de los niños en la construcción del número, a partir de las actividades que se les propone que hagan; en un segundo momento analizar las dificultades, obstáculos, sentidos y significados de los niños en la construcción de número natural.

En esta primera etapa se ha diseñado un Modelo de Enseñanza, con el referente formal matemático, para llevar a cabo el proceso de la observación y análisis de las dificultades que tienen los niños con esa secuencia de actividades. Se han propuesto como primer momento en las escuelas primarias de la Delegación Gustavo A. Madero: “Gral. Gertrudis Armendariz de Hidalgo” y “Profr. Jorge Casahonda Castillo”, con los grupos de 1º A y 2º A, respectivamente.

Dificultades de la Lógica de uso en niños en la construcción del número natural

El interés de esta investigación está centrado en comprender las dificultades de la Lógica de uso en la construcción de número en los niños de 6 y 8 años de edad, cómo los propone la enseñanza; con la finalidad de analizar y comprender los procesos teórico – conceptuales que se promueven a través de la enseñanza relacionados con el orden y la cardinalidad. Para ello, es necesario analizar la formalidad matemática de número, por lo que se parte de comprender ¿qué es el número?

Número es un término polisémico, dependiendo de la corriente teórica se define con diferentes axiomas. En la antigüedad se referían al número, “como algo para contar”, sin llamarlo número, fue una necesidad de uso y de control que exigían los propios mecanismos de socialización. Con el desarrollo histórico de la humanidad diversos matemáticos han tratado al número en diferentes niveles conceptuales. Mosterín (2000) explica como Peano (1889), Zermelo y Frenkel (1908) y John von Neumann (1923) estudiaron la construcción de número, siendo el último el que se considera para este trabajo.

En el ámbito educativo el concepto de Número no es común construirlo conceptualmente, a pesar de que se relaciona en el actuar diario. Desde el seno familiar y conforme los niños se van integrando a los procesos de socialización, de forma natural se les va introduciendo al mundo de los números, al ordenar los diversos significados, en todo momento se les está mostrando cómo contar, clasificar y seriar. Históricamente, el hombre también tuvo esta necesidad, para ello se apoyó de otro recurso, el cual fue la representación simbólica de los números a través de marcas.

El niño también lo hace, como un proceso de imitación y de reconstrucción histórica. En la tradición escolar, el número se introduce vinculado a la teoría de conjuntos y las relaciones biunívocas, enfatizando en la cardinalidad; la ordinalidad se trabaja con representación de conjuntos, con un número determinado de elementos en forma creciente, relación a secuencias numéricas y realización de operaciones aditivas.

Modelos teórico locales (MTL)

De acuerdo con los MTL este trabajo se ha estructurado a partir de sus cuatro componentes: con la finalidad de comprender y analizar de forma específica y local observar las interacciones y contraposiciones de las dificultades de la lógica de uso a las que se enfrentan los niños de 6 a 8 años, en la construcción de número en la escuela primaria.

Modelo Formal: ***La construcción de Número de John von Neumann***

El que los niños cuenten y sean capaces de reconocer series, identificar algunos numerales no significa que los niños estén contando, lo que hacen es reconocer las secuencias orales y algunas regularidades; por ejemplo, son capaces de expresar oralmente la secuencia del 1 al 10; pero se enfrentan a dificultades cuando se encuentran con el 11, 12, 13…16, 17, 18, entre otros.

Número implica una abstracción en la que se involucran propiedades y relaciones. La formalidad matemática de John von Neumann, es otra lógica de construir este proceso, el *orden* es el principio de construcción, se comienza con el cero "0", como número, como conjunto vacío. Hamilton (1961, pág. 76) afirma:

Definición 1

Zero is the empty set; i.e., $0 = \emptyset$.

