



REVISTA ELECTRÓNICA AMIUTEM

<http://revista.amiutem.edu.mx>

Publicación periódica de la Asociación Mexicana de Investigadores
del Uso de Tecnología en Educación Matemática.

Volumen IV Número 2 Fecha: Diciembre, 2016

ISSN: 2395-955X

Directorio:

Rafael Pantoja R.
Director

Eréndira Núñez P.
Lilia López V.

Sección: Selección de artículos

Elena Nesterova
Alicia López B.

Sección: Experiencias Docentes

Christian Morales O.
Sitio WEB

Esnel Pérez H.
Lourdes Guerrero M.
Sección: Geogebra

ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE CON GEOGEBRA PARA LA SOLUCIÓN DE PROBLEMAS CON ECUACIONES LINEALES

Francisco Javier Zúñiga Vargas, Elena Nesterova, Ricardo Ulloa
Azpeitia

Universidad de Guadalajara, México

charminunam@hotmail.com, elena.nesterova@cucei.udg.mx,
Ulloa_azpeitia@yahoo.com.mx

Para citar este artículo:

Zúñiga, F. J., Nesterova, E. y Ulloa, R. (2016). Actividades de aprendizaje con GeoGebra para la solución de problemas con ecuaciones lineales. *Revista Electrónica AMIUTEM*. Vol. IV, No. 2. Publicación Periódica de la Asociación Mexicana de Investigadores del Uso de Tecnología en Educación Matemática. ISSN: 2395-955X. México.

ISSN: 2395-955X

Revista AMIUTEM, Año 4, No. 2, Julio – Diciembre 2016, Publicación semestral editada por la Asociación Mexicana de Investigadores del Uso de Tecnología en Educación Matemática A.C., Calle Gordiano Guzmán #6, Benito Juárez, C.P.49096, Ciudad Guzmán Jalisco, Teléfono: 3411175206. Correo electrónico: <http://www.amiutem.edu.mx/revista>, revista@amiutem.edu.mx. Editor responsable: M.C. Christian Morales Ontiveros. Reserva derechos exclusivos al No. 042014052618474600203, ISSN: 2395.955X, ambos otorgados por el Instituto Nacional de Derechos de Autor. Responsable de la última actualización de este número, Asociación Mexicana de Investigadores del Uso de Tecnología en Educación Matemática A.C., Antonio de Mendoza No. 1153, Col. Ventura Puente, Morelia Michoacán, C.P. 58020, fecha de última modificación, 28 de Diciembre de 2016.

Las opiniones expresadas en los artículos firmados es responsabilidad del autor. Se autoriza la reproducción total o parcial de los contenidos e imágenes siempre y cuando se cite la fuente y no sea con fines de lucro. No nos hacemos responsables por textos no solicitados.

ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE CON GEOGEBRA PARA LA SOLUCIÓN DE PROBLEMAS CON ECUACIONES LINEALES

Francisco Javier Zúñiga Vargas, Elena Nesterova, Ricardo Ulloa Azpeitia

Universidad de Guadalajara, México

charminunam@hotmail.com, elena.nesterova@cucei.udg.mx,

Ulloa_azpeitia@yahoo.com.mx

Palabras clave: GeoGebra, ecuaciones lineales, modelación, representaciones, applet.

Resumen

Este documento presenta los avances del trabajo de tesis que lleva por título *Solución de problemas que se modelan con ecuaciones lineales con empleo de GeoGebra*. Dicha investigación se enfoca en el uso de la tecnología mediante el programa GeoGebra, en el cual se desarrollaron *applets*, para ser utilizados como apoyo en la modelación de problemas que involucran ecuaciones lineales. Se presenta un ejemplo de una actividad aplicada al grupo experimental durante la fase de experimentación, la cual se desarrolló con un grupo de estudiantes de primer grado de educación media superior. Dicho tratamiento consistió en la resolución de problemas mediante la modelación matemática, relacionados a fenómenos físicos presentes en situaciones de la vida cotidiana, mismos que involucran ecuaciones lineales. El análisis de dicho tratamiento mostró que los estudiantes, al interactuar con el *applet*, lograron construir el modelo matemático necesario para la resolución del problema. Esto gracias a la simulación mediante la manipulación de los *applets*.

Introducción

La literatura acerca del aprendizaje de ecuaciones lineales muestra que existe limitada comprensión y asimilación en dicho tema (Flórez, 2012). Sandoval y Mora (2010) indican que son pocos los estudiantes que se sienten con la confianza suficiente para manejar las ecuaciones lineales en la resolución de problemas. De igual forma existen también problemas en la transición de la aritmética al álgebra y dificultades en el desarrollo de conceptos algebraicos (Boulton-Lewis, Cooper, Pillay y Wills, 1998), llamadas brechas cognitivas (Herscovics y Linchevski, 1994) y cortes cognitivos (Filloy y Rojano, 1989).

Por otro lado, en la literatura se presentan algunas investigaciones con estrategias que permitan hacer frente a estos problemas de aprendizaje. Erazo (2011) enfatiza la importancia de resaltar la estrecha relación entre el desarrollo del pensamiento variacional y la construcción del lenguaje algebraico para la modelación e interpretación de situaciones problema. García y Rendón (2011) mencionan la importancia de identificar los diferentes registros de representación implicados en la resolución de problemas. Al respecto, Chavarría (2014) plantea a los docentes la creación de estrategias novedosas, llamativas y contextualizadas, con la finalidad de motivar a los estudiantes en el aprendizaje de las matemáticas.

La tecnología juega un papel importante en el desarrollo de alternativas para el aprendizaje, y el uso de programas educativos es cada vez más común. Papert (1980) y Cavallo (1996) consideran que las tecnologías computacionales son perfectas para introducir en la educación, nuevos elementos que transformen la práctica educativa.

Hechavarría (2013) presenta en su trabajo una secuencia didáctica basada en GeoGebra para el aprendizaje de los conceptos de ecuación y función lineal, así como el trabajo de García (2011) que desarrolla secuencias para el aprendizaje de la geometría mediante GeoGebra para estudiantes de secundaria.

Como propuesta de esta investigación, se ha desarrollado una serie de actividades enfocadas en la resolución de problemas, para lo cual, se pretende que los estudiantes utilicen diferentes registros de representación, mismos que con ayuda del programa GeoGebra intentan servir de apoyo a los estudiantes en la resolución de problemas mediante la interacción con el programa y las representaciones de la ecuación lineal que se pueden emplear en el mismo.

Los *applets* utilizados en las actividades de modelación contenían una representación gráfica y una icónica del fenómeno en cuestión de cada uno de los tres problemas, es decir, se tenía un *applet* para cada problema. De esta forma, los estudiantes podrían transitar entre éstas representaciones y manipular los *applets* para formar los modelos matemáticos, y de esta manera solucionar cada problema.

Marco Teórico

Bruner (1966) menciona que una persona puede representar al mundo en términos de una acción (enactiva), de una imagen estática (icónica) o a partir del lenguaje común (simbólica). Duval (2004) enfatiza el rol fundamental de los registros de representación en la actividad matemática, dentro de ellos tienen lugar las representaciones semióticas, que son reproducciones construidas por el empleo de signos que pertenecen a un sistema de representación. Dichas representaciones son indispensables para la designación de los objetos matemáticos o la comunicación, esenciales para la actividad cognitiva del pensamiento (Ulloa, Nesterova y Pantoja, 2009).

En su teoría de representaciones, Duval habla de la semiosis como la aprehensión o la producción de una representación semiótica, y noesis como la aprehensión conceptual del objeto. Entonces, es necesario afirmar que la noesis es inseparable de la semiosis. Así mismo, se puede afirmar que no existirá la aprehensión conceptual de un objeto sin ninguna representación de éste, y de igual forma la concreción de la aprehensión conceptual se expresa a través de una representación semiótica, Duval (2001, en Ulloa et. al., 2009).

Villa (2007) define por modelación matemática como aquella actividad escolar derivada de la actividad científica llamada modelización matemática. Más que una herramienta para construir conceptos, la modelación se convierte en una estrategia que posibilita el entendimiento de un concepto matemático inmerso en un “micromundo” (contexto dotado de relaciones y significados) que prepara al estudiante para desarrollar una actitud para cuestionarse a sí mismo y abordar problemas de un contexto real.