Definición 2 (Hamilton, 1961, pág. 76)

$1 = \{0\} = 0 \cup \{0\}$

Siguiendo está lógica de construcción se tiene (Hamilton, 1961, pág. 76):

$0 = \emptyset$

$1 = \{\emptyset\}$

$2 = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$

$3 = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}$

$4 = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}\}$

$5 = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}\}\}$

Definición 3 (Hamilton, 1961, pág. 77)

El conjunto $x \cup \{x\}$ es el sucesor del conjunto *x*. Si *y* es un conjunto y si existe un conjunto *x* tal que *y* es el sucesor de *x*, entonces y es un sucesor. Para cada *x*, el sucesor de *x* es *x*'; por lo tanto 1 = 0', 2 = 1', 3 = 2', etc.

La construcción de los números naturales se debe dar uno a uno; donde el *orden* es la guía; no podemos construir el siguiente, se debe construir nuevamente el anterior, para que puedan conformar el sucesor a partir del antecesor. La recursión está presente.

Partiendo de que un número ordinal es un representante del tipo de orden de un conjunto bien ordenado. La relación de orden entre sus elementos se verifica dado cualquier subconjunto no vacío de sus elementos, éste posee un elemento mínimo. Conjunto finito es aquel que tiene un número finito de elementos; por lo tanto, es numerable.

Mosterín (2000, pág. 187) afirma en:

> …la concepción de von Neumann, cada ordinal es el conjunto de los ordinales precedentes. Esta clase está bien ordenada, por la relación de pertenencia o, si se prefiere por la equivalente relación de ser menor. En efecto, un ordinal α precede a otro β si y solo si $\alpha \epsilon \beta$, (...). Así, 0 es el conjunto vacío, 1 es el conjunto cuyo único elemento es 0, 2 es el conjunto cuyos elementos son 1 y, y así sucesivamente.

Con la *iteración* el proceso se repite una y otra vez, Choate, Devaney y Foster (1999, pág. IX) afirman: "*To iterate means to repeat something over and over again*." Es decir, el procedimiento que se hizo para el primer elemento, se hace para el segundo, para el tercero y así sucesivamente, dicho de otra manera: el paso *n + 1* se obtiene directamente del paso *n*.

Con el procedimiento *recursivo* la ejecución inicial se repite exactamente para el caso anterior. Mosterín (2000, págs. 291 - 295) afirma que "una función computable puede definirse también como función recursiva. Toda definición recursiva es computable, y a la inversa, toda función computable es recursiva" (…) una función es recursiva si y solo si es computable…".

Ahora bien,

> "Las funciones recursivas primitivas son funciones numéricas obtenibles a partir de las funciones recursivas primitivas iniciales mediante un número finito de aplicaciones de los procesos de definición por sustitución y de definición por inducción. (…) Llamamos funciones recursivas primitivas iniciales a: 1) La función *ceroaria* constante 0, la función *nonaria* del siguiente $S\ (x) = x + 1$; 2) A las funciones *n – arias* de identificación del *i – ésimo* miembro de una secuencia de *n números* $I^n_i\ (x_1 \ldots x_n) = x_i$" (Mosterín, 2000, págs. 292-293).

Modelo de Cognición: *Las psicologías cognitivas y las dificultades de la lógica de uso en niños de 6 a 8 años*

Comprender el papel que juega la Lógica de uso en la construcción de número en el niño, deviene de la lectura que la sustentante hace de Piaget (1953). Este autor afirma que la "Lógica es una axiomática de la razón de la cual la psicología de la inteligencia es la ciencia experimental correspondiente"; para "…formular hipótesis y construir una teoría que sea *compatible* con todos los resultados experimentales y que permita interpretarlos y explicarlos dentro de un marco conceptual adecuado".

Con estas herramientas teórico – metodológicas, Piaget consolida la Epistemología Genética con sus métodos complementarios: *análisis formalizante*, *análisis psicogenético y método histórico*. Sin embargo, afirma que el razonamiento lógico – matemático no puede ser enseñado, considera que es un producto de las experiencias y va a depender del ambiente favorecedor y la convivencia con los otros, para tener mayores oportunidades de construcción de sus estructuras lógico-matemáticas; en especial la génesis del número.