Villa, Bustamante, Berrio, Osorio y Ocampo (2009) hablan sobre la estrecha relación entre los procesos de modelación y resolución de problemas sin establecer límites en cada uno de ellos. Los definen como dos procesos diferentes, pero con características similares. La resolución de problemas incorpora el uso de diferentes contextos, tales como: intra-matemáticos, artificiales, de otras ciencias y de la vida real. Así pues, cuando se abordan estos últimos dos contextos (otras ciencias y la vida real) con el ánimo de construir un modelo matemático, la resolución de problemas tiene un significado análogo con la modelación matemática (Villa et. al, 2009).

Otro aspecto importante incluido en esta investigación, es el aprendizaje asistido por computadora. El empleo de programas educativos es cada vez más común, y además, se considera como una estrategia de aprendizaje que ha sido adoptada por los sistemas de educación. En la actualidad, el aprendizaje asistido por computadora, se establece en tecnologías de simulación, procesadores de texto, gestores de bases de datos, gráficos, programas de diseño gráfico, hojas de cálculo, juegos educativos, entre otros, que a su vez, pueden ser o no supervisados por profesores (Torres, 2009).

Metodología

Para llevar a cabo las actividades de modelación se contó con un grupo de 30 estudiantes, dicho grupo perteneciente al primer grado de educación media superior de un centro educativo de modalidad a distancia. Este grupo se dividió en dos grupos: uno de ellos fue el de control y el otro grupo, el experimental. La división de los mismos se realizó de forma aleatoria simple. Con los integrantes del grupo experimental se formaron aleatoriamente cinco equipos de tres integrantes, a cada equipo se le entregó el material en una memoria USB que consistió en tres problemas de forma escrita, un video para cada problema con información para la resolución del problema y un applet en GeoGebra para ayuda en la modelación y la resolución del problema.

La variable independiente del experimento es el empleo o no de la propuesta para el aprendizaje de la solución de problemas de ecuaciones lineales con empleo de GeoGebra. La variable dependiente será entonces, el aprendizaje de la solución de problemas de ecuaciones lineales.

La hipótesis alternativa para la investigación es que se genera aprendizaje en los estudiantes con el empleo de la estrategia didáctica basada en el uso de GeoGebra para la resolución de problemas de ecuaciones lineales. Como hipótesis nula, que no se generó aprendizaje alguno.

Un aspecto en el que se hará énfasis es la motivación y el interés que se genere en los estudiantes el uso de la tecnología y las actividades basadas en fenómenos de la vida cotidiana, Para esto, se llevó un registro de las actitudes mostradas por los estudiantes durante el trabajo grupal.

Para el desarrollo de las actividades de modelación se elaboraron de los materiales que se enlistan a continuación:

- Lecturas de apoyo sobre ecuaciones lineales.
- Cuaderno digital de trabajo en formato PDF con los problemas.
- Hojas de trabajo para contestar los problemas.
- Applets en Geogebra para cada problema.
- Videos con información para cada problema.

Exposición de la propuesta

Se empleó el cuadernillo digital en formato PDF para mostrar los problemas en forma escrita, en cada uno de ellos se presentaban también, preguntas que guiaban a los alumnos en la construcción de los modelos matemáticos. La figura 1 muestra la redacción del

problema 1, éste trataba sobre la relación entre el consumo de energía eléctrica y la cantidad de lámparas encendidas.

PROBLEMA 1.

Una empresa que se dedica a brindar asistencia telefónica a clientes de una compañía celular, cuenta con 20 oficinas de forma rectangular que miden 12 metros de ancho por 15 metros de largo. Se iluminan mediante 20 lámparas de tubos fluorescentes con un consumo de 60 watts cada una y cada lámpara ilumina un área 9 metros cuadrados.