En la *Representación*, la acción es constitutiva de todo conocimiento, a través de las Invariantes Funcionales (asimilación, acomodación, equilibrio y reversibilidad). La conservación es una capacidad que permite a los sujetos comprender la variación en la cantidad, posición y forma. La conservación de la materia, del peso y del volumen, posibilita establecer las relaciones de *clasificar, seriar y ordenar* los objetos del mundo cotidiano.

Con las relaciones de:

- C*lasificación* los niños pueden establecer características de los objetos para agruparlos usando el concepto de pertenencia.
- S*eriación* establecen relaciones entre varios objetos.
- *Ordenar* pueden hacer comparaciones y aplicar criterios de jerarquía entre ellos.

Para lograr desarrollar estas relaciones los niños van desarrollando la *transitividad, reciprocidad y reversibilidad.*

La conservación de número, espacio, tiempo, velocidad, distancia, masa y volumen serán fundamentales en la transición de la Acción a la Operación; la coordinación de las acciones conforma el proceso de la asimilación y con ello conferir diversos significados a los objetos a través de la Acomodación. En edades tempranas (2 a 6 años aproximadamente) Piaget identifica la importancia de la Función Semiótica como la base para articular a través de la simbolización del juego, la imitación, la imagen mental, el dibujo, la memoria, el lenguaje y la comunicación las acciones que se interrelacionen en el mundo concreto, para construir el conocimiento lógico-matemático, en especial la génesis de Número.

La coordinación de esquemas y su ejercitación, establecen la generalización de las acciones; su integración equilibrada va cimentando las estructuras conceptuales. Sin embargo, durante el proceso de acomodación se generan diversos conflictos cognitivos, los cuales pueden obstaculizar el proceso de equilibración y de Representación. En "Lógica y Psicología" Piaget (1953), sugiere una lógica algebraica para explicar las operaciones del pensamiento (Reversibilidad, Reciprocidad y Transitividad).

Afirma también que, con la *lógica moderna* la relevancia psicológica trajo otras contradicciones: la experiencia no puede ser interpretada haciendo abstracción del aparato lógico conceptual de la interpretación; por lo que recurre a los experimentos realizados con Indelher (cf. Deaño y Delval, 1982, pág. 39), en los que les pide a los niños que comparen e identifiquen si el agua contenida en un tubo de cristal inclinado es horizontal.

Llegó a la conclusión de que no pueden hablar de horizontalidad si no han construido previamente un marco de referencia. Las operaciones lógicas aparecen con la reversibilidad en las acciones de composición y descomposición; con la transitividad aparecerán las operaciones con proposiciones: A = B, B = C ∴ A = C.

Ante esta postura, Isaacs (1967) psicólogo inglés, continuador de los trabajos de Piaget, e interesado en la construcción de número en el niño; considera que se puede incorporar en la enseñanza el componente de la lógica en la construcción de número que siguen los niños, la cual ha sido omitida en los programas curriculares oficiales de Educación Básica. Asegura que se puede trabajar con niños de cuatro a seis años como la edad propicia para promover intereses lógicos auténticos en los niños; a pesar de las dificultades que tienen los infantes en la construcción de las relaciones lógicas.

Afirma (Isaacs, 1967) que esta posibilidad permitiría a los niños desarrollar los procesos de pensamiento de manera más temprana y con mayor certeza al concepto numérico. Para él, la relación del pensamiento numérico y del pensamiento lógico, están estrechamente relacionados, que cada uno depende del otro. (Isaacs, 1967, pág. 71) Este autor recupera de Piaget que "…el número la síntesis o función de dos procesos básicos subyacentes a la lógica: la clasificación que lleva a jerarquías cada vez más amplias, (…) y el de la seriación, o distribución del orden".