Para obtener un ahorro bimestral en el consumo de energía eléctrica, se ha programado cambiar las lámparas fluorescentes por lámparas de luces LED cuyo consumo es de 20 watts cada una y cubren un área de iluminación igual que las lámparas fluorescentes. Calcular:

- 1) Las ecuaciones que indiquen el consumo de energía para x cantidad de lámparas fluorescentes y LED.
- 2) El ahorro en el pago de energía eléctrica por bimestre con el uso de lámparas LED en comparación con las lámparas fluorescentes si se sabe que las luces se mantienen encendidas doce horas diarias y el bimestre tiene una duración de 60 días. Además el costo por kilowatt-hora es de \$1.55.
- 3) El área total que se podría iluminarse con las lámparas LED, tomando en cuenta el consumo de energía de las lámparas fluorescentes.

Figura 1. Problema 1 de las actividades de modelación

Se diseñó además, un cuadernillo en formato Word con hojas de respuesta para cada pregunta guía. En éste, los alumnos tenían la posibilidad de escribir sus respuestas en cuadros de texto. Dichas preguntas se basaron en las fases de la modelación matemática, éstas son:

- Determinar el problema y observar el fenómeno
- Identificar los datos involucrados
- Construir el modelo matemático
- Manipular el modelo matemático
- Interpretar y validar la solución

Así mismo, cada problema contaba con una rúbrica para evaluar la respuesta de cada pregunta.

La figura 2 muestra las preguntas guía.

La finalidad de las preguntas guía era conducir a los estudiantes a un proceso de análisis y reflexión acerca de conceptos relacionados a la ecuación lineal de dos incógnitas, en el cual, con ayuda del applet lograrían construir los modelos matemáticos.

El applet tenía la característica de ser manipulable, es decir, que se podía utilizar el mouse de la computadora para modificar la cantidad de lámparas. Además, se simulaban las luces encendidas para que el alumno pudiera relacionar la gráfica lámparas-consumo creada en el applet con la cantidad de lámparas encendidas. De esta manera los alumnos podían comprobar el modelo construido, y modificarlo hasta conseguir el adecuado. La construcción del modelo matemático era solamente una parte de la solución del problema, ya que era necesario para resolver el problema. La figura 3 muestra el applet utilizado en la Actividad 1.

Paso 1. Determinar el problema y observar el fenómeno

- a) A partir de la lectura del problema y la reproducción del video, describan con sus propias palabras de qué trata el problema y cómo iniciar para encontrar la solución:

Paso 2. Identificar los datos involucrados

- b) Identifiquen los datos que proporciona el problema.

- c) Identifiquen los datos que permanezcan constantes y asignenles una letra para identificarlos.

- d) Identifiquen los datos que sean variables y asignenles una letra para identificarlos.

Paso 3. Construcción del modelo

- e) Propongan ideas sobre las relaciones entre los datos del problema en forma algebraica

- f) A partir de las relaciones que encontraron entre los datos, construyan los modelos matemáticos que describan los consumos de energía eléctrica para ambos tipos de lámparas

Paso 4. Manipulación del modelo

- g) Comparen los modelos que crearon con las gráficas que muestra el **applet** para verificar que son correctos

Paso 5. Interpretación y validación del modelo

- h) Ahora con ayuda del modelo dinámico encontrar y comprobar la solución del problema. Resolver cuál será el ahorro en el consumo de energía utilizando lámparas LED y qué área se podría iluminar utilizando lámparas LED con la misma energía consumida por las lámparas fluorescentes

- i) Por último den una respuesta de forma escrita argumentando la solución del problema.