La relación entre las matemáticas y la lógica conforman el desarrollo intelectual humano. Isaacs, afirma que, en las relaciones lógicas más simples, los niños integran sus ideas aritméticas generales. La relación lógica vinculada con la noción de número es la de *parte y todo*, en sus diferentes variedades.

Con los aportes de las *psicologías soviéticas*, se analiza la relación de la acción-operación y los procesos de significación, a partir de la relación objeto y sujeto, las cuales están mediadas por la actividad de los individuos sobre los objetos con el uso de instrumentos socioculturales: herramientas y signos. Partiendo de que las herramientas concretas provienen del exterior al sujeto, el contexto sociocultural de la interacción; a través de su acción mediada por el uso de los instrumentos y la constitución de herramientas simbólicas (signos) que les permitirán construir e internalizar el conocimiento.

Los *signos* como un producto de la evolución sociocultural y su manifestación en el *lenguaje*, lo consolidan como la herramienta de mediación. El desarrollo psicológico posibilita al sujeto interiorizar las transformaciones cualitativas a través del uso de herramientas; es decir, la percepción actúa de manera confusa en un primer momento; en un segundo momento ejercitan sus funciones psicológicas que le van a permitir la toma de decisiones, el uso de la memoria, pensamiento y el lenguaje; en el tercer momento, el uso de las Funciones Superiores le permitirá al sujeto el control de la acción, tendrá la capacidad de regular su acción voluntaria, ser consciente de su toma de decisiones, la implicación social de ellas y reconocer los signos como mediadores.

Con las aportaciones de Vigotsky, podremos comprender cómo se van generando los procesos lógicos de construcción del número que siguen los niños y los Sistemas Matemáticos de Signos que usan.

Galperín (1976) y Talizina (2000), describen el paso de la actividad externa hacia la actividad interna en la *psiquis* del hombre, la teoría de la Formación por etapas de las Acciones Mentales, afirman que se requiere de la Lógica como la ciencia que permitirá comprender el proceso de construcción del pensamiento humano. La acción como proceso intermedio y la operación como la automatización que depende de la acción, van a ser las categorías que van a posibilitar la relación entre actividad y construcción de significación.

A través de las Acciones mentales, en el proceso de enseñanza – aprendizaje, plantea cinco etapas: Motivacional; Base Orientadora de la Acción; Material; Verbal y; Mental. En la Primera es permanente, su influencia es positiva, da confianza a los sujetos para resolver con las herramientas que ha construido apropiarse de nuevos conocimientos. En la segunda, le permite obtener la información sobre el objeto de estudio, asimilándolo ordenada y sistemáticamente, de acuerdo con las actividades que va realizar, así como con las acciones y operaciones que intervienen o se requieren para comprenderlo.

En la tercera va a planear y ejecutar la realización de la segunda, apoyándose en el uso de material concreto, mapas mentales, dibujos, esquemas y signos. En la cuarta, se da el paso de la acción al lenguaje verbal (oral o escrito), a través de la socialización, pone en práctica la reflexión sobre su acción, logrando la generalización y su autonomía. En la última etapa, sintetiza todo el proceso: va de manera progresiva de la acción, la automatización, el pensamiento reflexivo para llegar a la argumentación.

Con estas referencias teóricas, podemos entender los procesos cognitivos que siguen los niños en la construcción de número y las dificultades de la lógica de uso de un SMS a las que se enfrentan cuando se les presenta un Modelo de Enseñanza que tiene como fundamento un Modelo Formal Matemático, en este caso el de von Neumann.

Modelo de Enseñanza: *Trasladar la Formalización Matemática de Número a un Modelo Concreto*

Un Modelo de Enseñanza es una secuencia de textos matemáticos, un espacio textual, en el que maestros y alumnos interactúan a través de una secuencia de actividades organizadas (Filloy, Rojano & Puig, 2008, pág. 124) afirman:

> "…conceives it as *the result of a reading/transformational labor made over the textual space* (…) this idea was introduced in order to provide a notion of test that could be used in the analysis of any practice of production of sense (…) and for this purpose it is useful to introduce a distinction between *textual space* (TS) and *text* (T), which corresponds to a distinction between *meaning* and sense."