Figura 2. Preguntas guía utilizadas en la Actividad 1

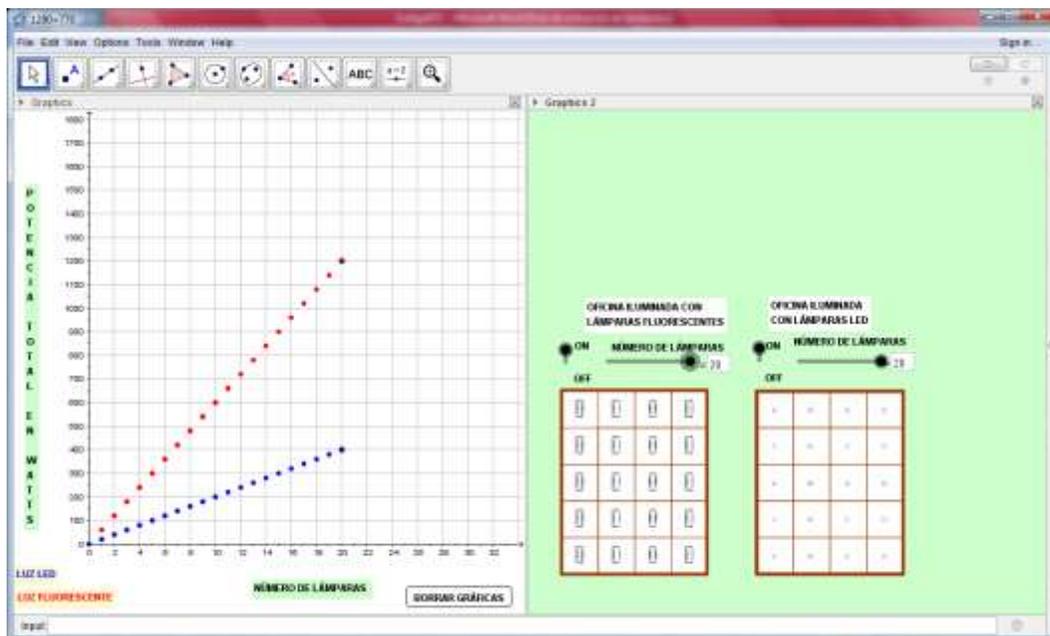


Figura 3. Applet LUMINARIAS, utilizado para la Actividad 1 del experimento

En la figura 3 se muestra el *applet* empleado para la construcción del modelo matemático en la Actividad 1. En la parte de la derecha del *applet* se observan dos vistas superiores de dos oficinas, cada una con diferente tipo de iluminación. En la figura de la izquierda con iluminación fluorescente y en la derecha con iluminación LED. Cada oficina contiene un deslizador con el cual se podía modificar la cantidad de lámparas encendidas, o también era posible hacerlo introduciendo la cantidad con número en la casilla de entrada de cada oficina. Al activar el deslizador llamado “on-off” se simulaban las luces encendidas en cada oficina.

Del lado izquierdo del *applet*, se mostraban las gráficas “número de lámparas-potencia” de cada oficina mostrando el consumo de energía de ambas oficinas. De esta forma los alumnos podían relacionar una representación gráfica con una representación icónica de la situación, además, con la redacción del problema y las preguntas guía, facilitaban la comprensión del fenómeno y la construcción del modelo matemático.

Como se mencionó anteriormente, la construcción del modelo matemático era solamente una parte de la solución del problema, es decir, que éste debería ser empleado para resolver el problema. Para la resolución del problema se empleó un video con información relacionada al tema tratado en el problema, con la finalidad de obtener información necesaria relacionada al contexto del problema y emplearla para solucionarlo.

La figura 4 muestra el video empleado para la resolución del problema de la Actividad 1. Este problema contenía información sobre la energía eléctrica, sus usos en los hogares y la manera como se calcula el cobro de la energía en nuestros hogares.