El Modelo de enseñanza que se propone es trasladar el Modelo de von Neumann a un Modelo concreto a través de actividades en las que los niños puedan manipular y representar acciones de número, con la finalidad de poder observar las dificultades que tienen con la lógica de uso para dar sentido y significado de SMS de las acciones que llevan a la construcción de número.

El Modelo de Enseñanza que se ha diseñado es una secuencia de actividades organizadas de seis a ocho sesiones, a partir del Modelo de von Neumann con los primeros diez números naturales, el cual se ha concretizado con el uso de material concreto como bolsas de hule transparentes, con la finalidad de usarlas como recipientes de los elementos que van a contener.

Para cada número se empleará un color, el cual identificará a la bolsita contenedora, y en la calculadora se taparán las teclas con el color que previamente se le asignaron a los números. Con el *Orden* como principio de construcción se inicia con la construcción del número cero, con la finalidad de que los niños vayan identificando quién va en 1º, 2º, 3º lugar y así sucesivamente. Los números están ordenados por la pertenencia. Cualquier número es menor que cualquier posterior (sucesor) y se puede verificar (Hamilton, 1966).

Para promover el conteo, se les propondrán actividades de manipulación de objetos de diferentes colores y formas, puedan descubrir las diversas maneras de contarlos a partir del orden de las mismas, usando preguntas para realizar las actividades: ¿de cuántas maneras diferentes se pueden contar los corazones azul y amarillo? Después se realizará el mismo proceso, pero ahora con tres objetos de diferente forma y color, con cuatro y así sucesivamente. La finalidad de las actividades es poder observar y analizar las dificultades a las que se enfrentan con este Modelo de Enseñanza.

Modelo de Comunicación*: Lógica de Competencia de uso y los Sistemas Matemáticos de Signos (SMS)*

Comprender las dificultades de la lógica de uso que tienen los niños en la realización de las actividades de número y los SMS, implica analizar cómo van dando sentido y los significados que van construyendo a partir de sus actuaciones, cómo usan sus dedos, manipulan objetos o calculadoras es el interés en este componente.

De acuerdo con Filloy, Rojano & Puig (2008), en Matemática Educativa lo que interesa comprender y entender los procesos de significación y comunicación que se generan en los espacios educativos, por lo tanto, es pertinente usar conceptos semióticos como signo, texto y sistema matemático de signos. Para fundamentar esta conceptualización se apoyan en la Semiótica de Pierce, quien centra su atención en el Signo en su doble dimensión: acto como acción y la representación; y su relación triádica, donde el interpretante (cognición) va a jugar un papel fundamental, generando tres premisas:

1. El signo no es una relación diádica en la idea de Saussure (significante/significado), sino tríadica con la actuación del interpretante (cognición).
2. El signo está relacionado con la cognición.
3. La relación triádica del signo no es arbitraria, implica una relación entre el Signo (representamen), el Objeto y el Interpretante. El *Representament* es el fundamento de las ideas, es el objeto que representa al Signo, y los interpretantes van a jugar un papel fundamental, visto a través de la triada: Signo – Objeto – Interpretante (S – O – I).

Sistemas Matemáticos de Signos (SMS)

Los SMS de acuerdo con Filloy, Rojano & Puig (2008), son una herramienta que permite al investigador de Matemática Educativa comprender los procesos de significación tanto al significado Formal de la Matemática, como al significado Pragmático que se ponen movimiento con cualquier Modelo de Enseñanza. En el espacio áulico los sistemas de signos que se desarrollan en los procesos de enseñanza y aprendizaje implican sistemas de signos intermedios, en muchos casos con distancia a los producidos en el lenguaje verbal y los signos lingüísticos.