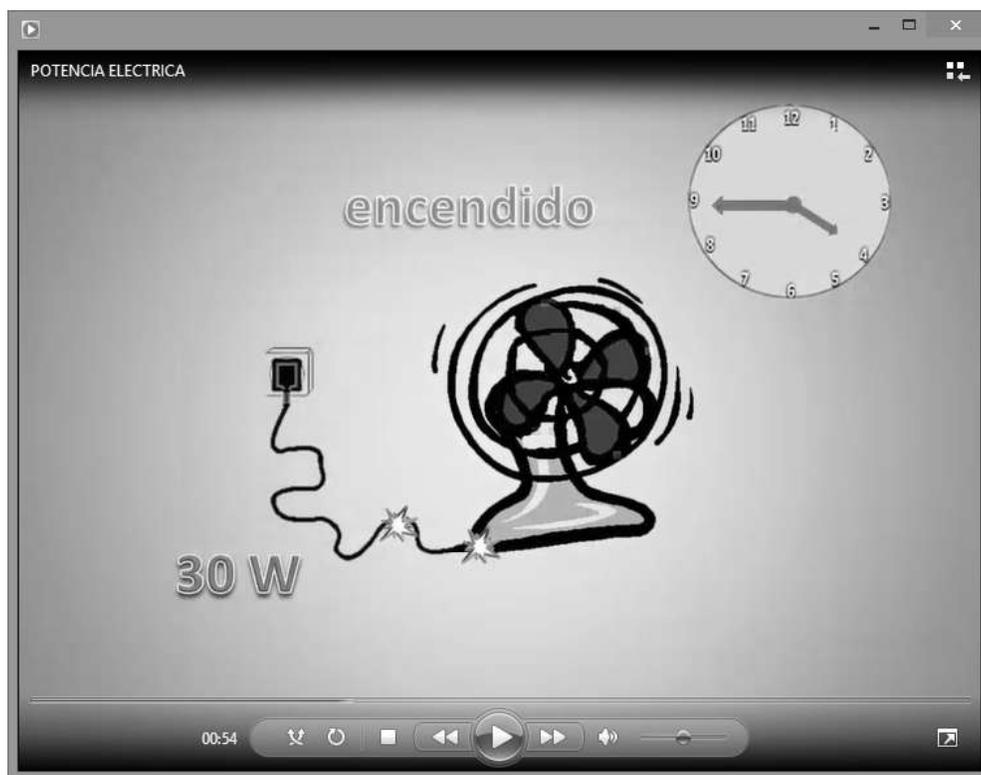


Figura 4. Video sobre el consumo de energía eléctrica como apoyo para la resolución del problema en la Actividad 1.

Resultados

Respecto a la construcción del modelo matemático, los alumnos identificaron las variables a partir de la manipulación de los *applets*; en el caso de la Actividad 1, se muestra en la figura 5 una respuesta a los incisos c y d de la hoja de preguntas.

c) Identifiquen los datos que permanezcan constantes y asignenles una letra para identificarlos:

DATOS CONSTANTES:	
LAMPARAS FLUORESCENTES /	LAMPARAS LED
Los watts = 60	Los watts = 20
= 120	= 40
= 180	= 60

d) Identifiquen los datos que sean variables y asignenles una letra para identificarlos:

NUMERO DE LAMPARAS:
= (X)
DEPENDE AL NUMERO DE LAMPARAS SE LE DA EL VALOR "X"

Figura 5. Respuesta a los incisos c y d de la Actividad 1

Se nota en la respuesta del inciso c de la figura 5, que los alumnos de este equipo llegan a la conclusión de que 60 y 20 watts son datos constantes, ya que aumentan de forma proporcional al modificar la cantidad de lámparas, además los identifican como “Los watts”. Del mismo modo, en la respuesta al inciso d denominan a la variable independiente como “x” refiriéndose al número de lámparas.

Respecto a la relación entre las variables, la figura 6 muestra la respuesta de este mismo equipo.

- e) Propongan ideas sobre las relaciones entre los datos del problema en forma algebraica

Los números de watts dependen de la cantidad de lámparas de forma multiplicativa

$20x = \text{watts}$

$20(1) = 20 \text{ watts}$ / Watts (lámparas) = N. de watts

Lámparas fluorescentes

$60(1) = 60 \text{ watts}$ / Watts (lámparas) = N. de watts .

Figura 6. Respuesta al inciso e en la Actividad 1

En esta respuesta se observa que relacionan los datos, indicando que es “de forma multiplicativa”, además forman el modelo matemático $20x = \text{watts}$ utilizando la palabra “watts” para referirse a la variable dependiente de la ecuación de dos incógnitas construida.

Tienen además una respuesta del lado izquierdo $20(1) = 20 \text{ watts}$ y $60(1) = 60 \text{ watts}$ como dos formas casi algebraicas, mientras que del lado derecho escribieron las

ecuaciones Watts(lámparas)=N. de watts, siendo esta respuesta una combinación de álgebra con el lenguaje cotidiano.

Otra respuesta a este mismo inciso es la que se muestra en la figura 7. En ella, se observa una respuesta más completa en el sentido de que se emplea el álgebra de forma correcta.

e) Propongan ideas sobre las relaciones entre los datos del problema en forma algebraica



Figura 7. Otra respuesta al inciso e de la Actividad 1

En esta respuesta ya determinan una letra para cada variable, x para la variable independiente e y para los watts que consume cada tipo de lámpara. Además mencionan en su respuesta que 60 y 20 son los números por los que deben multiplicar el número de lámparas para conseguir el consumo total. Por último, en dicha respuesta ya vienen incluidos los modelos matemáticos o ecuaciones de cada uno de los tipos de lámparas: $(60)(X)=Y$ y $(20)(X)=Y$.

Cabe hacer mención, que estos tipos de respuestas se lograron una vez que los alumnos manipularon el *applet*, por lo que fue necesaria la interacción para contestar a la par las preguntas guía y al mismo tiempo, construir el modelo matemático.

Conclusiones

Se pudo observar durante el experimento que la simulación de los *applets* apoyó de manera visual a los alumnos en la contextualización de los problemas, ya que éstos mostraban la situación del problema de forma virtual y lo más apegada a la realidad.

Así mismo, los alumnos mostraron interés por utilizar los *applets*, mediante la manipulación y la simulación ellos podían comparar el modelo matemático construido, y de esta forma modificarlo y tomar decisiones sobre su funcionalidad, hasta llegar al modelo correcto.

Los *applets* fueron utilizados principalmente para tres cosas diferentes: como ayuda para la comprensión del problema, apoyo para la construcción de los modelos matemáticos y como método de comprobación.

Respecto al uso de representaciones semióticas, los alumnos tuvieron la oportunidad de comparar una representación gráfica con una representación icónica, y de esta manera construir una representación algebraica. El uso de estas representaciones, junto con las preguntas guía facilitó la comprensión del problema y la construcción de los modelos matemáticos para resolver los problemas.

Existieron durante el experimento, procesos de conversión de una representación semiótica a otra. En estos, los alumnos lograron transitar en representaciones de un sistema icónico y uno gráfico presentes en los applets para lograr una representación algebraica.

Durante las actividades de aprendizaje, se logró que existieran episodios de discusión entre los integrantes de los equipos para llegar a conclusiones a partir del diálogo y la reflexión. Las preguntas en el cuadernillo, lograron hacer que los alumnos analizaran las situaciones planteadas y reflexionaran para llegar a conclusiones correctas.

En relación a la motivación durante las actividades de modelación, los equipos en donde existió interacción, el desarrollo de las actividades de modelación los mantuvo motivados e interesados en la resolución de los problemas. Esto se evidenció en los episodios de diálogo, en los que la participación fue activa por parte de los integrantes de estos equipos. Caso contrario en los equipos donde no se logró la interacción, ya que no hubo participación de todos los integrantes, lo que generó desmotivación y desinterés hacia las actividades de modelación.

En relación al uso de un medio tecnológico para el desarrollo de la modelación matemática, los alumnos se mostraron motivados hacia su empleo como medio alternativo a la resolución de problemas clásica en el aula, es decir, a lápiz y papel.