Estos procesos de significación intermedia evolucionan hacia un SMS más abstracto. Lo que permite dar significado y sentido a las acciones que llevan a cabo; para ello los actores parten de sus representaciones primitivas que van combinando de forma gradual, para ir generando procesos de abstracción y generalización. Esta semiótica matemática (Filloy, 1999) permitirá contar con una teoría de códigos para los SMS y una teoría de la producción de SMS, a través de la comunicación en la interacción matemática, a partir de la articulación de los diferentes textos matemáticos que se generan en la construcción de los números naturales y las dificultades en la lógica de uso de los niños (6 a 9 años) de educación primaria.

Este Modelo de Enseñanza pretende observar la concatenación que se produce con la utilización del SMS que los alumnos poseen, para identificar las competencias discursivas que emplean, relacionadas con la componente cognitiva, en la cual da cuenta con su componente conceptual sobre número natural y las nuevas competencias que van desarrollando.

Este proceso de concatenación tiene que ver con lo que Filloy, Puig & Rojano (2008) afirman que en los Modelos de Enseñanza los textos se van interrelacionando a partir de situaciones problemáticas, para ir realizando acciones que lleven a los alumnos a construir nuevos SMS, para ir dando sentido y significación a la secuencia de esos textos, en donde a partir de la enseñanza se vayan estableciendo estabilidad de los nuevos conceptos para proveer nuevas etapas de abstracción estratificada.

El investigador podrá observar los códigos que usan los niños, cómo los van transformando, las dificultades que tienen en su decodificación, para ir construyendo sus estratos de abstracción de número natural, los SMS que van transitando a nuevos SMS más abstractos y qué elementos ponen en uso en la solución de diversos problemas relacionados a la conceptualización de los números naturales.

Primeras expectativas

Se espera que el diseño de este Modelo de Enseñanza sea aplicado en dos grupos de 1º y 2º grado de dos escuelas primaria, con la finalidad de observar las dificultades de la lógica de uso a las que se enfrentan los niños en la construcción de número natural basado en el modelo formal de von Neumann y así poder construir las categorías que guiarán el análisis de la observación experimental de esta primera fase de la investigación.

Referencias Bibliográficas

Choate, J. Devaney, R. & Foster, A. (1999). *ITERATION. A tool kit of Dynamics Activities*. USA: Key Curriculum Press. Innovators in Mathematics Eduction.

Deaño, A. y Delval J. (1982). *Jean Piaget, Estudios sobre lógica y psicología*. Madrid: Alianza Editorial.

Filloy, Y. E. (1999). *Aspectos Teóricos del álgebra educativa*. México: Grupo Editorial Iberoamérica, S. A. de C.V.

Filloy, E. Rojano T. y Puig L. (2008). *Educational Algebra: A Theoretical and Empirical Approach*. USA: Springer

Galperin, P. Y. (1975). *Introducción a la Psicología: un enfoque dialéctico*. España: Pablo del Río Editor.

Maravilla C. A. (2011). *El orden y el conteo en la construcción de números naturales con el modelo de John von Neumann en niños preescolares.* Tesis de Maestría no publicada, Centro de Investigación y Estudios Avanzados del IPN. México.

Mosterín, J. (2000). Los Lógicos. España: Espasa Calpe, S.A.

Isaacs, N. (1967). Nueva luz sobre la idea de Número en el niño. Buenos Aires: Paidós.

Piaget, J. (1975). Introducción a la epistemología genética. Buenos Aires: Paidós.

Piaget, J. (1975). Génesis del número en el niño. Buenos Aires: Guadalupe.

Piaget, J. Inhelder, B. (1984). Psicología del niño. Buenos Aires: Morata.

Rodríguez, G. M.L. (2000) *Comprensión de procesos de comunicación en el aula, en la resolución de Problemas Aditivos, con grupos de segundo grado de Educación Primaria.* Tesis de Maestría no publicada, Centro de Investigación y Estudios Avanzados del IPN. México.

Talizina, N. (2000) Manual de Psicología Pedagógica. México: Universidad Autónoma de San Luis Potosí.