Referencias bibliográficas

- Boulton-Lewis, G., Cooper, T., Pillay, H., Wills, L. (1998). *Arithmetic, pre-algebra, and algebra: a model of transition*. Faculty of Education, Queensland University of Technology, Australia.
- Bruner, J. (1966). *Toward a Theory of Instruction*. Cambridge, MASS: Harvard University Press.
- Cavallo, D. (1996). *Leveraging Learning through Technological Fluency*. Unpublished Master's Thesis, Cambridge: MIT Media Laboratory.
- Chavarría, G. (2014). Dificultades en el aprendizaje de problemas que se modelan con ecuaciones lineales: El caso de estudiantes de octavo nivel de un colegio de Heredia. *Uniciencia*, 28 (2), 15-44. Recuperado de: <http://www.revistas.una.ac.cr/index.php/uniciencia/article/view/6009>
- Duval, R. (2004). *Semiosis y Pensamiento humano. Registros semióticos y Aprendizajes Intelectuales*. Universidad del Valle. Instituto de Educación y pedagogía. Grupo de Educación Matemática. Cali. Merlin I.D.
- Erazo, J.D. (2011). Estrategia didáctica para la enseñanza – aprendizaje de ecuaciones lineales con una incógnita y su aplicación en situaciones problema. *Memoria 12° Encuentro Colombiano de Matemática Educativa*, Universidad del Quindío y Colegio San José Maristas Armenia, Quindío – Colombia, pp. 83-91. Recuperado de: <http://funes.uniandes.edu.co/2599/1/ErazoEstrategiaAsocolme2011.pdf>
- Flórez, W. A. (2012). *Diseño e implementación de una estrategia didáctica para la comprensión, análisis y solución de sistemas de ecuaciones lineales mediante las nuevas tecnologías: Estudio de caso aplicado en el CLEI 4 (Ciclo Lectivo Especial Integrado) de la Institución Educativa la Salle de Campoamor, Medellín-Antioquia*. Tesis de maestría inédita. Universidad Nacional de Colombia, Facultad de Ciencias,

- Medellín, Colombia. Recuperado de:
<http://www.bdigital.unal.edu.co/9601/1/11793949.2013.pdf>
- Filloy, E. y Rojano, T. (1989). Solving equations: The transition from arithmetic to algebra. *From the learning of Mathematics*, 9(2), 19-25.
- García, M. (2011). *Evolución de actitudes y competencias matemáticas en estudiantes de secundaria al introducir GeoGebra en el aula* Tesis doctoral inédita. Departamento de la Matemática y las Ciencias Experimentales. Facultad de Ciencias de la Educación. Universidad de Almería, España. Recuperado de:
<http://funes.uniandes.edu.co/1768/2/Garcia2011Evolucion.pdf>
- García, P. y Rendón, J. (2011). Comprensión y conceptualización en el proceso de enseñanza-aprendizaje de ecuaciones lineales. *Memoria del XI Congreso Nacional de Investigación Educativa*. Universidad Autónoma Nuevo León, México. Recuperado de:
http://www.comie.org.mx/congreso/memoriaelectronica/v11/docs/area_05/1959.pdf
- Hechavarría, C. (2013). Consideraciones para el uso del Geogebra en ecuaciones, inecuaciones, sistemas y funciones. *Números*, 82, (115-129).
- Herscovics, N. y Linchevski, L. (1994). A cognitive gap between arithmetic and algebra. *Educational Studies in Mathematics*, 27, 59-78.
- Papert, S. (1980). *Mindstorms: Children, computers, and powerful ideas*. New York: Basic Books.
- Sandoval, M. y Mora, C. (2010). Estudio sobre la estructura curricular de Física en carreras de ingeniería del Sistema Tecnológico. *Latin American Journal of Physics Education*, 4(1), 994-1001. Recuperado de:
http://www.lajpe.org/LAJPE_AAPT/28_Manuel_Sandoval.pdf
- Torres, F. (2009). *Modelo basado en la colaboración de facilitadores para apoyo al aprendizaje en sistemas tutores*. Tesis de maestría inédita. Escuela de Ingeniería, Universidad de las Américas Puebla, México. Recuperado de:
http://catarina.udlap.mx/u_dl_a/tales/documentos/msp/torres_c_fr/indice.html
- Ulloa, R., Nesterova, E. y Pantoja. (2009). Problemas en la traducción del lenguaje cotidiano al matemático. *Memoria del Congreso Internacional Virtual d'Educación CIVE 2009*.
- Villa, J. (2007). La modelación como un proceso en el aula de matemáticas. Un marco de referencia y un ejemplo. *Tecno Lógicas*, 19, 63-85. Recuperado de:
http://funes.uniandes.edu.co/959/1/MODELACION_COMO_PROCESO.pdf
- Villa, J. Bustamante, C. Berrio, M. Osorio, A. y Ocampo, D. (2009). El proceso de modelación matemática. Una mirada para su formación profesional. En P. Lestón (Ed), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* 22, 1443-1451. Comité Latinoamericano de Matemática educativa.